

**UNIVERSITA' DELLA CALABRIA**

Dipartimento di Difesa del Suolo

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Idraulica per l'Ambiente e il Territorio

XXI Ciclo

---

TESI

***SULLA MODELLAZIONE DEI DEFLUSSI DI UN CORSO D'ACQUA  
NATURALE PER UNA MIGLIORE TUTELA DELL'AMBIENTE E  
PROTEZIONE DEL TERRITORIO***

---

Allievo

Monica Alfano

Coordinatore del corso di dottorato

Prof. Francesco Macchione

Tutor

Prof. Andrea Penta

## INDICE

### 1. INTRODUZIONE

### 2. POSIZIONE DEL PROBLEMA

#### 2.1 Premessa

#### 2.2 Il problema dell'accumulo della risorsa idrica in relazione alle caratteristiche delle serie temporali

#### 2.3 Concetti Generali della Trasformazione Afflussi-Deflussi

#### 2.4 Analisi delle perdite nel bilancio idrologico

#### 2.5 Bilancio idrologico medio annuo in un bacino impermeabile

### 3. I MODELLI STOCASTICI PROPOSTI IN LETTERATURA

#### 3.1 L'uso di modelli stocastici per la determinazione dei deflussi

#### 3.2 I Modelli Stocastici di box e jenkins

##### 3.2.1 Il processo stocastico White Noise

##### 3.2.2 Modello afflussi- deflussi Box e Jenkins

#### 3.3 Il Modello AR (p)

#### 3.4 Il modello MA(q)

#### 3.5 Il modello ARMA(p,q)

#### 3.6 Modello stocastico PARMA(1,1) (Periodic Autoregressive Moving Average)

#### 3.7 Modello stocastico a base concettuale

#### 3.8 Modello afflussi-deflussi di Bacchi e Maione

### 4. METODOLOGIA ADOTTATA

#### 4.1 Premessa

#### 4.2 Applicazione della relazione di Bacchi e Maione e confronto con le serie di portata registrate

#### 4.3 Aspetti principali della metodologia

### 5. CASO STUDIO

#### 5.1 Schematizzazione del bacino idrografico

#### 5.2 Contesto territoriale di riferimento

#### 5.3 Caratteristiche morfologiche e geologiche del bacino del Fiume Esaro

## **6. RISULTATI CONSEGUITI**

*6.1 premessa*

*6.2 Analisi sulla distribuzione spazio-temporale delle precipitazioni e correlazione con i valori medi su superfici più estese*

*6.3 Raccolta e analisi delle informazioni idrometriche disponibili*

*6.4 Applicazione della metodologia al caso di studio*

*6.5 Risultati: confronto tra dati registrati e valori ricostruiti*

*6.5.1 Serie dei deflussi ricostruiti*

*6.5.2 Curve di possibilità di regolazione*

## **7. CONCLUSIONI**

## **8. BIBLIOGRAFIA**

## **PREMESSA**

Nell'ambito dei problemi che interessano la pianificazione delle risorse idriche in una regione e la difesa e protezione dagli eventi alluvionali, la regolazione dei deflussi disponibili in determinate sezioni di corsi d'acqua naturali rappresenta uno degli interventi più frequenti ed efficaci.

In genere agli invasi destinati alla regolazione dei deflussi viene assegnata una congrua capacità per la laminazione delle piene e ciò al fine di proteggere il territorio a valle da eventi alluvionali più gravosi.

Pertanto bisogna far riferimento a nuove metodologie applicate alla pianificazione ed alla gestione di serbatoi artificiali, sia quelli esistenti, sia quelli in programma per ottenere una più corretta utilizzazione della capacità di invaso, minimizzando il volume complessivo che di solito è destinato ad uso promiscuo (regolazione e laminazione).

In particolare, una corretta gestione di un serbatoio artificiale ad uso promiscuo può ottenersi attraverso una approfondita conoscenza del regime ideologico dei corsi d'acqua interessati sia in riguardo alle disponibilità nei diversi periodi dell'anno, sia in riguardo a fenomeni di piena.

Perciò si deve procedere all'analisi delle serie storiche dei deflussi mensili ed annui registrati nelle stazioni di misura installate dal S.I.M.N. per un periodo abbastanza lungo e, nell'eventualità di dati mancanti o con periodi di osservazione piuttosto brevi, alla generazione di serie di deflussi naturali, ciascuno di durata pari alla durata di progetto.

Per risolvere il problema occorre:

- tarare modelli di trasformazione afflussi-deflussi in scala mensile ed annua, più idonei a riprodurre le caratteristiche idrogeologiche dei bacini appartenenti alla Regione Calabria; in particolare( vedi modelli proposti da Bacchi e Maione, etc.);
- determinare, sia dalle serie dei deflussi registrati che ricostruiti, le curve di possibilità di regolazione che danno un quadro sintetico del legame tra il volume di invaso da assegnare al serbatoio e le erogazioni disponibili per le diverse utenze, e che sono utili per un dimensionamento corretto del serbatoio;
- infine, occorre utilizzare dei modelli probabilistici a scala regionale per ottenere una stima delle portate massime e dei massimi deflussi di piena, ed attraverso l'analisi dei vari eventi verificatisi nel passato determinare i periodi dell'anno in cui sono più frequenti.

In tal modo si è in grado di precisare delle regole di esercizio per la regolazione del serbatoio, procedendo anche ad una serie di verifiche per gli eventi più gravosi registrati in passato, valutando, attraverso l'applicazione di modelli adatti, in maniera oggettiva l'efficienza e l'utilità dell'impianto.

Scopo del presente lavoro di ricerca è quello di fornire informazioni utili alla pianificazione e alla gestione della risorsa idrica.

In una regione come la Calabria, nella quale sono frequenti eventi di piena che danno luogo a fenomeni di esondazione dei corsi d'acqua molto spesso disastrosi, può essere conveniente intervenire con opere di difesa attiva, utilizzando opportune capacità di invaso per laminare e onde di piena.

In tal caso è indispensabile un'adeguata informazione riguardo ai periodi in cui si verificano eventi di piena più gravosi, e la corrispondente probabilità nelle diverse stagioni dell'anno, in modo da predisporre che anche in un serbatoio ad uso promiscuo sia disponibile un volume di invaso adeguato a contenere deflussi di piena.

Un'analisi della distribuzione di probabilità delle portate giornaliere nelle singole stagioni può dare un'informazione utili a tale scopo.

Utilizzando i dati di precipitazione annua o mensile di stazioni pluviometriche si è svolta un'indagine finalizzata alla previsione di lungo periodo delle disponibilità idriche e basate sulla elaborazione, con semplici metodi stocastici e probabilistici, delle serie storiche di precipitazioni annue o mensili, investigando su:

- potenzialità dei metodi probabilistici per lo studio della regolazione di un invaso in presenza di deflussi (indipendenti o correlati).
- raffronto tra la distribuzione di probabilità delle portate massime giornaliere e le portate medie mensili e le corrispondenti precipitazioni.

Si intende procedere all'analisi delle precipitazioni in due zone campione della Calabria appartenenti a zone climatiche diverse (tirrenica e ionica). Dall'analisi dei dati pluviometrici disponibili si può rappresentare ciascuna zona con un pluviometro campione. Infatti la conoscenza della distribuzione di probabilità degli afflussi meteorici, e quindi dei volumi affluiti al bacino e dei volumi disponibili è sicuramente indispensabile per procedere alla pianificazione e alla gestione dei sistemi idrici.

D'altra parte in considerazione del fatto che la determinazione dell'afflusso su un bacino è grandezza non misurabile per via diretta bensì derivabile attraverso

metodologie di stima che utilizzano dati di precipitazioni registrate, è fase essenziale, per individuare la corretta gestione di sistemi di risorse idriche, la generazione di possibili scenari idrologici dei deflussi su scala temporale sufficientemente estesa. Questa operazione, in combinazione con le successive fasi di simulazione ed ottimizzazione del sistema, è base di partenza essenziale per la definizione della configurazione del sistema e delle regole ottimali per la sua gestione.

Lo studio è rivolto principalmente all'interpretazione di modelli idrologici che meglio si adattino alla ricostruzione delle portate minime, tenendo conto della necessità di conoscere il regime idrologico dei corsi d'acqua della regione per una loro migliore utilizzazione.

La scala su cui si è lavorato per la taratura dei modelli è la scala mensile, che si adatta bene ai problemi riguardanti una maggiore attenzione rivolta alla tutela dell'ambiente e di gestione e pianificazione delle risorse idriche, a fronte dell'esaurirsi delle stesse, imponendo la necessità di una conoscenza più approfondita delle disponibilità.

A tale scopo sono stati analizzati diversi modelli ed in particolare per il bacino del Crati in Calabria si è proceduto alla taratura e alla verifica di modelli idrologici proposti in letteratura, tenendo conto che non sempre l'informazione che si ricava dai dati idrometrici, per la dimensione limitata dei campioni, risulta soddisfacente.

Da qui nasce l'esigenza di utilizzare, in idrologia, una serie di modelli matematici che servono, partendo dai dati disponibili, alla riproduzione del processo idrologico delle portate.

Questi modelli consentono la generazione di serie sintetiche dei deflussi a scala mensile, da poter successivamente applicare anche ad altri bacini dell'Italia Meridionale, con caratteristiche idrologiche simili.

Per lo studio in una determinata sezione di un corso d'acqua, o si è nella condizione che le sequenze storiche disponibili per la grandezza idrologica prescelta siano buone rappresentatrici del loro valore futuro oppure si adottano modelli che possano generare serie sintetiche di portate dove non si hanno a disposizione i dati (o si hanno serie di dimensione limitata).

Nelle applicazioni idrologiche si incontrano spesso delle variabili casuali la cui distribuzione di probabilità presenta la caratteristica di non essere costante nel tempo.

La distribuzione di probabilità del deflusso mensile di un bacino idrografico deve necessariamente tener conto del succedersi periodico delle stagioni, che comporta tra l'altro deflussi mediamente più alti nei mesi più piovosi e più bassi in quelli siccitosi.

La variazione temporale della distribuzione di probabilità del deflusso mensile però non è dovuta alla sola periodicità stagionale ma anche alla tendenza di conservare valori più elevati nel tempo, infatti ad un deflusso elevato rispetto alla media del mese segue un altro valore nel mese successivo anche esso maggiore della media del mese.

Questa tendenza prende il nome di persistenza, che dipende sia dall'accumularsi dell'acqua nei serbatoi naturali di superficie o sotterranei, sia dal prolungarsi nel tempo dei fenomeni meteorologici di vasta scala, nel cui ambito sono generate le precipitazioni. La distribuzione di probabilità del deflusso mensile viene così a dipendere sia dal tempo (effetto delle stagioni), sia dai valori precedenti del deflusso stesso.

In base alle considerazioni riportate si conclude che la dipendenza dal tempo è dovuta al variare delle cause che determinano, direttamente o indirettamente, il valore della grandezza considerata. Invece la dipendenza dai valori assunti in precedenza, indicata col nome di persistenza, rappresenta il prolungarsi nel tempo di queste cause o dei loro effetti.

Risulta interessante lo studio delle distribuzioni di probabilità del deflusso mensile condizionata sia al valore del tempo, sia ai valori assunti dalla variabile stessa nei mesi precedenti.

Le modalità di un approccio di tale tipo comportano l'introduzione dei processi stocastici, che rappresentano una particolare metodologia mediante la quale è possibile osservare la ripetitività degli eventi nel tempo e, cioè, al concetto di variabile aleatoria viene associato la dipendenza dal tempo, per mettere in evidenza la ricorrenza dell'evento.

Dall'analisi del processo stocastico, mentre una variabile aleatoria consente di descrivere il fenomeno associando alla stessa un rischio di superamento, con un processo stocastico è possibile descrivere il ripetersi del fenomeno nel tempo.

Dunque, utilizzando i dati di precipitazione annua o mensile di stazioni pluviometriche, si è svolta un'indagine finalizzata alla previsione di lungo periodo delle disponibilità idriche e basate sulla elaborazione, con semplici metodi stocastici e probabilistici, delle serie storiche di precipitazioni annue o mensili.

Si è fatto ricorso all'utilizzo, per la stima dei parametri e per la generazione delle serie di portate mensili, al programma SAMS (Stochastic Analysis, Modeling and Simulation).

Quest'ultimo è un software implementato per l'analisi delle serie storiche con metodi basati sulla teoria dei sistemi dinamici deterministici non-lineari o, più semplicemente, sulla teoria del caos.

## 1. CAPITOLO 1

### 1.1. INTRODUZIONE E INQUADRAMENTO TEMATICO

Risulta indispensabile collocare nell'ambito della ricerca scientifica il problema che si vuole affrontare in questo lavoro.

Da sempre è esistito nell'ambito della comunità scientifica l'interesse verso la conoscenza del fenomeno di trasformazione dei deflussi in afflussi.

Modelli matematici più o meno complessi sono proposti in letteratura e continuano ad essere sviluppati, tenendo conto dei molteplici fattori che influenzano tale processo, a partire dalla condizione geomorfologia che caratterizza i bacini su cui l'afflusso si verifica.

In ogni caso, indipendentemente alla scelta del modello più prossimo a rappresentare la situazione fisica che si ha nella realtà oggetto di studio, non può prescindersi, in nessun caso, dall'analisi dei periodi di siccità o surplus per verificare la dipendenza con i periodi di massima piena.

Da qui la necessità di effettuare uno studio preliminare sulla distribuzione delle precipitazioni mensili, studio volto all'individuazione di una stazione rappresentativa all'interno di un bacino (individuazione di aree di studio), passando per i seguenti punti:

- analisi dei modelli classici proposti in letteratura per procedere alla generazione di serie di deflussi mensili;
- verifica, attraverso il raffronto delle disponibilità idriche ottenute con i diversi metodi, della bontà delle serie generate;
- individuazione di due aree di studio - Bacino della Calabria Settentrionale e Bacino sul versante ionico della Calabria.

## **1.2. IL PROBLEMA DELL'ACCUMULO DELLA RISORSA IDRICA IN RELAZIONE ALLE CARATTERISTICHE DELLE SERIE TEMPORALI**

Diverse caratteristiche delle serie temporali sono strettamente legate ai problemi di accumulo dei serbatoi.

Dal momento che alcune caratteristiche sono funzioni di dipendenza della struttura di una serie, si è soliti identificare il grado di dipendenza temporale di una serie.

Per compiere previsioni idrologiche, spesso si utilizzano metodi sulle serie temporali.

Si parla di serie storiche (o serie temporali) quando si considera un fenomeno in relazione alla sua evoluzione nel tempo.

La registrazione del fenomeno, posta su un grafico per evidenziarne la dinamica temporale, potrebbe essere considerata come una successione di dati costituenti un insieme campionario per la cui investigazione sono disponibili strumenti statistici adeguati.

Tuttavia, la statistica matematica si sviluppa per lo più su dati non connessi temporalmente; ciò spiega il motivo per cui sono stati ricercati ulteriori strumenti, i processi stocastici, per effettuare l'analisi delle serie storiche.

E' bene chiarire il significato di serie storica, processo e modello:

- la serie storica è una collezione di numeri reali, ordinati secondo la variabile tempo, la quale costituisce una parte finita di una realizzazione di un processo stocastico.

- per processo stocastico, a parametro discreto, si intende una successione di variabili casuali la cui completa conoscenza è assicurata solo dalla conoscenza della famiglia delle ripartizioni finite.

- un modello stocastico costituisce una parametrizzazione di un processo in termini di una funzione esplicita di parametri noti. Mentre un processo stocastico è noto oppure no, un modello può essere stimato a partire dai dati, ovvero dalla serie storica osservata.

Finalità dello studio di una serie storica è quello di descrivere ed interpretare il fenomeno fisico da essa rappresentato in modo da poter effettuare delle previsioni sulla dinamica temporale del fenomeno stesso, o delle generazioni di serie sintetiche con estensione molto maggiore del periodo di osservazione.

Dal punto di vista statistico questa indagine è di tipo inferenziale in quanto bisogna risalire da un campione (nel caso in esame temporale) ad un modello teorico il quale sia in grado di generare una serie sintetica o di effettuare operazioni di previsione dell'evoluzione del fenomeno

temporale.

L'indagine statistica sulle serie temporali si articola essenzialmente in tre fasi:

- 1) identificazione del modello teorico;
- 2) stima dei parametri del modello;
- 3) controllo della bontà di adattamento del modello ai dati.

Molto importante è la fase di identificazione del modello che descrive ed interpreta la serie temporale. Questa operazione richiede un'approfondita conoscenza dei processi stocastici. Infatti, l'individuazione univoca di un modello univoco avviene solamente in casi particolari (es. quando si dispone di informazioni a priori sul fenomeno).

Nell'usuale approccio statistico, la tecnica usata per l'identificazione dei modelli consente di ridurre l'indeterminazione ad un numero limitato (due o tre) fra i quali si procede alla selezione del modello definitivo.

Per usuale approccio statistico si intende quello proposto da **Box e Jenkins** (1970), i quali hanno proposto un metodo di analisi nel quale sia la serie storica ad orientare verso il modello e non viceversa (*series speaking for themselves*), evidenziando, così, che eventuali conoscenze a priori sulla serie temporale che si intende esaminare potrebbero portare all'identificazione di modelli non ottimali sotto il profilo della bontà di adattamento.

Si vedrà, più avanti, che in ambito idrologico esistono invece molti punti a favore di modelli selezionati sulla base di informazioni a priori.

Dall'applicazione del modello ARMA per la generazione dei deflussi mensili dell'Esaro a Cameli si è visto dal confronto con i dati registrati che non si può ritenere soddisfacente tale metodologia. Risulta pertanto che meglio si adatta a generare la serie dei deflussi mensili il modello proposto da Bacchi e Maione previa opportuna modifica del modello stesso nella parte che tiene conto degli afflussi.

Per poter pertanto procedere al miglioramento del modello per il caso di studio, si deve meglio indagare sui metodi per la generazione di serie di precipitazioni areali. A questo scopo è stata condotta una ricerca volta ad individuare all'interno di un bacino una stazione di misura che potesse considerarsi rappresentativa per quel che riguarda l'informazione pluviometrica in scala mensile.

### **1.3. L'IMPORTANZA DELLA MODELLAZIONE DEI DEFLUSSI**

In studi che interessano la valutazione delle precipitazioni in sezioni non strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

1. la scelta del modello
2. l'identificazione della forma del modello
3. la stima dei parametri
4. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una approfondita analisi di tutte le componenti del sistema e l'acquisizione di opportuni dati: tale fase è detta di identificazione. La seconda fase è la concettualizzazione del modello, e cioè tutto l'insieme dei ragionamenti e delle ipotesi che servono a tradurre in termini matematici la fenomenologia in esame. In tale fase viene prima selezionata una tecnica atta a rappresentare gli elementi del sistema, successivamente viene data una forma matematica alla tecnica stessa infine, la formulazione proposta, viene tradotta in codice di calcolo. Successivamente alla fase di identificazione e di concettualizzazione vi è la fase di implementazione. Tale fase include la validazione del modello, ossia la dimostrazione della capacità di riprodurre delle osservazioni.

Un modello matematico in senso stretto è la combinazione di due componenti basilari. La prima esprime tutte le conoscenze a priori su fenomeno da rappresentare ed

è detta componente fisica. La seconda detta stocastica esprime in termini statistici quello che non può essere spiegato dalla conoscenza a priori (Clarke, 1973).

## 2. CAPITOLO 2

### 2.1 L'USO DI MODELLI STOCASTICI PER LA DETERMINAZIONE DEI DEFLUSSI

In generale, un modello matematico viene sviluppato per rappresentare in modo quanto più prossimo alla realtà un fenomeno che naturalmente si verifica.

In particolare, i modelli di trasformazione *afflussi-deflussi* consentono il calcolo delle caratteristiche salienti di un'onda di piena nella sezione di chiusura di un bacino (portata al colmo, volume totale della piena, forma dell'idrogramma) a partire da precipitazioni estreme statisticamente significative nel bacino medesimo.

I modelli di trasformazione A-D possono seguire due diverse metodologie:

1) nella prima metodologia, il modello riceve come input uno ietogramma di progetto "sintetico" costruito a partire dalla curva di possibilità pluviometrica corrispondente al tempo di ritorno  $Tr$  prefissato. L'onda di piena ottenuta in output dipende, in questo caso, sia dal tipo di ietogramma di progetto, sia dalle caratteristiche del modello di trasformazione A-D. Il risultato conduce alla definizione di un idrogramma  $q(t)$  caratterizzato da valori della portata al colmo  $Q$  e del volume di piena  $V$  statisticamente significativi, cioè tali da corrispondere nelle distribuzioni di probabilità  $Q(Tr)$  e  $V(Tr)$ , se queste fossero note, al medesimo tempo di ritorno  $Tr$  prefissato.

2) nella seconda metodologia il modello di trasformazione A-D viene utilizzato introducendo in input non già uno ietogramma teorico dedotto dalle curve di possibilità pluviometrica, bensì la serie dei più intensi ietogrammi reali registrati nella stazione pluviometrica prescelta. Si ottiene in output la corrispondente serie delle onde di piena, dalla quale è possibile estrarre i valori delle portate al colmo  $Q$ , dei volumi di piena  $V$ , ed eventualmente di altre caratteristiche di interesse, su cui effettuare l'elaborazione probabilistica per ottenere le distribuzioni  $Q(Tr)$ ,  $V(Tr)$ . In questo approccio l'informazione pluviografica in ingresso al modello è senz'altro attendibile, pertanto la bontà del risultato dipende dal solo modello di trasformazione A-D.

La prima metodologia è quella più tradizionale e conduce alle più note pratiche di stima delle portate di piena (formula razionale, metodo dell'invaso, metodo della corrivazione o cinematico).

La seconda metodologia è invece raramente applicata, perché richiede che l'informazione pluviografica sia disponibile con un livello di dettaglio che non compare

negli Annali Idrologici pubblicati dal Servizio Idrografico e Mareografico Italiano (S.I.M.I.) e che, anzi, è generalmente di difficile reperibilità. Qualora sia possibile reperire l'informazione pluviografica in modo sufficientemente dettagliato, tuttavia, questa seconda metodologia è senz'altro da ritenere preferibile poiché non necessita di ricorrere a ietogrammi sintetici, i quali, comunque siano calcolati, non possono contenere tutti i caratteri dell'informazione fisica e statistica compresi in una serie di piogge intense reali.

I modelli di trasformazione A-D hanno quindi lo scopo di simulare matematicamente i complessi fenomeni idrologici ed idraulici che si verificano nel bacino sotteso dalla sezione di chiusura in esame come conseguenza di una sollecitazione pluviometrica. La notevole complessità spaziotemporale dei detti fenomeni può essere affrontata con schematizzazione più o meno spinte, e conseguentemente con modelli che hanno filosofie d'impostazione ed algoritmi risolutivi completamente diversi.

I modelli di trasformazione che cercano di aderire il più possibile alla realtà fisica sono quelli cosiddetti *fisicamente basati*; essi tendono a riprodurre *in modo deterministico* la dinamica dei singoli processi idrologici ed idraulici con algoritmi derivanti dall'analisi sperimentale dei processi medesimi. Si tratta di modelli di tipo *distribuito (distributed models)*, nel senso che la simulazione dei fenomeni è effettuata tenendo conto della reale distribuzione spaziale dei fenomeni meteorologici e di tutte le caratteristiche fisiche del bacino. La complessità di tali modelli è pertanto notevole, richiedendo un pesante input di dati descrittivi il bacino, lunghi tempi di calcolo, e notevoli difficoltà di taratura.

Quando invece, come di frequente accade, si dispone di informazioni solo sommarie delle caratteristiche del bacino considerato, con valutazioni spazialmente mediate di pochi elementi conoscitivi, l'adozione di strumenti sofisticati non ha significato e la simulazione viene effettuata con modelli più grossolani, ma di semplice uso. Si usano in tal caso i modelli cosiddetti *globali (lumped models)*, che simulano globalmente i processi idrologici mediante un unico operatore rappresentativo del comportamento medio del bacino o del sottobacino, calcolando l'onda di piena  $q(t)$  nella sezione di chiusura in funzione di un'unica precipitazione ragguagliata  $i(t)$  ed ignorando quindi completamente la variabilità spaziale della stessa. Noi in seguito faremo sempre riferimento a quest'ultima categoria di modelli.

La variabilità dei deflussi nel tempo è interpretata dai **processi stocastici** che ne tendono a simulare la ripetitività.

**Processi stocastici:**

**STAZIONARI** (la variabile non dipende dal tempo)

**INDIPENDENTI** ( la distribuzione della variabile non dipende dal valore precedente)

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

1. la scelta del modello
2. l'identificazione della forma del modello
3. la stima dei parametri
4. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

## **3. CAPITOLO 3**

### **3.1. I MODELLI STOCASTICI PROPOSTI IN LETTERATURA**

Qualunque fenomeno venga considerato in relazione al tempo  $t$  dà luogo ad una serie temporale. Gli esempi che si possono fare sono, pertanto, innumerevoli. Importanti sono i fenomeni appartenenti al mondo economico, alcuni dei quali sono seguiti con particolare interesse allo scopo di individuare tendenze che possano permettere di capire l'evoluzione del fenomeno stesso. Si pensi ad esempio alle serie temporali relative ai prezzi di diverse merci e servizi, alle importazioni ed alle esportazioni, alla bilancia dei pagamenti etc. Possiamo ritrovare esempi di serie temporali anche in altri campi quali l'economia aziendale, la produzione industriale, per la quale l'analisi delle serie storiche ha costituito il punto di partenza per lo studio del "controllo statistico di qualità", la meteorologia.

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

1. la scelta del modello
2. l'identificazione della forma del modello
3. la stima dei parametri
4. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

Si possono schematizzare diverse categorie di serie temporali, riferibili ad altrettante categorie di processi stocastici:

- processi a fenomeno discreto ed a parametro discreto (n. di giorni piovosi in un mese)
- processi a fenomeno discreto ed a parametro continuo (particelle radioattive registrate da un contatore geiger)
- processi a fenomeno continuo ed a parametro discreto (caso più diffuso)
- processi a fenomeno continuo ed a parametro continuo (elettroencefalogramma)

Le serie temporali di interesse idrologico riguardano essenzialmente la successione dei deflussi misurati alle stazioni idrometriche, ed, eventualmente, quella degli afflussi meteorici, misurata ai pluviometri. Si riferiscono quindi al terzo dei casi sopra enunciati (*processi a fenomeno continuo ed a parametro discreto*).

L'analisi statistica delle serie temporali è il passo preliminare per definire criteri di modellazione che possano consentire la generazione di serie sintetiche anche di notevole estensione (si può arrivare fino a migliaia di anni). Queste serie possono essere

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

1. la scelta del modello
2. l'identificazione della forma del modello
3. la stima dei parametri
4. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una utilizzazione sia per quantificare la risorsa disponibile sia per la previsione di eventi idrologici.

strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

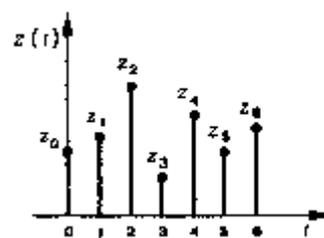
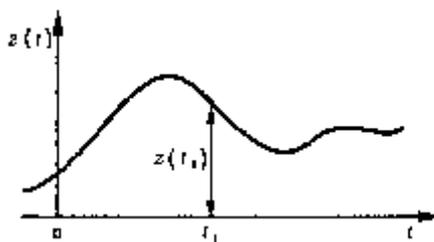
1. la scelta del modello
2. l'identificazione della forma del modello
3. la stima dei parametri
4. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### 3.2. LE SERIE TEMPORALI CONTINUE E DISCRETE

Se si considera una grandezza  $z$  che varia nel tempo  $t$ , quale, ad esempio, la temperatura in un dato luogo, ci si può trovare in presenza di due diverse situazioni:

- 1) la grandezza  $z$  è funzione continua del tempo  $t$  ed in tal caso la indicheremo con  $z(t)$ . In questa ipotesi il diagramma rappresentativo dell'andamento temporale del fenomeno si presenta come indicato nella figura 2.3.a e la serie temporale è detta *continua*;
- 2) la grandezza  $z$  viene rilevata solamente in certi istanti  $t=0, 1, 2, 3, \dots$ . In questa ipotesi il diagramma rappresentativo dell'andamento temporale del fenomeno si presenta come indicato nella figura e la serie temporale è detta *discreta*.



*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

1. la scelta del modello
2. l'identificazione della forma del modello
3. la stima dei parametri
4. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

***Fig.*** *Serie temporale continua (a) e discreta (b).*

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

5. la scelta del modello
6. l'identificazione della forma del modello
7. la stima dei parametri
8. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.3. SERIE DETERMINISTICHE E SERIE PROBABILISTICHE**

Quando si studia una serie temporale ci si può trovare in presenza di due comportamenti, concettualmente ben distinti, indicati, rispettivamente, come *andamento deterministico* ed *andamento stocastico* o probabilistico.

Si dice che un andamento temporale è di tipo deterministico quando si può prevedere il suo sviluppo futuro senza errore. Esempi di andamenti temporali di tipo deterministico sono riportati nella figura. Tali andamenti temporali sono rappresentati da funzioni matematiche che consentono di determinare, in modo certo, il loro valore in qualunque istante  $t$ .

Molti comportamenti temporali sono invece caratterizzati da andamenti erratici, con oscillazioni irregolari di segno positivo e negativo. Sono queste le caratteristiche degli andamenti di tipo stocastico il cui nome deriva dal fatto che essi si possono spiegare come manifestazioni di eventi casuali. Rispetto al problema della previsione, questi fenomeni si presentano in modo esattamente opposto a quelli deterministici, in quanto la previsione delle loro future manifestazioni è sempre affetta da errori.

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

9. la scelta del modello
10. l'identificazione della forma del modello
11. la stima dei parametri
12. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.4. PROPRIETÀ PROCESSI STOCASTICI**

Le serie storiche di altezza di precipitazione ben si prestano ad essere interpretate attraverso modelli di tipo stocastico. Tali modelli descrivono il comportamento di una grandezza  $X(P)$  in funzione del vettore di parametri  $P$ . I Processi Stocastici sono quei modelli in cui la variabile casuale  $X$  è funzione solo del tempo, cosicché essa è definita nel dominio  $\Omega \times T$ , dove  $\Omega$  rappresenta lo spazio delle realizzazioni e  $T$  l'asse dei tempi. In questo caso si indica con  $x(\omega, t)$  la realizzazione di un processo  $X(t)$ . In seguito, si utilizzerà un simbolismo abbreviato, denotando la variabile stocastica con  $x(t)$ , rendendo  $\omega$  implicita nella notazione. I processi stocastici possono essere a tempo discreto o a tempo continuo se il dominio temporale è rispettivamente discreto o continuo.

Da un punto di vista matematico, nel caso di tempo discreto, il processo è completamente definito se si conoscono tutte le **funzioni densità di probabilità congiunta**

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

9. la scelta del modello
10. l'identificazione della forma del modello
11. la stima dei parametri
12. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$f(x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n))$$

Valgono inoltre le relazioni fondamentali derivanti dalla definizione di **funzione densità di probabilità**:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x(t)) dx = 1$$

Le proprietà del secondo ordine di un processo stocastico sono rappresentate dalla **media**:

$$\mu(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) f(x(t)) dx(t)$$

dalla **varianza**:

$$\sigma^2(t) = Var[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) - \mu(t)]^2 f(x(t)) dx(t)$$

e dalla **covarianza** :

strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

9. la scelta del modello
10. l'identificazione della forma del modello
11. la stima dei parametri
12. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$\text{cov}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t_1) - \mu(t_1)] \cdot [x(t_2) - \mu(t_2)] \cdot f(x(t_1), x(t_2)) dx(t_1) dx(t_2)$$

da cui si ricava anche il **coefficiente di correlazione**:

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{\text{cov}(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)}$$

Questi ultimi due parametri, nel seguito della trattazione, verranno definiti come **autocovarianza** e **coefficiente di autocorrelazione**, per sottolineare il fatto che  $x(t_1)$  e  $x(t_2)$  non rappresentano delle variabili diverse ma semplicemente i valori che possono essere assunti dalla stessa variabile in istanti temporali differenti.

Di particolare interesse è il concetto di stazionarietà di un processo stocastico: si parla di **stazionarietà in senso stretto (o completa stazionarietà)** se le distribuzioni congiunte di ogni ordine non sono funzioni del parametro  $t$ . In una distribuzione del primo ordine ciò implica che:

$$f(x(t_1)) = f(x(t_2)) = \dots = f(x(t_n)) = f(x)$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

9. la scelta del modello
10. l'identificazione della forma del modello
11. la stima dei parametri
12. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una che conduce ai seguenti risultati:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

cioè la media e la varianza non sono funzioni del tempo, ma rappresentano delle costanti del processo.

In modo particolare sono stati utilizzati i modelli autoregressivi (AR), a media mobile (MA) ed autoregressivi a media mobile (ARMA) che saranno illustrati di seguito.

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

13. la scelta del modello
14. l'identificazione della forma del modello
15. la stima dei parametri
16. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.5. I MODELLI STOCASTICI DI BOX E JENKINS**

La moderna teoria delle serie temporali ipotizza che una serie osservata sia una manifestazione di un certo processo o modello stocastico. I modelli di Box e Jenkins, espressione di processi stocastici stazionari, sono quelli che vengono generalmente usati per le indagini sulle serie temporali.

#### **3.5.1. IL PROCESSO STOCASTICO WHITE NOISE**

Prima di esaminare in dettaglio i modelli di Box e Jenkins, si introduce un particolare tipo di processo stocastico, detto White Noise (rumore bianco) che genera delle serie temporali non correlate.

Un processo stocastico White Noise è rappresentato da una serie di prove indipendenti effettuate sulla stessa variabile casuale avente media e varianza costanti. Tale processo dà luogo ad una serie di dati non correlati  $z_1, z_2, z_3, \dots$  che costituiscono, quindi, un processo puramente casuale.

L'equazione del modello White Noise è data semplicemente da:

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

13. la scelta del modello
14. l'identificazione della forma del modello
15. la stima dei parametri
16. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$z_t = a_t \quad (t=1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

Se le variabili, hanno media e varianza costanti, anche la media e la varianza del processo saranno costanti e quindi:

$$E(z_t) = \text{costante} \quad (2)$$

$$\text{var}(z_t) = \text{costante} \quad (3)$$

Inoltre, essendo le variabili casuali  $a_t$  indipendenti, la loro autocovarianza sarà nulla e, quindi:

$$\gamma_k = \text{cov}(z_t, z_{t+k}) = 0 \quad \text{per tutti i valori di } k \quad (4)$$

Pertanto sarà nulla anche la serie dei coefficienti di autocorrelazione  $\rho_k$ , salvo  $\rho_0 = 1$ .

Il processo stocastico di tipo White Noise è facilmente riconoscibile in quanto, fra tutte le autocorrelazioni, solo  $\rho_0$  è diversa da zero.

Poiché i momenti di primo e secondo ordine non dipendono dal tempo  $t$ , il processo è sicuramente caratterizzato da una stazionarietà debole.

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

13. la scelta del modello
14. l'identificazione della forma del modello
15. la stima dei parametri
16. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.5.2. MODELLO AFFLUSSI- DEFLUSSI BOX E JENKINS**

E' un modello che considera la combinazione trasferimento (precipitazioni e portate nella sezione di chiusura) più disturbo (approssimazione nelle misure ideologiche utilizzate per la taratura)

$$\bar{q}_t = \omega(B)\bar{p}_t + N_t$$

dove:

$\bar{q}_t$  è il deflusso, a media nulla, all'istante t;

$\bar{p}_t$  è l'afflusso, a media nulla, all'istante t.

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.6. IL MODELLO AR (P)**

I modelli autoregressivi (AR) sono stati largamente utilizzati in idrologia sin dal 1960, per lo studio di serie idrologiche. L'applicazione di questi modelli ha trovato ampio spazio perché la forma autoregressiva presenta una dipendenza di tipo temporale (il valore di una variabile dipende dal valore che essa assume nell'istante precedente) e, inoltre, si tratta di modelli semplici da utilizzare.

Lo sviluppo dei modelli AR in idrologia è avvenuto in due periodi: quello degli anni 60 avvenuto con Thomas e Fiering e quello della decade successiva

#### **Equazione del modello**

La forma generale di un processo autoregressivo di ordine p, indicato sinteticamente con AR(p), è espressa dalla relazione:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-1} + \Phi_2 z_{t-2} + \dots + \Phi_p z_{t-p} + a_t \quad (5)$$

e risulta, quindi, come una "somma ponderata di valori passati di  $z_t$  alla quale si aggiunge un disturbo  $a_t$  calcolato sul valore attuale  $t$  del tempo".

La relazione (5) si può anche scrivere come:

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$z_t - \Phi_1 z_{t-1} - \Phi_2 z_{t-2} - \dots - \Phi_p z_{t-p} = a_t \quad (6)$$

Utilizzando l'operatore all'indietro (backward) B, definito dalla relazione:

$$B z_t = z_{t-1} \quad (7)$$

si ha:

$$(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p) z_t = a_t \quad (8)$$

e quindi, indicando con  $\Phi(B)$  la quantità fra parentesi, si può sintetizzare come segue:

$$\Phi(B) z_t = a_t \quad (9)$$

Se il processo non è a media nulla nell'equazione che esprime il modello AR(p) si aggiunge una costante  $\delta$  che misura il "livello del processo" (approssima la sua media se esso è stazionario):

$$\Phi(B) z_t = a_t + \delta$$

### Stazionarietà

La condizione affinché un processo AR(p) sia stazionario è legata alle radici dell'equazione caratteristica che si ottiene uguagliando a zero l'operatore  $\Phi(B)$ :

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p = 0 \quad (10)$$

Considerando B come incognita si dimostra che la stazionarietà di un processo AR(p) si ha quando le radici dell'equazione caratteristica (10) sono in modulo maggiori dell'unità.

### **Invertibilità**

L'utilizzo di un modello di Box-Jenkins richiede, in generale, anche l'esame del problema dell'invertibilità. Nel caso particolare del processo AR(p) questo esame è superfluo in quanto si può dimostrare che non si richiede alcuna condizione ai parametri  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$ , affinché il modello sia invertibile.

### **Valor medio**

Se le v.c.  $a_t$  hanno valor medio nullo, il valore medio atteso del processo AR(p) è dato da:

$$E(z_t) = \delta / (1 - \Phi_1 - \Phi_2 - \dots - \Phi_p) \quad (11)$$

### **Varianza ed autocovarianza**

La varianza  $\gamma_0$  e le autocovarianze  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p$  si calcolano mediante le relazioni:

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$\gamma_0 = \Phi_1 \gamma_1 + \Phi_2 \gamma_2 + \dots + \Phi_p \gamma_p + \sigma_a^2 = \sigma_z^2 = \text{var}(z) \quad (12)$$

$$\gamma_k = \Phi_1 \gamma_{k-1} + \Phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \Phi_p \gamma_{k-p} \quad k=1, 2, \dots, p \quad (13)$$

dove con  $\sigma_a^2$  si indica la varianza della componente casuale del processo.

Si nota che le autocovarianze teoriche del processo AR(p) sono in numero infinito.

Per i valori di  $\gamma_j$  (con  $j > p$ ) si ricorre ancora ad una relazione del tipo:

$$\gamma_j = \Phi_1 \gamma_{j-1} + \Phi_2 \gamma_{j-2} + \dots + \Phi_p \gamma_{j-p} \quad (j > p) \quad (14)$$

che prende nome di equazione di Yule-Walker.

La relazione (14) è molto utile in quanto consente di risolvere due problemi:

- 1) una volta noto un certo modello AR(p) e, quindi, noti i valori dei parametri  $\Phi_1, \dots, \Phi_p$  si possono calcolare le autocovarianze teoriche corrispondenti al modello scelto;
- 2) se di un dato modello sono ignoti i parametri  $\Phi_1, \dots, \Phi_p$ , questi possono essere stimati sostituendo ai valori teorici delle autocovarianze i corrispondenti valori campionari  $c_1, \dots, c_p$  che si ricavano dalla serie osservata (metodo dei momenti).

### Autocorrelazione

Se si divide la relazione (13) per  $\gamma_0$  si ottiene la formula ricorrente:

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$\rho_k = \Phi_1 \rho_{k-1} + \Phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \Phi_p \rho_{k-p} \quad k=1,2,3,\dots \quad (15)$$

anch'essa nota con il nome di equazione di Yule-Walker.

Partendo da  $\rho_0=1$  si ottengono, con la formula ricorrente (15), tutti gli altri coefficienti di autocorrelazione teorica del processo  $AR(p)$ . Analogamente a quanto notato per le autocovarianze, la relazione (15) consente di risolvere due problemi, e precisamente:

- 1) calcolare le autocorrelazioni quando è noto il modello  $AR(p)$ ;
- 2) stimare i parametri  $\Phi_1, \dots, \Phi_p$  sostituendo ai valori teorici delle autocorrelazioni i corrispondenti valori campionari  $r_1, \dots, r_p$  desunti dalla serie osservata (metodo dei momenti).

### Correlogramma

Il correlogramma di un processo  $AR(p)$ , come si evince dalla (15) è costituito da infiniti termini. Si può, inoltre, dimostrare che questi infiniti termini possono tendere a zero in modo monotono oppure con oscillazioni a seconda del valore assunto dai parametri del modello.

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **Autocorrelazione parziale**

Nel modello  $AR(p)$  l'autocorrelazione parziale è uno strumento molto importante in quanto è costituita da  $p$  termini, cioè esattamente da tanti termini quanto è l'ordine del processo. Si dimostra, infatti, che i coefficienti di autocorrelazione parziale  $\Phi_{kk}$  sono nulli per  $k > p$ . Si vede dunque l'utilità dell'autocorrelazione parziale dal momento che quella totale è sempre costituita da infiniti termini in tutti i processi  $AR(p)$ .

### **Caso particolare: il processo $AR(1)$**

#### **Equazione del modello**

La forma generale del processo autoregressivo di ordine 1, indicato sinteticamente con  $AR(1)$ , è espressa dalla relazione:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-1} + a_t \quad (16)$$

Da questa relazione risulta che il valore della serie temporale al tempo  $t$ , ossia  $z_t$ , è uguale ad una frazione del valore precedente  $z_{t-1}$  aumentata (in senso algebrico) della componente casuale  $a_t$ .

#### **Stazionarietà**

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

La condizione affinché un processo  $AR(1)$  sia stazionario richiede che le radici dell'equazione caratteristica nell'incognita  $B$ :

$$1 - \Phi_1 B = 0 \quad (17)$$

siano esterne al cerchio di raggio unitario. Ciò equivale a dire che, per la stazionarietà, deve essere verificata la disuguaglianza (questa volta applicata al parametro  $\Phi$ ):

$$|\Phi| < 1 \quad (18)$$

### **Valor medio**

Se le v.c.  $a_t$  hanno come valor medio  $E(a_t)=0$ , il valore medio atteso del processo  $AR(1)$  è anch'esso nullo:

$$E(z_t) = 0 \quad (19)$$

### **Varianza**

La varianza del processo è data dalla relazione:

$$\sigma^2 = \sigma_a^2 / (1 - \Phi_1^2) = \gamma_0 \quad (20)$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

Dalla relazione precedente si ha una conferma al fatto che deve risultare  $|\Phi_1| < 1$ . Infatti, affinché il processo abbia varianza positiva, il parametro  $\Phi_1$  deve essere minore dell'unità, come rilevato in precedenza a proposito della stazionarietà.

### **Autocovarianza**

L'autocovarianza di un processo  $AR(1)$  si ricava mediante la relazione:

$$\gamma_k = \sigma_a^2 \Phi_1^k / (1 - \Phi_1^2) = \gamma_0 \quad k=1,2,3,\dots \quad (21)$$

Se si tiene conto dell'espressione della varianza del processo, si può scrivere, più semplicemente:

$$\gamma_k = \gamma_0 \Phi_1^k \quad k=1,2,3,\dots \quad (22)$$

### **Autocorrelazione**

Dalla relazione (22) si ricavano immediatamente le autocorrelazioni del processo che sono espresse da:

$$\rho_k = \Phi_1^k \quad k=1,2,3,\dots \quad (23)$$

### **Correlogramma**

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

17. la scelta del modello
18. l'identificazione della forma del modello
19. la stima dei parametri
20. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

Il correlogramma di un processo  $AR(1)$ , sempre costituito da infiniti termini, ha forma diversa a seconda del segno assunto dal parametro  $\Phi_1$  del modello.

#### **Autocorrelazione parziale**

Nel modello  $AR(1)$ , per quanto detto in precedenza, l'autocorrelazione parziale è costituita da un solo termine. L'espressione è:

$$\Phi_{11} = \Phi_1 = \rho_1 \quad (24)$$

$$\Phi_{kk} = 0 \text{ per } k > 1 \quad (25)$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

21. la scelta del modello
22. l'identificazione della forma del modello
23. la stima dei parametri
24. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.7. IL MODELLO MA(Q)**

#### **Equazione del modello**

Nel processo a media mobile il valore assunto all'istante  $t$  dalla variabile trasformata  $Z$ , sempre definita come differenza tra la  $X$  e la sua media  $\mu(x)$  (la quale è costante nel tempo, data la stazionarietà del processo), è una combinazione lineare dei valori assunti dal rumore bianco a all'istante considerato e ad un numero finito  $q$  di istanti precedenti.

La forma generale di un processo a media mobile di ordine  $q$  (Moving Average model), indicato sinteticamente con  $MA(q)$ , è espressa dalla relazione:

$$Z_t = a_t + \Psi_1 a_{t-1} + \Phi_2 a_{t-2} + \dots + \Phi_q a_{t-q} \quad (26)$$

E risulta, quindi, come una "somma ponderata dei valori di una successione di variabili casuali indipendenti, aventi media e varianza costanti".

E' consuetudine, nell'espressione di un modello a media mobile, indicarne i parametri con la lettera  $\Theta$  per cui, ponendo  $\Psi_i = -\Theta_i$ , si ha:

$$Z_t = a_t + \Theta_1 a_{t-1} + \Theta_2 a_{t-2} + \dots + \Theta_q a_{t-q} \quad (27)$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

21. la scelta del modello
22. l'identificazione della forma del modello
23. la stima dei parametri
24. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

Utilizzando l'operatore all'indietro backward, la (27) può essere scritta sinteticamente come:

$$z_t = \Theta(B) a_t \quad (28)$$

avendo indicato con  $\Theta(B)$  l'operatore  $MA(q)$  espresso dalla relazione

$$\Theta(B) = 1 - \dots - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_q B^q \quad (29)$$

### **Stazionarietà**

Poiché la serie (27) è finita, nessuna restrizione è necessaria per i parametri del modello Media Mobile per assicurarne la stazionarietà.

### **Invertibilità**

Una proprietà che i processi  $MA(q)$  devono soddisfare è l'invertibilità: un processo stocastico si definisce *invertibile* se esiste una funzione lineare  $b(\cdot)$  e un processo white noise a tale che:

$$Z_t = b(Z_{t-1}, \dots) + a_t$$

L'invertibilità rappresenta, pertanto, la possibilità di esprimere il valore della variabile casuale all'istante  $t$  in funzione dei valori assunti dalla stessa nel passato; è

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

21. la scelta del modello
22. l'identificazione della forma del modello
23. la stima dei parametri
24. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una chiaro come un processo AR(p) sia sempre invertibile, mentre tale proprietà non è sempre verificata per un processo MA(q), per il quale devono essere imposti dei vincoli sui valori dei parametri.

In maniera duale si può dimostrare come un processo MA(q) sia sempre stazionario, mentre, affinché tale proprietà sia soddisfatta per un processo AR(p), devono essere imposti dei vincoli sui valori dei parametri.

La valutazione dell'invertibilità del modello stocastico è particolarmente interessante in quanto nei modelli a media mobile esiste il problema della molteplicità dei modelli, ossia, ad una certa funzione di autocorrelazione possono corrispondere due o più modelli diversi.

Questo fatto sarà mostrato in seguito con riferimento al caso semplice del modello MA(1).

La condizione affinché un processo  $MA(q)$  sia invertibile si desume dalle radici dell'equazione caratteristica:

$$1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_q B^q = 0 \quad (30)$$

*L'importanza della modellazione dei deflussi  
In studi che interessano la valutazione delle precipitazioni in sezioni non  
strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente  
lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere  
all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

21. la scelta del modello
22. l'identificazione della forma del modello
23. la stima dei parametri
24. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una Si dimostra che l'invertibilità di un processo  $MA(q)$  si ha quando le radici della (30), sono in modulo maggiori dell'unità.

### **Valor medio**

Se le v.c.  $a_t$  hanno come valor medio  $E(a_t)=0$ , il valore medio atteso del processo  $MA(q)$  è pure nullo e, quindi:

$$E(z_t) = 0 \quad (31)$$

### **Autocovarianza e varianza**

Le autocovarianze in un processo  $MA(q)$  si calcolano mediante le relazioni:

$$\gamma_k = (-\Theta_k + \Theta_1\Theta_{k-1} + \Theta_2\Theta_{k-2} + \dots + \Theta_q\Theta_{k-q})\sigma_a^2 \quad k=1,2,\dots,q \quad (32)$$

$$\gamma_k = 0 \quad k > q \quad (33)$$

dove con  $\sigma_a^2$  si indica la varianza delle componenti casuali del processo.

Dalle relazioni precedenti si evince che il processo  $MA(q)$  è sempre stazionario in quanto le grandezze ora viste non dipendono dal tempo  $t$ .

### **Autocorrelazione**

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

21. la scelta del modello
22. l'identificazione della forma del modello
23. la stima dei parametri
24. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una Dalle relazioni (32) e (34) si ricava subito:

$$\begin{aligned} \rho_k &= \frac{-\Theta_k + \Theta_1\Theta_{k-1} + \dots + \Theta_q\Theta_{q-k}}{1 + \Theta_1^2 + \dots + \Theta_q^2} & k=1,2,\dots,q \\ \rho_k &= 0 & k>q \end{aligned} \quad (35)$$

(36)

### **Correlogramma**

Il correlogramma di un processo  $MA(q)$ , come si evince dalle (35) e (36), è costituito da  $q$  termini e questa informazione è estremamente preziosa in quanto, se ciò si verifica in un correlogramma empirico, consente di orientarsi verso tale modello.

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

25. la scelta del modello
26. l'identificazione della forma del modello
27. la stima dei parametri
28. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.8. IL MODELLO ARMA(P,Q)**

Per descrivere in modo soddisfacente il comportamento di una serie temporale con un processo autoregressivo di ordine  $p$  oppure con un processo di media mobile di ordine  $q$  è possibile che si debba prendere in considerazione un valore di  $p$  o di  $q$  molto alto.

Senza aumentare eccessivamente il numero dei parametri del processo può risultare vantaggioso usare un processo misto che include un processo autoregressivo di ordine  $p$  ed un processo a media mobile di ordine  $q$ .

La costruzione del modello ARMA di una serie storica stazionaria sulla base di un campione di  $n$  dati avviene seguendo tre fasi.

Nella prima si specificano i valori di  $p$  e  $q$  del suo ordine, quindi si stimano i parametri del modello, e nella terza fase si analizzano i residui per verificare che tutto ciò che di sistematico poteva essere estratto dalla serie e rappresentato in forma ARMA sia stato considerato. Se questa verifica dà risultato negativo, si specifica un secondo

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

25. la scelta del modello
26. l'identificazione della forma del modello
27. la stima dei parametri
28. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una modello e si ripete la procedura fino a che l'analisi dei residui non dia un esito soddisfacente.

Si illustra, in questo paragrafo, la specificazione di un modello ARMA secondo la tecnica sviluppata da G.E.P. Box e G.M. Jenkins (1970), che ancora mantiene intatte le doti originarie di semplicità e di efficienza, se non di rigore.

### **Equazione del modello**

I due processi considerati separatamente possono venire composti in un unico modello misto in base alla seguente considerazione.

Il modello  $AR(p)$  si presenta nella forma:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-1} - \Phi_2 z_{t-2} - \dots - \Phi_p z_{t-p}$$

Si suppone, quindi, che il residuo sia costituito dalla variabile casuale  $a_t$  le cui manifestazioni siano normali, indipendenti, con media nulla e varianza costante.

In diversi casi è stato però constatato che questo residuo ha le caratteristiche di una media mobile di ordine  $q$ , sempre sulla variabile  $a_t$  e, quindi, risulta del tipo:

$$Z_t = a_t - \Theta_1 a_{t-1} - \dots - \Theta_q a_{t-q}$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

- 25. la scelta del modello
- 26. l'identificazione della forma del modello
- 27. la stima dei parametri
- 28. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una L'equazione del modello misto autoregressivo di ordine p con media mobile di ordine q, indicato con ARMA(pq), è, quindi:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-1} - \Phi_2 z_{t-2} - \dots - \Phi_p z_{t-p} + a_t - \Theta_1 a_{t-1} - \dots - \Theta_q a_{t-q}$$

Ricorrendo all'operatore B si ottiene l'espressione:

$$\Phi(B) z_t = \Theta(B) a_t$$

in cui:

$$\Phi(B) = \Phi_1 z_{t-1} - \Phi_2 z_{t-2} - \dots - \Phi_p z_{t-p}$$

rappresenta l'operatore autoregressivo e

$$\Theta(B) = 1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_q B^q$$

rappresenta l'operatore media mobile.

L'importanza pratica del modello misto risiede nel fatto che per molte serie temporali esso richiede un numero di parametri inferiore a quelli necessari per un modello autoregressivo puro.

Vale anche la pena sottolineare che i processi AR(p) e MA(q) equivalgono a processi ARMA(p,0) e ARMA(0,q).

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

25. la scelta del modello
26. l'identificazione della forma del modello
27. la stima dei parametri
28. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

Nel caso di un processo ARMA(p,q), la condizione di stazionarietà deve essere verificata per la sola componente autoregressiva, mentre l'invertibilità deve essere verificata per la sola componente di media mobile.

### **Stazionarietà**

La condizione affinché un processo ARMA(p,q) sia stazionario è legata ancora alle radici dell'equazione caratteristica della parte autoregressiva del modello, che si ottiene uguagliando a zero l'operatore  $\Phi(B)$  considerando B come incognita:

$$1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_p B^p = 0$$

### **Invertibilità**

La condizione affinché un processo ARMA(p,q) sia invertibile si desume dalle radici dell'equazione caratteristica della parte media mobile del modello, che si ottiene, uguagliando a zero l'operatore  $\Theta(B)$  considerando B come incognita:

$$\Theta(B) = 1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_q B^q = 0$$

### **Valor medio**

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

25. la scelta del modello
26. l'identificazione della forma del modello
27. la stima dei parametri
28. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una  
Se il processo misto è completo, e quindi contiene anche una costante  $\delta$ , la media teorica del modello risulta:

$$E(z_t) = \delta + \Phi_1 E(z_{t-1}) + \dots + \Phi_p E(z_{t-p}) + E(a_t) - \Theta_1 E(a_{t-1}) - \dots - \Theta_q E(a_{t-q})$$

da cui si ricava in modo semplice che:

$$E(z_t) = \delta (1 - \Phi_1 - \Phi_2 - \dots - \Phi_p)$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

29. la scelta del modello
30. l'identificazione della forma del modello
31. la stima dei parametri
32. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.9. MODELLO STOCASTICO PARMA(1,1) (PERIODIC AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE)**

Rappresenta la combinazione di un processo autoregressivo (*AR*) e di un processo a media mobile (*MA*):

$$d_t = \phi_1 d_{t-1} + \phi_2 d_{t-2} + \dots + \phi_p d_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

dove:

$d_t = D_t - \mu(D_t)$  è il deflusso t-esimo a media nulla;

$d_{t-1}, \dots, d_{t-p}$  sono i deflussi (t-p)-esimi a media nulla;

$\phi_1, \dots, \phi_p$  sono i parametri autoregressivi;

$\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$  sono i valori assunti dal rumore bianco;

$\theta_1, \dots, \theta_q$  sono parametri del processo a media mobile;

$\varepsilon_t$  è il valore t-esimo assunto dal rumore bianco, che rappresenta un processo stazionario ed indipendente individuato dalla distribuzione di probabilità normale con

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

29. la scelta del modello
30. l'identificazione della forma del modello
31. la stima dei parametri
32. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una media nulla e scarto  $\sigma^2(\varepsilon)$ . Se si considera un modello ARMA(1,1), l'espressione si semplifica nel seguente modo:

$$d_t - \phi_1 d_{t-1} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

in cui i parametri risultano essere  $\phi_1$  e  $\theta_1$ .

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

33. la scelta del modello
34. l'identificazione della forma del modello
35. la stima dei parametri
36. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.10. MODELLO STOCASTICO A BASE CONCETTUALE**

Questo modello si basa sull'assunzione che, per bacini dell'Italia Meridionale, in cui si possa trascurare l'apporto dovuto allo scioglimento delle nevi, i deflussi mensili possano considerarsi determinati dalla somma di quattro contributi:

1) falde profonde: contributi che provengono dalle falde acquifere, che hanno, in genere, tempi di esaurimento dell'ordine degli anni;

2) falde stagionali: contributi che insistono in formazioni geologiche superficiali, o che provengono da sorgenti di sfioro, ed in genere si esauriscono entro la stagione secca;

3) deflusso ipodermico: contributo dovuto al drenaggio del suolo, avente esaurimento plurigiornaliero;

4) deflusso superficiale: apporto derivante dal ruscellamento superficiale, avente ritardo variabile da qualche ora ad alcuni giorni in funzione delle dimensioni del bacino.

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

37. la scelta del modello
38. l'identificazione della forma del modello
39. la stima dei parametri
40. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

### **3.11. MODELLO AFFLUSSI-DEFLUSSI DI BACCHI E MAIONE**

In uno studio riguardante l'analisi regionale dei deflussi superficiali (Bacchi e Maione 1983) per la Regione Calabria, gli autori hanno ritenuto, considerata l'elevata stagionalità degli afflussi e dei deflussi mensili, modelli autoregressivi stazionari non sono adatti alla risoluzione del problema. Sono stati pertanto presi in considerazione modelli del tipo Box e Jenkins e Thomas-Fiering: questi ultimi più adatti dei primi in quanto, anche considerando intervalli temporali ristretti, riescono a riprodurre serie sintetiche che ben si adattano a rappresentare il fenomeno realmente per così come si è verificato.

Il modello stocastico proposto è espresso dalla seguente relazione:

$$q_t = f(q_{t-1}, \dots, q_{t-k}; p_t, p_{t-1}, \dots, p_{t-m}; \theta_1, \dots, \theta_s) + \varepsilon_t$$

Eseguite le stime dei parametri si può procedere alla regionalizzazione dei modelli, attraverso l'analisi delle correlazioni tra i parametri e alcune caratteristiche dei bacini.

Volendo, quindi, procedere all'estrapolazione spaziale dei risultati ottenuti, per rendere il procedimento utilizzato valido in più punti, si è riscontrata la difficoltà

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

37. la scelta del modello
38. l'identificazione della forma del modello
39. la stima dei parametri
40. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una derivante dall'elevato numero di parametri da cui un modello si fatto dipende. Occorre, perciò, individuare una metodologia alternativa che parte dall'assunto che i regimi idrometrici caratteristici dei corsi d'acqua della Calabria Settentrionale possono ricondursi a due tipi fondamentali:

- *regime prettamente pluviale*, che caratterizza bacini con quote medie inferiori a 1000 m mslm;

- *regime intermedio tra il pluviale e il nivale*.

Della stessa caratterizzazione non risente però il regime pluviometrico, con un andamento uniforme in tutta la regione. Da queste considerazioni è stato dedotto che i deflussi mensili, relativi a bacini appartenenti ad uno dei due tipi fondamentali individuati, sono tra loro proporzionali e proporzionali al rapporto tra i rispettivi deflussi medi annui: ne consegue che detto  $x_t$  il deflusso mensile relativo ad una generica sezione, il deflusso  $y_t$  relativo ad un bacino simile si ottiene dalla relazione:

$$y_t = k x_t$$

e lo stesso vale per il deflusso medio e gli scarti quadratici medi:

$$E(y_t) = k E(x_t)$$

*strumentate o per cui si dispone di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.*

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

37. la scelta del modello
38. l'identificazione della forma del modello
39. la stima dei parametri
40. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$\sigma(y_t) = k \sigma(x_t)$$

mentre:

$$cv = \frac{\sigma(x_t)}{\mu(x_t)} = \text{cost}$$

Per rendere applicabile la metodologia messa a punto gli autori hanno evidenziato la necessità di conoscere il valore del deflusso medio annuo, per cui si è individuato un legame di questo valore con le caratteristiche fisiografiche e climatiche della regione giungendo ad una formulazione del tipo:

$$\bar{q} = \alpha S^{\beta_1} P^{\beta_2} H^{\beta_3}$$

con i parametri  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  stimati sulla base dei dati registrati.

Il modello autoregressivo afflussi-deflussi cui si ricorre è del tipo:

$$\bar{q}_t = \omega(B)\bar{P}(t)$$

in cui gli afflussi devono ritenersi noti.

Il legame tra afflussi e deflussi secondo il modello proposto da Bacchi e Maione si riconduce all'espressione:

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

37. la scelta del modello
38. l'identificazione della forma del modello
39. la stima dei parametri
40. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

$$\bar{q}_{i,j} = \alpha_1 \cdot \bar{q}_{i,j-1} + \omega_0 \cdot \bar{p}_{i,j}$$

dove:

$$\bar{q}_{i,j} = q_{ij} - \mu(q_j)$$

è la differenza tra il deflusso del mese j-esimo dell'anno i-esimo ( $q_{ij}$ ) e la media degli N deflussi nel mese j-esimo, con N numero di anni di osservazione;

$$\bar{p}_{i,j} = p_{i,j} - \mu(p_j)$$

è la differenza tra l'afflusso del mese j-esimo dell'anno i-esimo ( $p_{i,j}$ ) e la media degli afflussi del mese j-esimo;

$$\bar{q}_{i,j-1} = q_{i,j-1} - \mu(q_{j-1})$$

è la differenza tra il deflusso del mese (j-1)-esimo dell'anno i-esimo ( $q_{i,j-1}$ ) e la media degli N deflussi del mese (j-1)-esimo;

$\alpha_1$  e  $\omega_0$  sono i parametri del modello, legati alle caratteristiche morfologiche del bacino ed all'afflusso medio annuo.

*strumentate o per cui si dispone* **di serie registrate che non sono sufficientemente lunghe al fine di ottenere informazioni utili, risulta indispensabile ricorrere all'uso di tecniche e modelli fisicamente basati.**

---

La modellazione di serie temporali è un processo che può considerarsi allo stesso tempo semplice e complesso, in relazione alle caratteristiche del campione a disposizione, al tipo di modello da usare e alle tecniche di modellazione.

Ad esempio, serie con caratteristiche che non variano nel tempo inducono ad adottare modelli e tecniche di modellazione che sono più semplici di quelli per serie con caratteristiche dipendenti dalla variabile temporale.

Esistono, proposti in letteratura diversi modelli stocastici che possono essere utilizzati per rappresentare serie temporali, alcuni più complessi di altri. Per un tipo particolare di modello vi sono diverse tecniche di stima dei parametri e per testarne la bontà.

In generale, la modellazione di serie storiche può pensarsi suddivisa nei seguenti punti (Box e Jenkins, 1970):

37. la scelta del modello
38. l'identificazione della forma del modello
39. la stima dei parametri
40. la validazione

Un primo fondamentale passo nell'implementazione di un modello necessita una

## 4. CAPITOLO 4

### 4.1. INTRODUZIONE

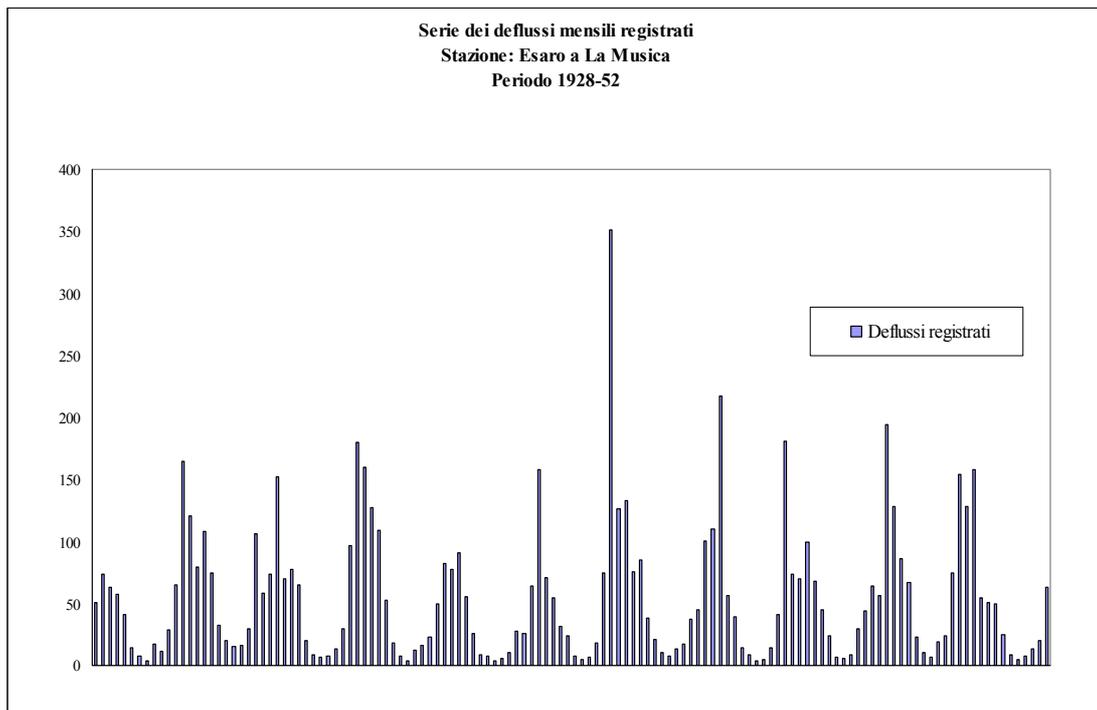
I fenomeni fisici che determinano la formazione dei deflussi superficiali di un corso d'acqua vanno considerati come fenomeni aleatori, nel senso che non è possibile, alla luce delle conoscenze che si hanno sulla loro dinamica, prevedere deterministicamente in che maniera essi evolveranno in futuro.

Ciò comporta che, per studiarli ai fini della predisposizione del bilancio idrico, occorre esaminarli seguendo le leggi della probabilità e della statistica.

Le stazioni idrometriche operative lungo l'asta del Fiume Esaro non consentono una valutazione diretta delle risorse idriche superficiali, in termini di analisi statistica dei deflussi medi, a causa sia della scarsità sia della brevità delle serie storiche misurate.

Tali circostanze ostacolano infatti la possibilità di stimare i deflussi medi annui e mensili in corrispondenza delle "sezioni di interesse" individuabili lungo gli alvei direttamente dai dati osservati agli idrometri.

Per deflusso medio annuo deve intendersi la media pluriennale dei volumi d'acqua annualmente transitati attraverso una data sezione fluviale; i deflussi medi mensili si riferiscono invece ai 12 contributi al valore annuo da parte dei singoli mesi, sempre sulla base della media pluriennale della serie storica. Il rapporto fra deflusso medio mensile ed annuo così definiti fornisce il regime fluviale di un corso d'acqua naturale.



In assenza di serie storiche misurate occorre procedere alla determinazione di serie storiche stimate, mediante tecniche di regionalizzazione idrologica, secondo cui si sopperisce alla mancanza di informazioni locali con elementi conoscitivi desumibili da bacini limitrofi o comunque caratterizzati da omogeneità idrologica col bacino in esame.

L'esigenza di poter ricostruire le serie di dati relativi ai deflussi in scala mensile nella sezione di interesse, ha condotto lo studio verso un'attività di ricerca volta ad investigare, tra le soluzioni proposte in letteratura, quella che meglio consentisse un stima attendibile del dato di interesse.

Risulta da subito evidente che gli studi fin qui svolti hanno richiesto la conoscenza relativa agli afflussi sul bacino in esame. Questo presupposto, non sempre soddisfatto, ha implicato un lavoro a monte, cui si è già accennato in precedenza, relativo all'individuazione di una stazione rappresentativa all'interno del bacino considerato, cui fare riferimento per i dati relativi alle precipitazioni meteoriche. È a partire da tali dati che è stato condotto lo studio successivo, al fine di poter ricostruire le serie dei deflussi per gli anni in cui non si dispone di serie di dati registrati.

Il metodo che si è scelto di validare consiste nell'applicazione di una relazione semplificata della già nota espressione per la determinazione del deflusso medio mensile proposto per lo stesso bacino di studio da Bacchi e Maione. Sostanzialmente si tratta di considerare la componente legata all'afflusso sul bacino (in termini di

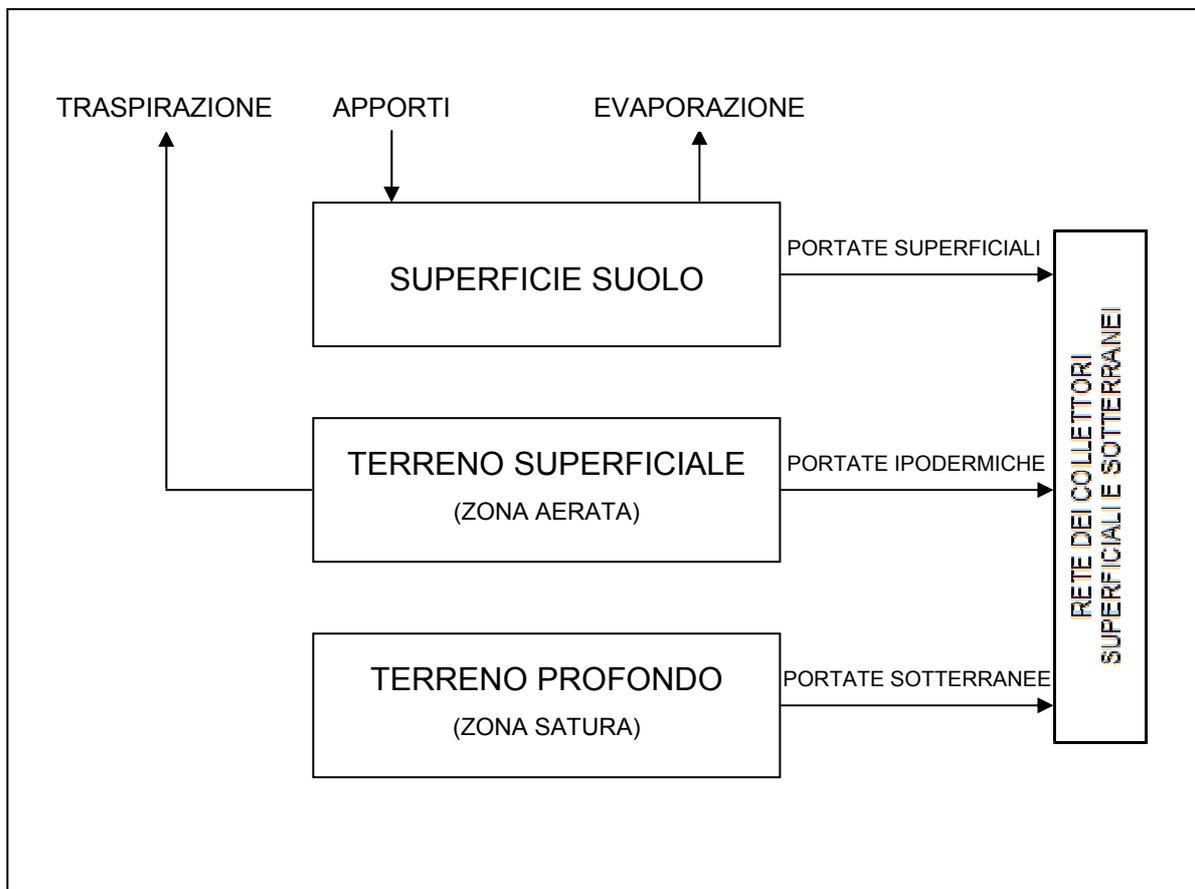
precipitazione) e che tiene conto di un valore del coefficiente di deflusso, stimato sulla base di serie storiche registrate nella stessa sezione di interesse.

Altro fattore che entra in gioco è il valore dell'evapotraspirazione, a partire dalla considerazione del fatto che il bacino di studio è costituito da formazioni litologiche di tipo argilloso e che, perciò, rendono la superficie dello stesso impermeabile.

#### 4.2. SCHEMATIZZAZIONE DEL BACINO IDROGRAFICO

Nel prezioso volumetto di D. Tonini “ La formazione dei deflussi superficiali”, edito nel 1969, uno dei classici sull’ argomento in campo idrologico, l’autore schematizza il bacino idrografico come un sistema idrologico.

Lo schema del complesso sistema è rappresentato nella Fig. 1, nella quale si evidenziano i diversi fenomeni che si verificano nel processo di trasformazione afflussi – deflussi, che di seguito più interessa. Lo schema rappresentato è evidente che risulta valido anche se varia la scala delle grandezze in gioco e si passa dai fenomeni di piena ai fenomeni che caratterizzano la formazione dei deflussi in scala mensile ed annua.



I fattori che intervengono nel processo possono essere sintetizzati, come è ovvio, in un ingresso costituito dalle precipitazioni cadute sulla superficie del bacino, dal complesso operatore rappresentato dal bacino idrografico, rappresentato dai suoi parametri caratteristici (superficie, pendenza dei versanti, altitudine media, densità della rete idrografica ecc.) e, per ultima, l’uscita dal bacino costituita dai volumi d’ acqua che, sotto forma di deflussi, attraversano nello stesso intervallo temporale, la sezione di chiusura del bacino idrografico.

Anche Dooge in “Problems and Methods of Rainfall – Runoff Modelling” nel 1977 rappresenta i processi di trasformazione afflussi – deflussi con uno schema a blocchi, che si riporta nella figura.

Lo schema è rappresentato da tre blocchi:

- a) la superficie del bacino;
- b) la rete idrografica costituita dai corsi d'acqua;
- c) il suolo in cui si svolgono i diversi processi idrologici, come l'evapotraspirazione e l'infiltrazione negli strati più profondi del sottosuolo.

L'evapotraspirazione, che comprende tra le sue componenti l'evaporazione diretta e la traspirazione delle piante, nello scambio suolo atmosfera, svolge un ruolo preponderante nel caso dei terreni, che possono ritenersi praticamente impermeabili.

Dalla superficie del bacino, pertanto, si generano quei deflussi, definiti deflussi superficiali, che direttamente appaiono nella rete idrografica.

L'influenza e l'intervento della rete idrografica, per i fenomeni d'invaso, procurano un ritardo, che nella scala mensile ed annua possono considerarsi del tutto trascurabili.

Nel secondo blocco (il suolo) avvengono una serie di processi, che riducono nel complesso il contributo d'acqua, che scorre in superficie; da un canto viene alimentata la quantità di acqua che viene sottratta dal suolo sotto forma di evapotraspirazione, dall'altra si alimenta il cosiddetto deflusso ipodermico e dall'altra si verifica la ricarica delle acque più profonde, fenomeno definito percolazione.

Si rimarca qui quanto può essere determinante la conoscenza dell'operatore, rappresentato dal sistema bacino idrografico e la necessità di far ricorso a relazioni che semplificano il bilancio idrologico nelle scale particolari in cui si opera.

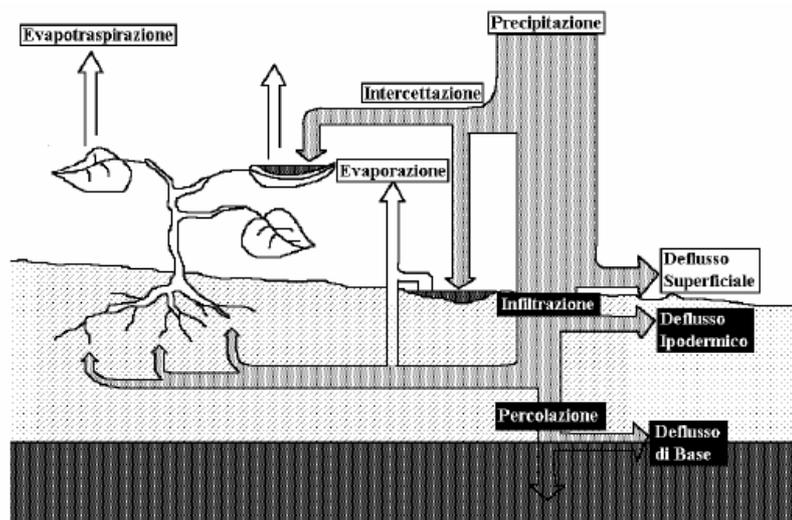
In studi sistematici, che hanno l'obiettivo di scegliere e di applicare modelli idrologici atti alla determinazione dei deflussi disponibili in assegnate sezioni di corso d'acqua naturali, l'esame deve essere rivolto principalmente:

- a) alla determinazione della distribuzione spazio temporale delle precipitazioni cadute sul bacino, e delle caratteristiche del bacino rappresentate dal **regime pluviometrico**;
- b) alla determinazione delle caratteristiche climatiche espresse dalla temperatura, dall'evapotraspirazione e da altri fattori quali i venti dominanti le radiazioni solari e quant'altro influenzano la parte preponderante delle perdite;
- c) alla conoscenza delle caratteristiche geologiche, che influenzano la permeabilità del bacino e quindi la risposta agli ingressi costituiti dagli afflussi meteorici.

### 4.3. CONCETTI GENERALI DELLA TRASFORMAZIONE AFFLUSSI-DEFLUSSI

La dicitura "trasformazione afflussi-deflussi" raggruppa l'insieme di quei diversi processi idrologici che concorrono alla formazione del deflusso, a partire dalla precipitazione meteorica, prima ancora che il deflusso stesso si incanali nella rete idrografica.

Una visione schematica di tali processi è data in fig. 1. Considerando tale schema come rappresentativo del bilancio di massa d'acqua per una porzione elementare di un bacino idrografico, tale bilancio ha come ingresso fondamentale la precipitazione misurata in prossimità del suolo.



**Figura 1:** Schema del bilancio idrologico di una porzione elementare di bacino

Tale precipitazione viene in parte intercettata dalla vegetazione, in parte infiltra nel suolo, in parte ancora va ad accumularsi in piccoli invasi naturali e/o artificiali (pozzanghere, avvallamenti del terreno, impluvi artificiali); la parte rimanente, infine, va a costituire il deflusso superficiale che scorrerà verso la rete idrografica secondo le linee di massima pendenza del terreno.

Il sistema suolo - vegetazione, quindi, costituisce una naturale capacità di invaso, che tende a decurtare la quantità di acqua precipitata che arriverà alla rete idrografica (precipitazione efficace).

Tale decurtazione dipenderà, istante per istante, dalla capacità complessiva di tali invasi, che varierà nel tempo sia a causa del loro progressivo riempimento durante prolungati eventi di pioggia, sia a causa di altri importanti processi di trasferimento dell'acqua che agiscono nel sistema suolo atmosfera. Ad esempio, parte dell'acqua

intercettata e trattenuta dalle superfici foliari e nelle pozzanghere si disperderà di nuovo nell'atmosfera per evaporazione.

Analogamente, una piccola parte dell'acqua infiltrata nel suolo evaporerà direttamente ed una parte più consistente verrà assorbita dalle radici della vegetazione e quindi riemessa nell'atmosfera per evaporazione dagli stomata delle foglie (traspirazione). Ancora, parte dell'acqua infiltrata negli strati superficiali del suolo proseguirà il moto di filtrazione verso gli strati più profondi e le falde (percolazione), mentre una parte, tanto maggiore quanto più elevata è la pendenza del terreno, filtrerà verso la rete idrografica mantenendosi negli strati superficiali (deflusso ipodermico). Parte dell'acqua infiltrata, quindi, andrà ancora a contribuire al deflusso nella rete idrografica, ma con tempi di ritardo, rispetto alla caduta della precipitazione, sensibilmente maggiori (per il deflusso ipodermico) o notevolmente maggiori (per il deflusso dagli strati profondi e dalle falde, detto anche deflusso di base) dei tempi caratteristici del deflusso superficiale. Avendo quindi come obiettivo principale la stima dei deflussi superficiali, la modellazione della trasformazione afflussi - deflussi si basa fundamentalmente sul calcolo, a partire dalla distribuzione spazio - temporale delle piogge, delle perdite che queste subiscono per intercettazione ed infiltrazione. La stima dell'evapotraspirazione influenzerà solo indirettamente la stima di tali perdite, tramite il bilancio di umidità del suolo, da cui dipende il tasso di infiltrazione, ed il bilancio d'acqua dei piccoli invasi, da cui dipende l'intercettazione.

In questa fase dello studio si è proceduto al calcolo del valore dell'evapotraspirazione potenziale, per individuare una relazione possibile tra l'andamento dei valori medi mensili dei deflussi e i valori di ETp calcolati con la formula empirica di Thorn-Waite.

#### 4.4. ANALISI DELLE PERDITE NEL BILANCIO IDROLOGICO

Nelle espressioni riportate in letteratura ed utilizzate nei modelli di trasformazione afflussi – deflussi a diversa scala, si rileva che maggior peso è dato al termine che correla l'ingresso (afflusso) all'uscita (deflusso) nello stesso intervallo temporale (giorno, mese, anno).

E' quindi evidente che la massima attenzione deve essere rivolta alla valutazione delle perdite dirette che si verificano nello stesso intervallo temporale; cioè nel bilancio idrologico non deve trascurarsi nessuna delle componenti, ma a ciascuna si deve assegnare il giusto peso.

Nelle applicazioni a casi concreti, nei quali si procede ad una stima del deflusso corrispondente all' ingresso sul bacino di una precipitazione distribuita in maniera nota sull' intera superficie sottesa dalla sezione di misura, nello stesso intervallo temporale, è necessario formulare delle ipotesi valide sulle leggi che governano il bilancio idrologico nel bacino.

Per minimizzare i volumi di acqua che si invasano nel bacino e non appaiono sotto forma di deflusso nello stesso periodo (mese,anno), nel quale si procede ad un bilancio è sembrato conveniente considerare ed effettuare bilanci che abbraccino periodi di tempo sufficienti lunghi (vedi memorie di C. Viparelli sulla rivista "L'acqua" degli anni 1954 - 55).

Per ottenere, quindi, una stima corretta del deflusso medio annuo, come si mostra nel paragrafo successivo, nel caso di bacini impermeabili o prevalentemente impermeabili (caso dei bacini della regione Calabria e in genere dell' Italia Meridionale ed insulare) nei quali prevalgono le formazioni argillose, il processo di trasformazione afflussi-deflussi può essere rappresentato da una semplice equazione di continuità:

$$a = d + p = d + E_p$$

dove, esprimendo tutte le grandezze considerate in mm di lama d'acqua distribuiti sulla superficie del bacino, si sono indicati con:

- a l'afflusso meteorico medio annuo
- d il deflusso medio annuo
- p le perdite medie annue
- $E_p$  l' evapotraspirazione media annua

**4.5. BILANCIO IDROLOGICO MEDIO ANNUO IN UN BACINO IMPERMEABILE**

Quando è necessario procedere ad un bilancio idrologico di un bacino, quindi procedere alla stima del deflusso medio annuo, non si può prescindere dal considerare le perdite medie che si verificano all'interno dello stesso bacino.

**4.6. CONSIDERAZIONI PER UN BILANCIO IN SCALA MENSILE**

Nei modelli di trasformazione afflussi-deflussi in scala mensile ed annua, cioè nel caso che qui più interessa, occorre tener conto del diverso comportamento del bacino in risposta all' input rappresentato dall'afflusso meteorico nei successivi mesi dell'anno.

Anche per i bacini delle regioni dell'Italia meridionale a clima meno umido, vi sono mesi in cui nel suolo risultano immagazzinati volumi d'acqua che risultano sufficienti a soddisfare il potere evaporante dell'atmosfera, sicché l' evapotraspirazione raggiunge il valore massimo rappresentato dall' evapotraspirazione potenziale ETp.

#### 4.7. DESCRIZIONE DELLA METODOLOGIA ADOTTATA

Ciò che sin qui si è descritto è servito per avere una informazione quanto più attendibile relativa al fenomeno investigato. Dopo aver quindi proceduto a tale disamina, si è passati a verificare che fosse possibile individuare un coefficiente di deflusso – indicato con  $\omega_0$  - variabile da mese a mese, che consentisse di ottenere valori dei deflussi a partire dal dato pluviometrico disponibile.

Il risultato ottenuto è costituito da una informazione che ben si adatta a descrivere il fenomeno reale e tiene conto della variabilità stagionale dei deflussi tipica dei bacini dell'Italia Meridionale.

Le serie di deflussi generate possono essere ottenute mediante un modello stocastico opportunamente tarato sui deflussi osservati in modo che la serie generata conservi in senso statistico alcune caratteristiche della serie originale. In tal modo, ogni singola serie generata può essere considerata come una delle possibili serie che potrebbe verificarsi nel futuro e, di conseguenza, i dati risultanti possono essere visti come un consistente campione della popolazione di tutti i possibili comportamenti del sistema nel futuro.





## **5.2. CARATTERISTICHE MORFOLOGICHE E GEOLOGICHE DEL BACINO DEL FIUME ESARO**

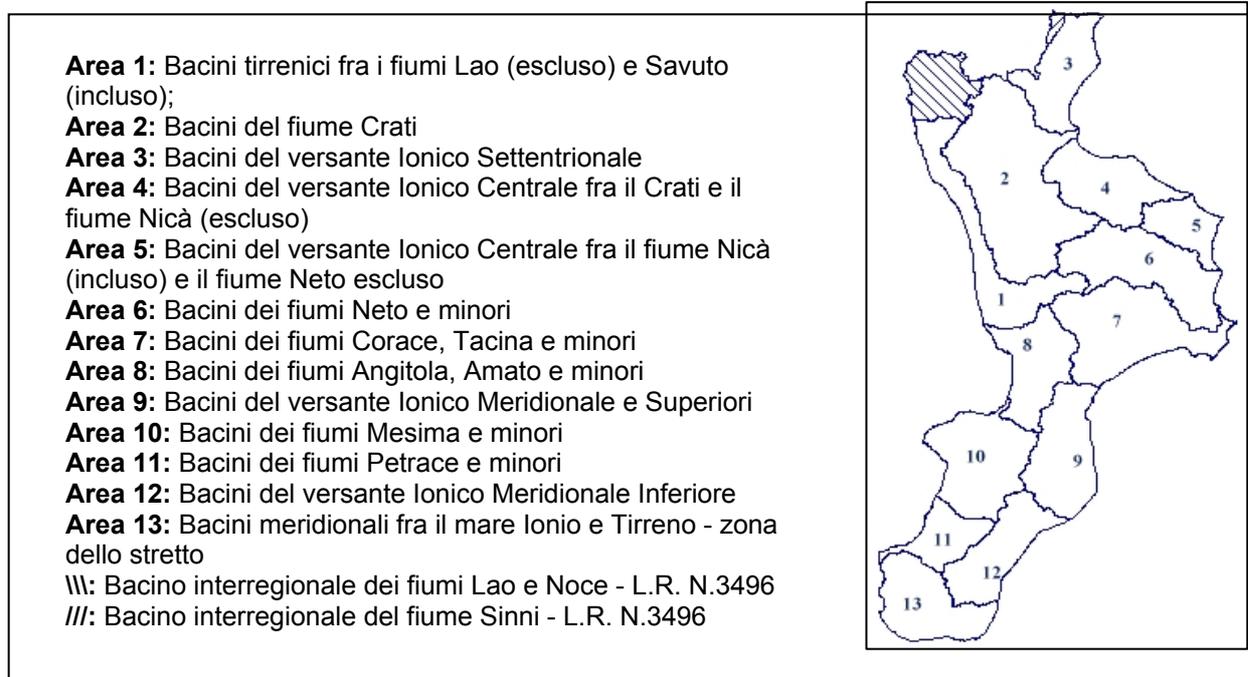
Le caratteristiche morfologiche del bacino del Fiume Esaro sono del tutto analoghe a quelle che caratterizzano i bacini degli altri corsi d'acqua presenti nell'area a nord di Cosenza: elevata pendenza delle aste montane, mancanza di tratti pedemontani, con conseguenti brusche variazioni di pendenza del fondo; tratti montani incassati in versanti giovani con proprietà meccaniche scadenti; tempi di concentrazione delle piogge molto contenuti con conseguente formazione di piene di breve durata ma a elevatissimo contributo unitario; valori elevati di trasporto solido, il cui deposito, non potendo essere selezionato a causa della mancanza di graduale variazione della pendenza, avviene sotto forma di enormi accumuli

L'aspetto morfologico di questi corsi d'acqua, in tal modo, è il risultato di alterne fasi di erosione dal fondo e dai versanti nei tratti di monte e di deposizione in amplissime valli di deposito di materiale a granulometria la più differente. Così il bacino di monte risulta fortemente compromesso, mentre le parti vallive subiscono fenomeni di alluvionamento.

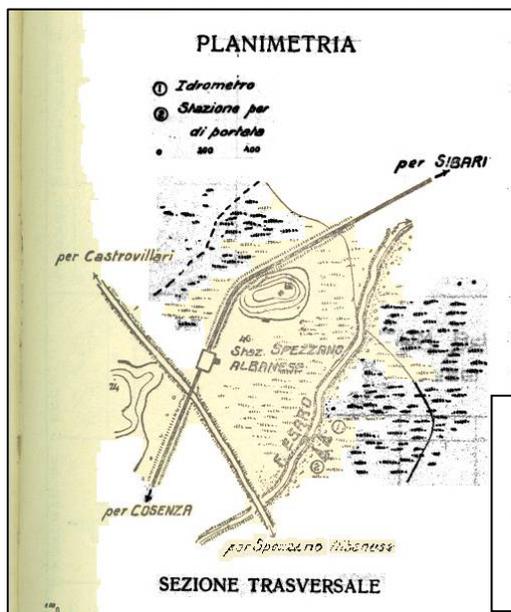
Parte del bacino dell' Esaro, che geograficamente si colloca a nord della foce del Crati, insiste su un territorio la cui natura è carsica con notevole presenza di argille grigio-azzurre, in particolare il terreno è formato da argille plioceniche di base, conglomerati ed alluvioni recenti.

### 5.3. INQUADRAMENTO GEOGRAFICO

In figura si riporta la suddivisione del territorio calabrese per aree di pertinenza dei bacini idrografici.

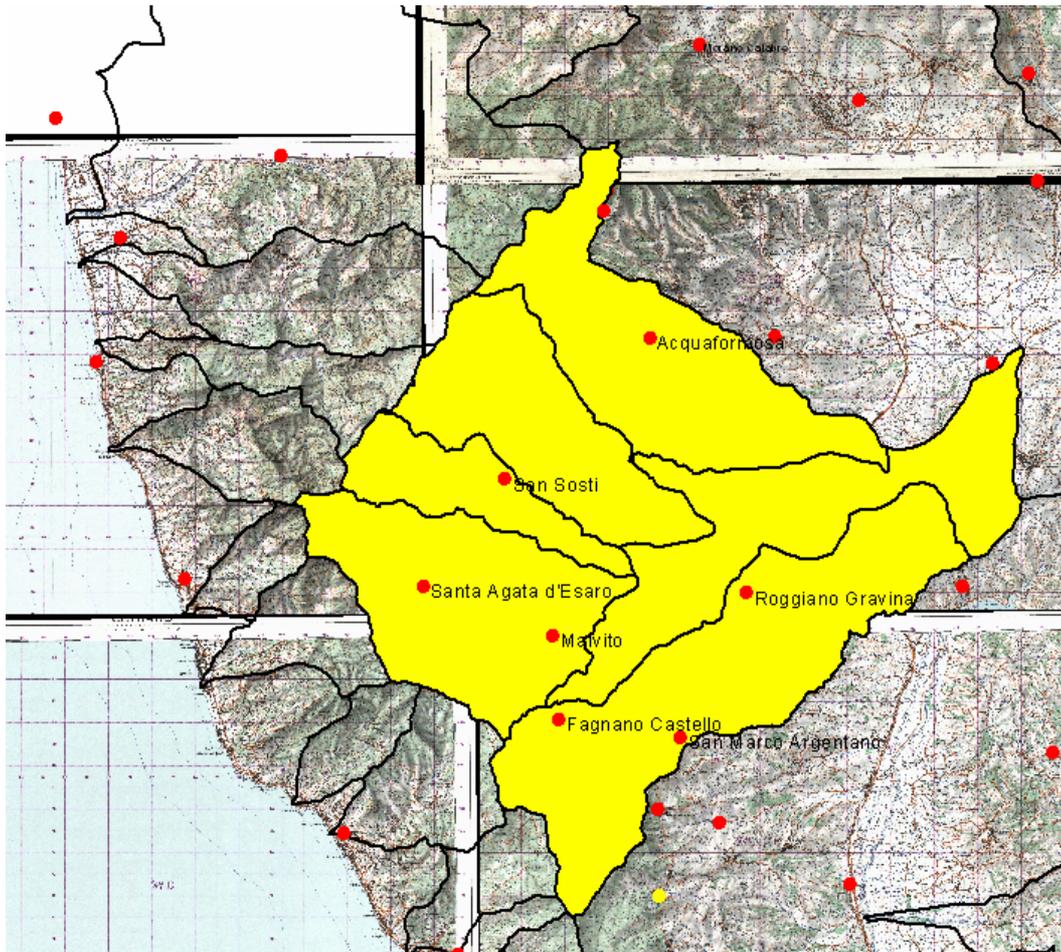


Il bacino di dominio dell'Esaro (area 2 in figura) ha una estensione di 532 Km<sup>2</sup>, con una parte permeabile pari al 65% del totale. L'altitudine media è di 496 m.s.m., mentre la distanza dalla confluenza col Coscile 25 Km (stazione).



**Idrometro di riferimento "Ponte la Musica" :**  
Sulla planimetria è riportata la posizione della stazione idrometrica dell'Esaro a la Musica

#### 5.4. RACCOLTA E ANALISI DELLE INFORMAZIONI IDROMETRICHE DISPONIBILI



Premesso che per ricavare le curve di possibilità di regolazione occorre disporre di serie storiche dei deflussi mensili ed annui e tenuto conto che nella sezione dell'Esaro a Cameli i dati idrometrici disponibili si riferiscono ad un periodo piuttosto breve, si è proceduto all'applicazione di modelli afflussi-deflussi, noti in letteratura, quali:

- Modello A-D Bacchi e Maione;
- Modello A-D Prass.

In tabella sono riportate sinteticamente le informazioni riguardanti i pluviometri

PLUVIOMETRO	PERIODO DI FUNZIONAMENTO
-------------	--------------------------

presenti nell'area di interesse.

Acquafornosa	1921-1987
S. Sosti	1921-2001
S. Agata d'Esaro	1921-2000
Roggiano Gravina	1939-2001
Malvito	1959-2000
Fagnano Castello	1925-1994

S. Marco Argentano	1921-2000
--------------------	-----------

**Caratteristiche del corso d'acqua**

Corso d'acqua	Stazione	Portata media annua (l/sec*K m <sup>2</sup> )	Bilancio idrologico annuo		
			Afflusso meteorico mm	Deflusso mm	Coeff. di deflusso
Esaro	La Musica	20.9	1427	659	0.46

**5.5. STIMA DEI DEFLUSSI E DEGLI AFFLUSSI MENSILI ED ANNI NELLA SEZIONE DI SBARRAMENTO DEL BACINO DELL'ESARO A CAMELI – MODELLO BACCHI E MAIONE**



Da un inquadramento generale dell'area di interesse si identificano le stazioni pluviometriche che ci forniscono di recuperare le informazioni, in termini di afflussi e deflussi, per il periodo di funzionamento di ciascuna di esse: in particolare poi, per il bacino dell'alto Esaro si è presa in considerazione la stazione di S. Agata d'Esaro. Essa però ci fornisce per il periodo di funzionamento, una serie incompleta di dati per cui risulta necessario ricorrere a modelli stocastici di generazione sintetica di serie di deflussi superficiali, mensili ed annui, costruiti sulla base dei dati storici disponibili.

Stazione idrometrica	Bacino principale	Superficie sottesa (Km <sup>2</sup> )	Quota sul mare (m)	Numero anni di funzionamento	Funzionamento dal al	
S. Agata d'Esaro	Esaro	55,4		26	1962	1988

Fino al 1970 si dispone di dati registrati dei deflussi superficiali per cui lo studio è proceduto nell'applicazione di due metodologie stocastiche di generazione sintetica di questi valori e, dopo un confronto con quelli effettivi, si è esteso il modello agli anni successivi.

I metodi scelti sono quello di Bacchi e Maione e quello Prass.

In particolare, dallo studio svolto da Bacchi e Maione per conto della Cassa per il Mezzogiorno, risulta la seguente relazione:

$$q_{ij} = \alpha_1 * q_{ij-1} + \omega_0 * p_{ij}$$

**Tabella I Parametri del modello**

$\alpha_1$	0,454514404
$\omega_0$	0,649325404

I risultati della verifica del modello sono riassunti nelle tabelle I.2 e I.3 in cui si riportano i valori i valori delle portate registrate prima e di quelle ricostruite poi.

PERIODO 1962-1970

Tab. I.1: Portate medie mensili registrate nell' Esaro a Cameli-1962-1970(m <sup>3</sup> )								
Anno	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago
1962	2,43	1,70	3,31	3,22	1,49	0,77	0,54	0,50
1963	2,13	6,51	3,14	2,75	1,44	1,03	0,45	0,36
1964	1,57	1,55	6,70	3,85	1,09	0,73	0,50	0,38
1965	3,26	2,66	2,42	1,89	1,38	0,76	0,48	0,45
1966	4,00	2,27	2,06	1,42	1,18	0,76	0,49	0,39
1967	4,03	3,32	1,83	2,24	1,69	0,75	0,46	0,32
1968	2,21	1,16	1,39	0,83	0,37	0,64	0,35	0,46
1969	1,64	2,15	4,32	2,10	0,96	0,94	0,57	0,46
1970	2,87	3,53	3,04	1,86	1,07	0,69	0,50	0,42

Tab. I.3: Portate medie mensili ricostruite nell' Esaro a Cameli-1962-1970(m <sup>3</sup> )								
Anno	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago
1962	1,1	1,9	3,8	2,2	1,1	0,6	0,6	-0,1
1963	3,3	9,1	6,7	4,2	2,7	1,4	1,1	1,1
1964	1,9	0,8	4,5	3,4	2,1	1,4	0,8	0,3
1965	3,8	3,7	2,2	2,8	1,1	0,5	0,1	0,3
1966	5,2	2,8	2,8	2,0	1,4	1,4	0,9	0,3
1967	4,2	2,5	1,5	3,0	1,0	0,5	0,3	-0,1
1968	0,4	0,1	1,0	0,2	0,0	0,4	0,1	0,3
1969	2,1	2,8	4,1	1,5	0,9	0,7	0,5	1,1
1970	2,7	1,4	1,7	0,9	0,4	0,2	0,0	-0,1

**RAPPRESENTAZIONE DELLE PORTATE RICOSTRUITE E REGISTRATE E RAFFRONTO TRA I VALORI MEDI**

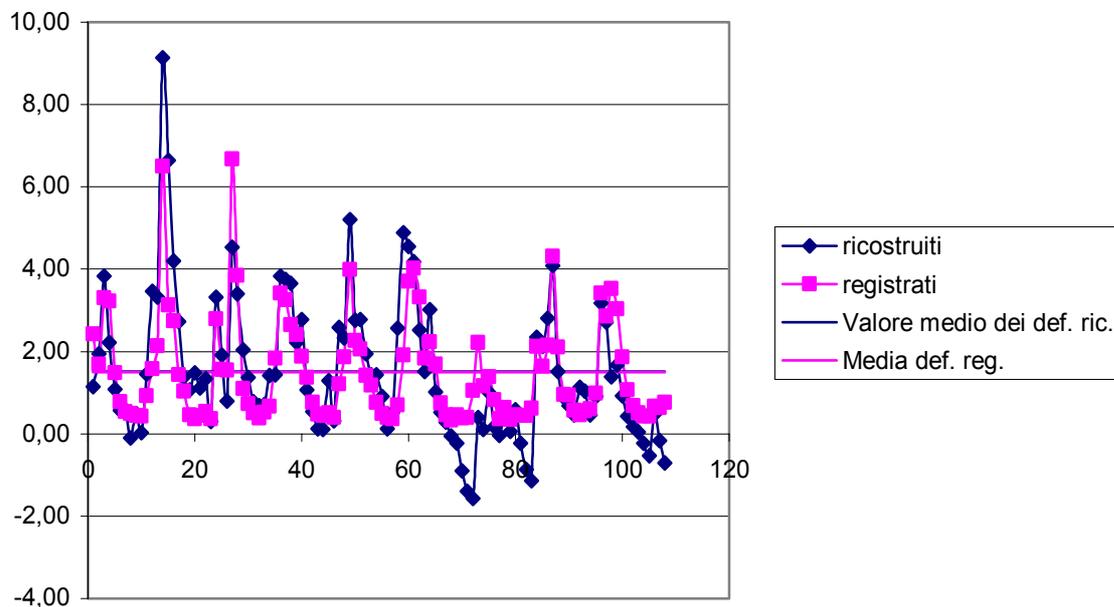


Figura I.6

Compaiono dei valori negativi -risultato delle elaborazioni- che non sono ammissibili, dovuti all'incertezza nella stima dei parametri del modello adottato per cui si ritiene di procedere a una correzione sostituendo questi valori con quelli minimi trovati.

Nelle figure I.4 e I.5 si è proceduto al confronto tra le medie e gli scarti quadratici medi delle serie registrate e quelle ricostruite.

In accordo con altre situazioni<sup>1</sup> può accettarsi lo scostamento per quanto riguarda il confronto tra i valori medi.

---

<sup>1</sup> V. applicazioni sul bacino del Crati nel "Modelli IdRologici finalizzati alla stima dei deflussi minimi nei corsi d'acqua naturali", P.Celebre, F.Macchione, A.Penta

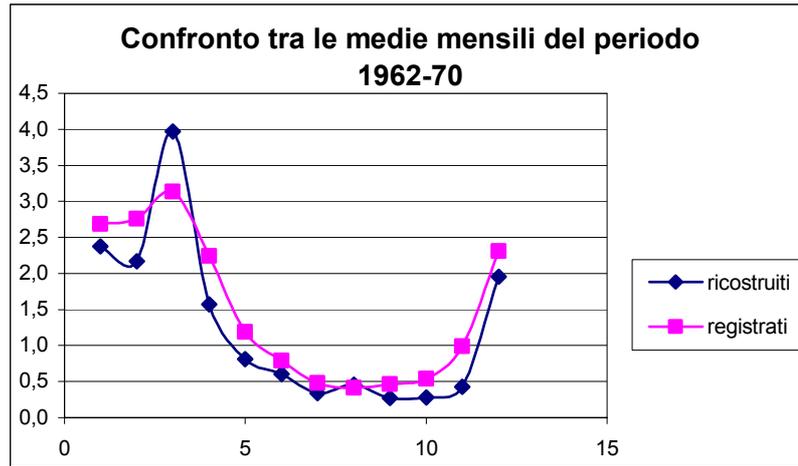


Figura I.4

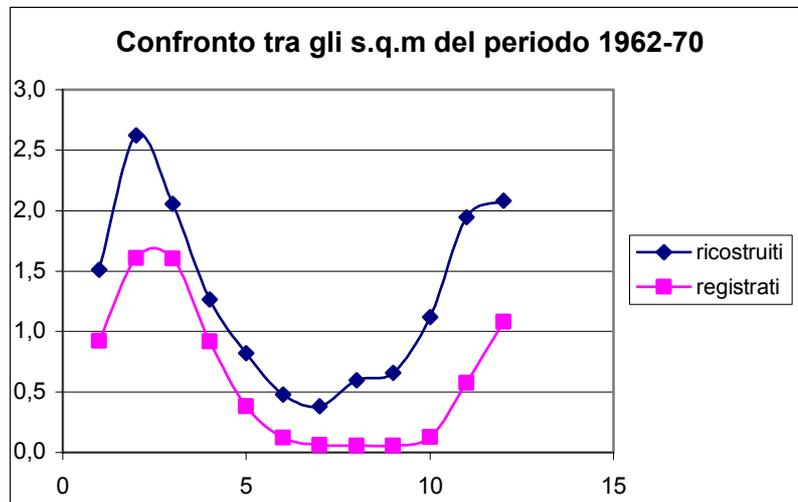


Figura I.5

**5.6. STIMA DEI DEFLUSSI E DEGLI AFFLUSSI MENSILI ED ANNUI NELLA SEZIONE DI SBARRAMENTO DEL BACINO DELL'ESARO A CAMELI – MODELLO PRASS**

Tra i vari modelli afflussi-deflussi che esistono in letteratura si è scelto quello proposto dal Prass per effettuare un confronto con i dati ottenuti dalle elaborazioni precedenti.

L'espressione, che garantisce una portata minima che varia di mese in mese data la variabilità dei coefficienti che entrano in gioco, è del tipo:

$$q_{ij} = \alpha * q_{ij-1} + \beta * p_{ij} + \gamma * p_{ij-1} + \delta$$

con i valori dei coefficienti riportati in tabella I.7 e i valori delle altre grandezze noti.

<b>Tab. I.7: Coefficienti CAMELI</b>					
	a	b	g	d	d m <sup>3</sup> /s
1	0,420	0,283	-0,002	6,913	0,143
2	0,42	0,283	-0,002	6,913	0,142988
3	0,514	0,393	0,022	6,243	0,12913
4	0,514	0,393	0,022	6,243	0,12913
5	0,558	0,096	0,018	5,343	0,110515
6	0,558	0,096	0,018	5,343	0,110515
7	0,409	0,019	0,004	4,443	0,091899
8	0,409	0,019	0,004	4,443	0,091899
9	0,045	0,056	0,0231	6,294	0,130185
10	0,045	0,056	0,0231	6,294	0,130185
11	0,268	0,246	-0,001	6,604	0,136597
12	0,268	0,246	-0,001	6,604	0,136597

**Tab. I.8: Portate medie mensili ricostruite nell' Esaro a Cameli-1962-1970(m<sup>3</sup>)**

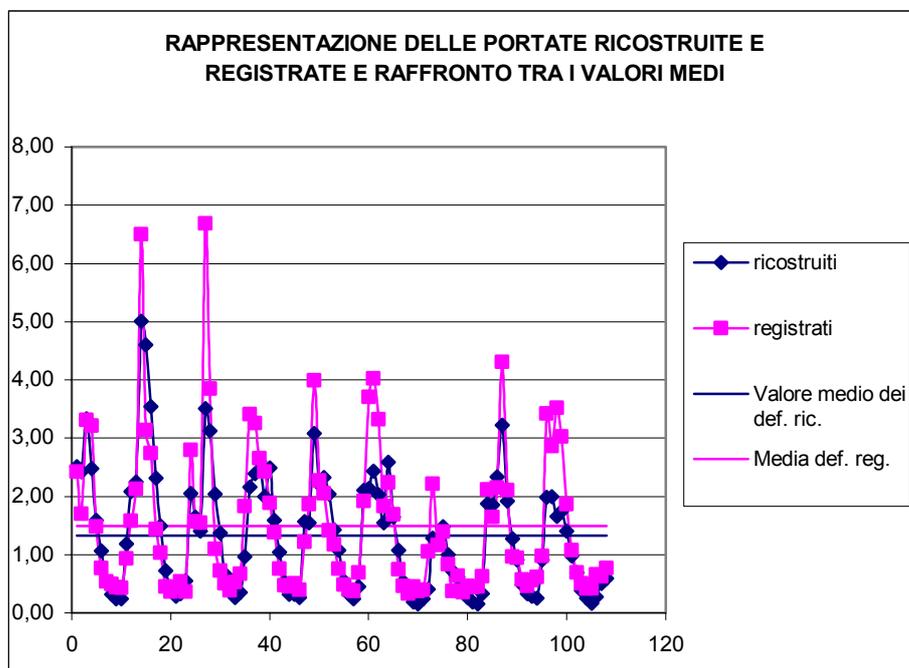


Figura I.9

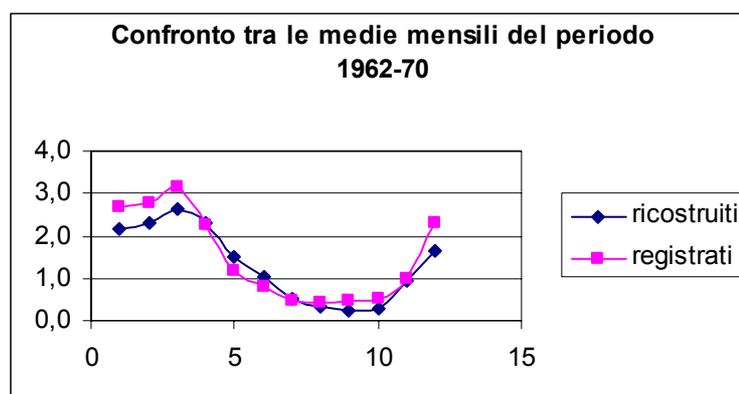


Figura I.10

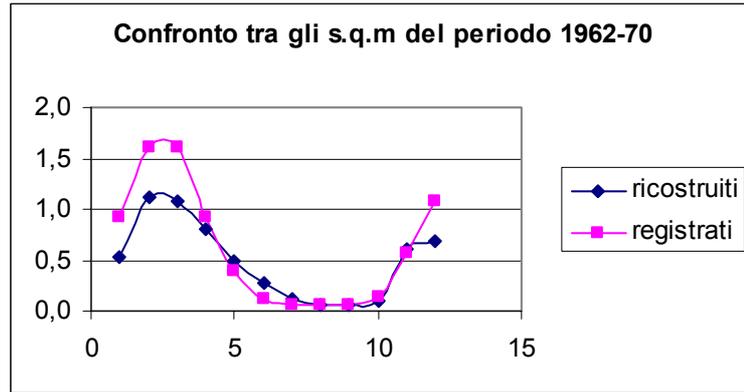


Figura I.11

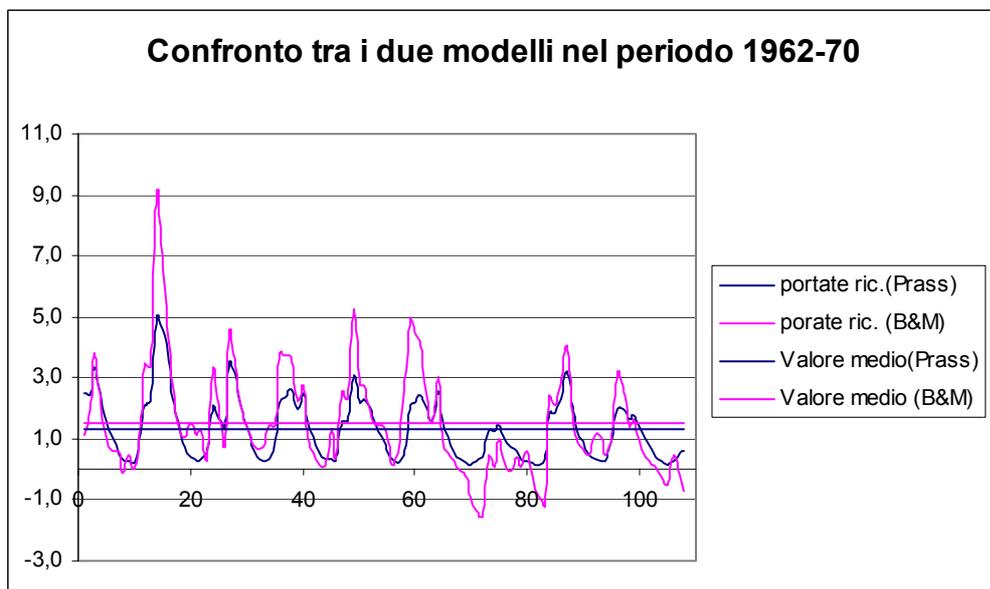


Figura I.12

### 5.7. RICOSTRUZIONE DI UNA SERIE DI DATI PLUVIOMETRICI A PARTIRE DAI DATI RELATIVI AD UN'ALTRA STAZIONE APPARTENENTE ALLO STESSO BACINO

#### *Modello Bacchi e Maione*

Per il periodo 1989-2003 si è proceduto alla ricostruzione delle portate per il la stazione di S. Agata d'Esaro modello Bacchi e Maione iniziando con la ricostruzione dei dati pluviometrici. La stazione di S.Agata d'Esaro è infatti rimasta funzionante fino al 1988, da quella data in poi non si hanno a disposizioni dati pluviometrici. Una metodologia valida per risalire a dati mancanti consiste nel considerare analoghi dati di una stazione vicina e appartenente allo stesso bacino e, osservato il grado di correlazione esistente tra dati di cui invece si è in possesso, moltiplicare questi per un opportuno coefficiente.

Nel caso in esame, dal confronto con i dati della stazione di S. Sosti, il valore di k risulta essere pari a 0,93 : la serie dei valori di precipitazioni così ottenuta è riportata nella tabella II.1:

Tab. II.1: STAZIONE: S. AGATA D'ESARO - Precipitazioni (mm)							
Anno	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug
1988	155,2	122,4	220,0	87,0	28,0	60,3	0
1989	18,6	229,5	117,9	129,0	33,2	56,1	69,0
1990	0	31,4	90,2	155,4	37,5	1,1	0,7
1991	44,0	172,9	66,9	189,1	86,8	0,1	32,1
1992	0	17,1	97,8	0	0	0	0
1993	73,6	58,7	144,5	56,5	100,4	11,3	0
1994	208,3	151,4	7,4	244,4	42,7	13,2	27,9
1995	248,3	164,7	230,6	161,2	71,0	29,7	1,4
1996	98,7	254,6	281,4	92,8	96,9	6,6	23,9
1997	96,9	59,3	61,1	91,3	48,3	5,0	12,6
1998	216,8	202,9	57,6	123,5	221,8	13,7	2,2
1999	104,5	116,8	77,5	100,8	47,2	29,9	78,3
2000	66,5	159,4	51,3	73,2	1,4	0,3	23,8
2001	128,7	54,8	61,9	79,0	65,6	17,8	0,7
2002	40,7	37,5	18,9	97,2	36,6	8,9	42,4
2003	259,6	93,9	11,9	37,2	16,3	25,4	34,9

A partire da questi dati si è passati alla generazione delle portate mensili, i risultati sono mostrati nella tabella II.2 e diagrammati in Figura II.3:

Tab. II.2: Portate medie mensili ricostruite nell' Esaro a Cameli-1989-2003(m

Anno	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago
1989	-0,6	2,7	2,3	2,7	1,1	0,8	1,3	0,8
1990	-0,7	0,0	0,7	2,4	1,0	0,0	0,0	0,7
1991	2,8	3,4	2,0	3,4	2,1	0,5	0,7	0,6
1992	0,4	0,3	1,0	0,4	-0,4	-0,7	-0,3	-0,1
1993	0,1	0,7	1,8	1,5	1,4	0,3	0,2	0,2
1994	4,3	3,8	1,4	3,8	1,7	0,5	0,6	0,9
1995	3,4	3,6	4,3	4,0	2,2	0,9	0,5	1,4
1996	3,2	4,7	5,5	3,7	2,4	0,7	0,7	0,5
1997	3,7	2,3	1,4	1,8	0,9	0,0	0,2	0,8
1998	4,5	4,6	2,4	2,7	3,6	1,4	0,7	0,5
1999	2,1	2,4	1,7	2,0	1,0	0,4	1,3	0,7
2000	2,2	3,0	1,6	1,6	0,2	-0,4	0,2	0,2
2001	2,1	1,6	1,1	1,5	1,0	0,2	0,1	0,3
2002	0,5	0,6	0,1	1,3	0,5	-0,1	0,5	1,8
2003	4,1	3,0	1,0	0,9	0,0	-0,1	0,5	1,0

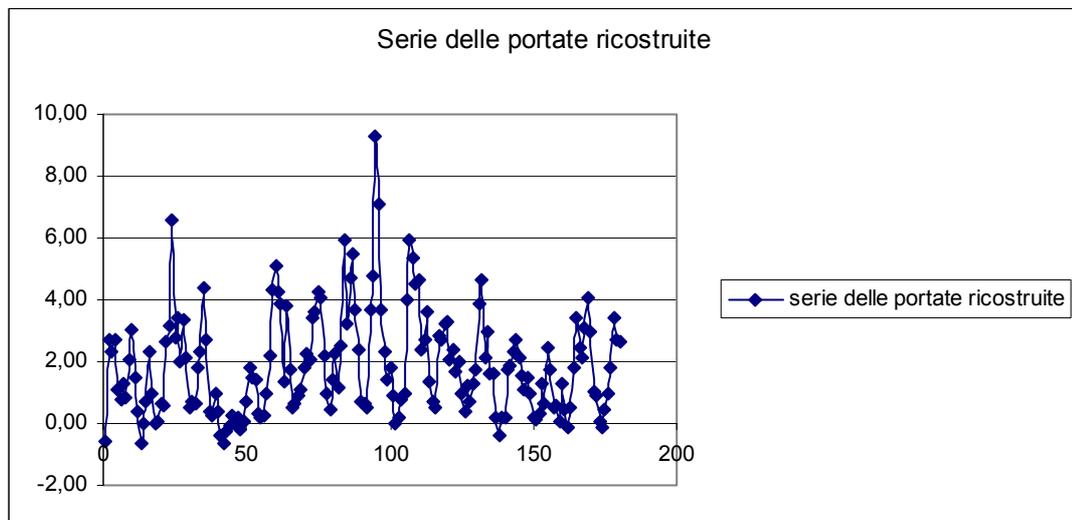


Figura II.3

Modello Prass

Allo stesso modo si è proceduto con l'applicazione del metodo Prass per la ricostruzione delle portate mensili:

Tab. II.4: Portate medie mensili ricostruite nell' Esaro a Cameli-1989-2003(m<sup>3</sup>)

Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
0,7	1,6	1,8	2,0	1,2	0,8	0,3	0,1	0,1	0,2	0,2	0,0
0,0	0,2	0,8	1,7	1,0	0,6	0,2	0,1	0,0	0,2	0,2	0,0
1,2	1,5	1,3	2,2	1,4	0,8	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	1,1
0,3	0,2	0,9	0,5	0,3	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,4	0,5	1,4	1,2	0,9	0,5	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	1,1
1,9	1,7	0,9	2,5	1,5	0,8	0,4	0,2	0,0	0,1	0,1	0,0
1,7	1,7	2,8	2,7	1,7	1,0	0,4	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0
1,5	2,1	3,4	2,5	1,6	0,9	0,4	0,2	0,3	0,3	0,3	2,2
1,4	0,9	1,0	1,2	0,8	0,5	0,2	0,1	0,0	0,3	0,3	1,1
1,9	2,0	1,5	1,8	1,4	0,8	0,3	0,1	0,2	0,1	0,1	0,0
1,0	1,1	1,2	1,4	0,9	0,6	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	1,1
1,0	1,4	1,1	1,2	0,7	0,4	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
1,1	0,8	0,9	1,1	0,8	0,5	0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
0,5	0,4	0,4	1,0	0,6	0,4	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1	0,0
1,9	1,4	0,8	0,7	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,0

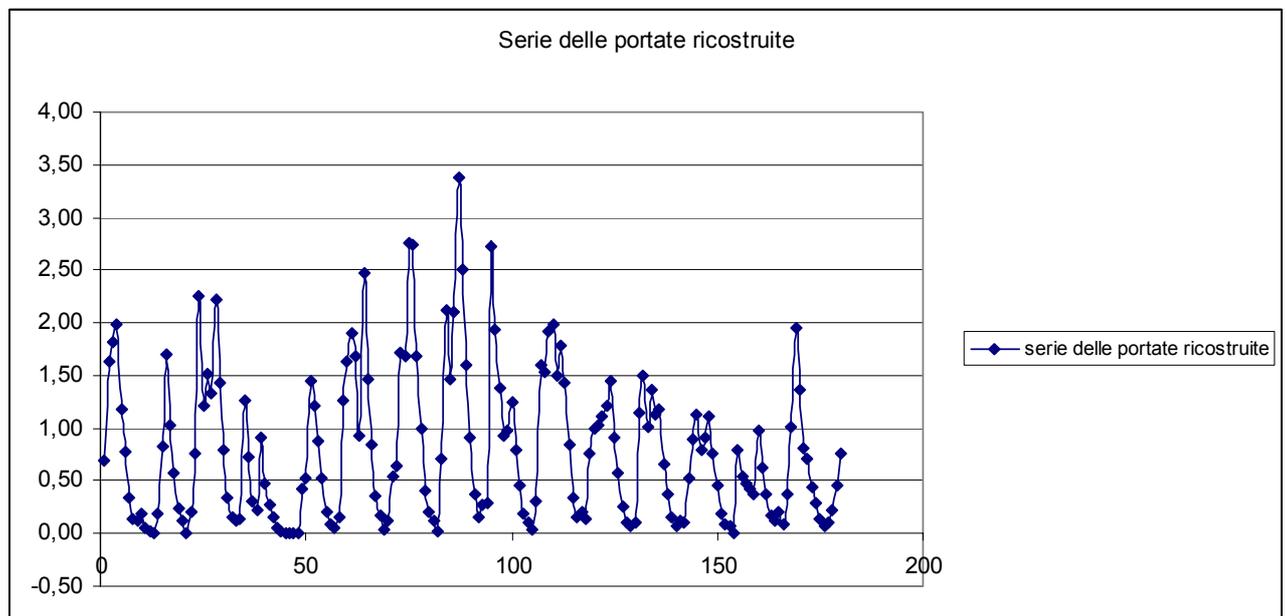
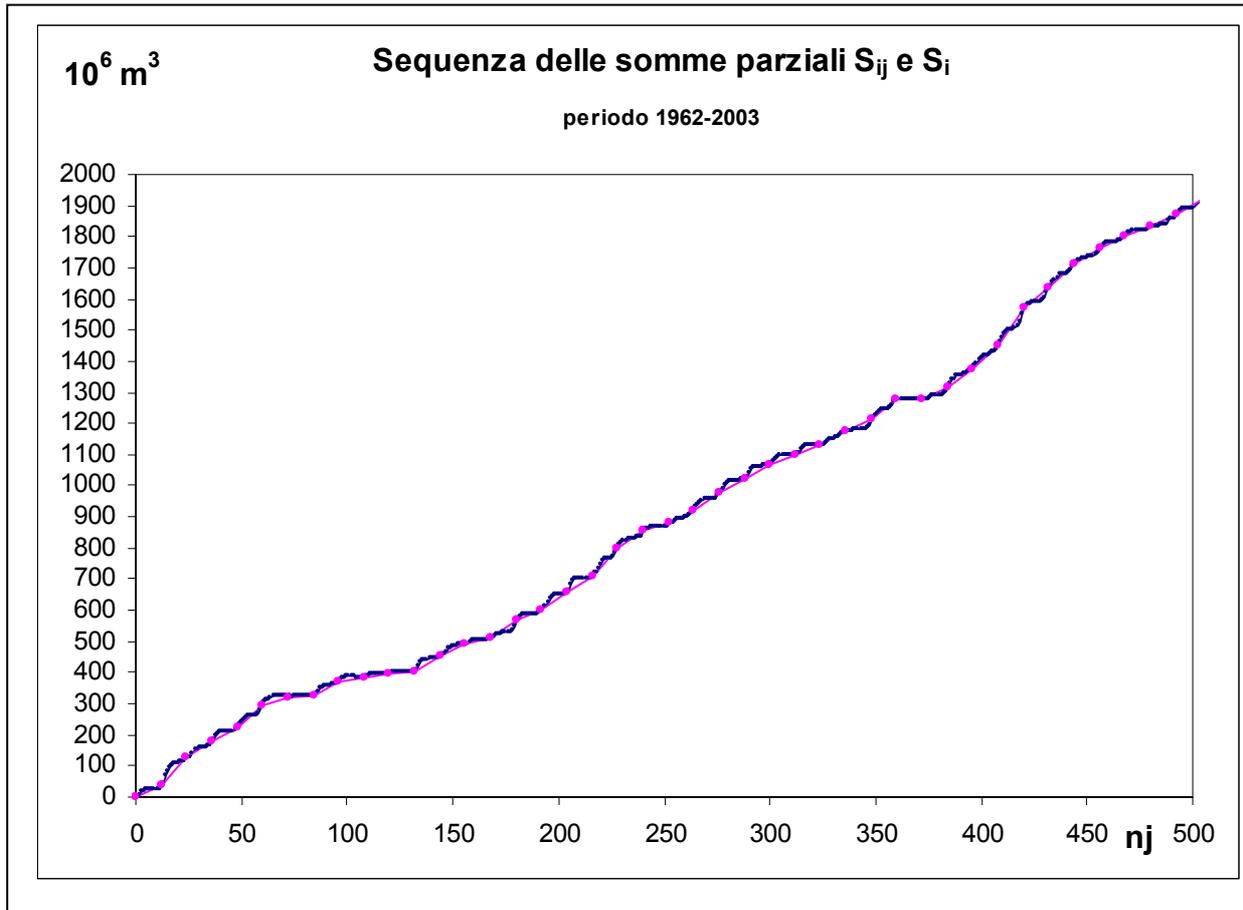
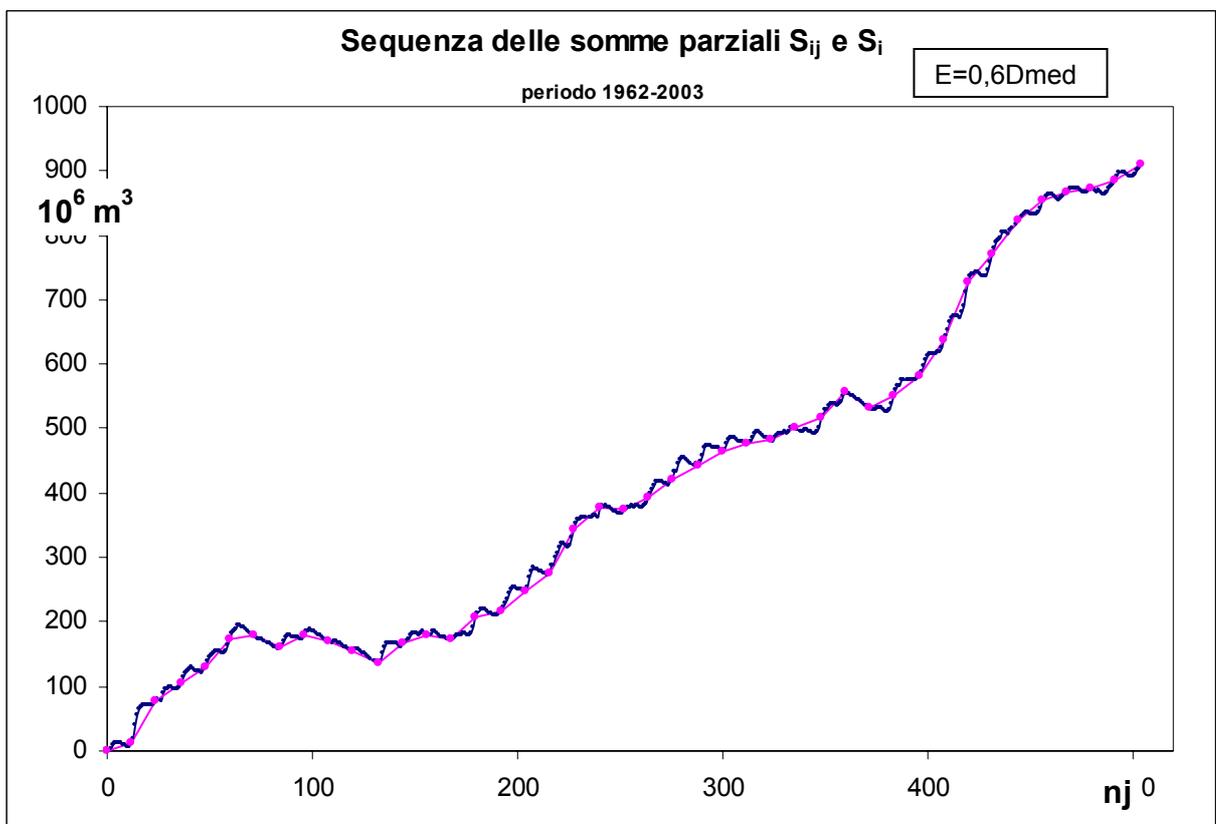
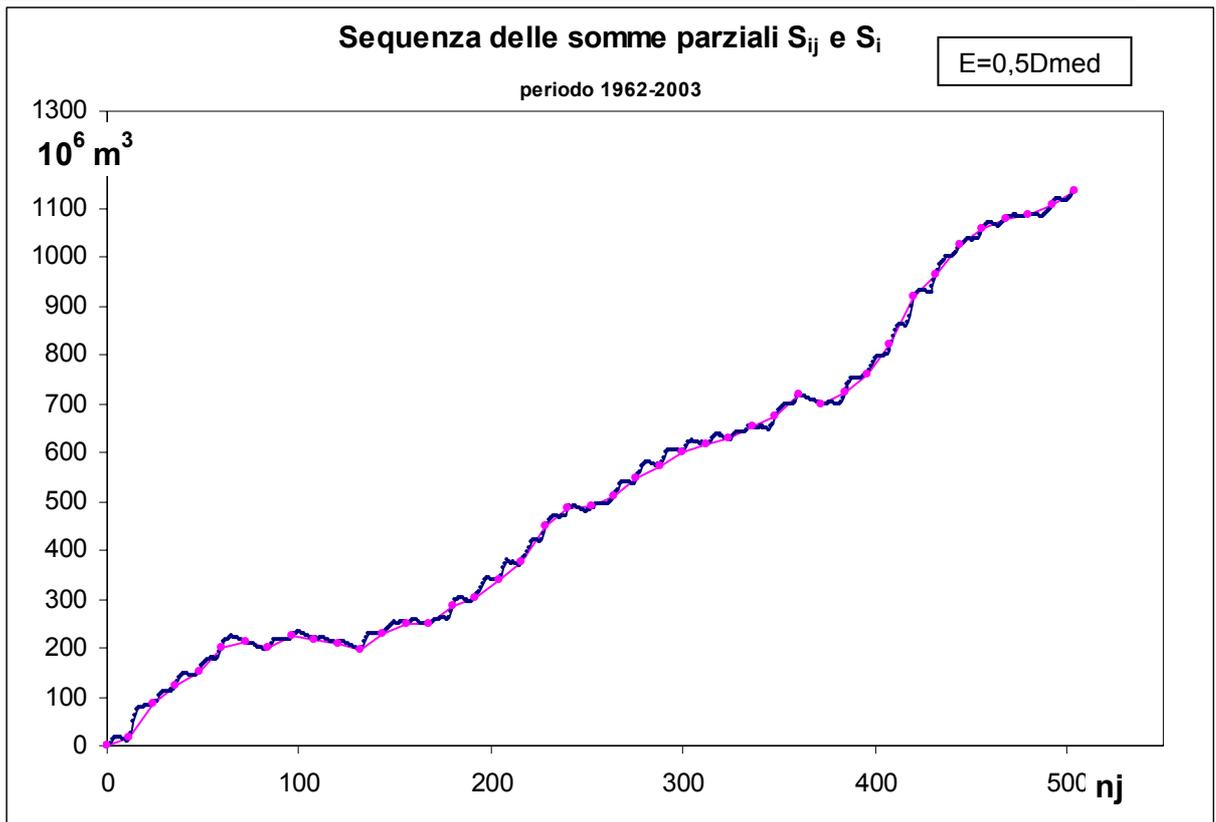


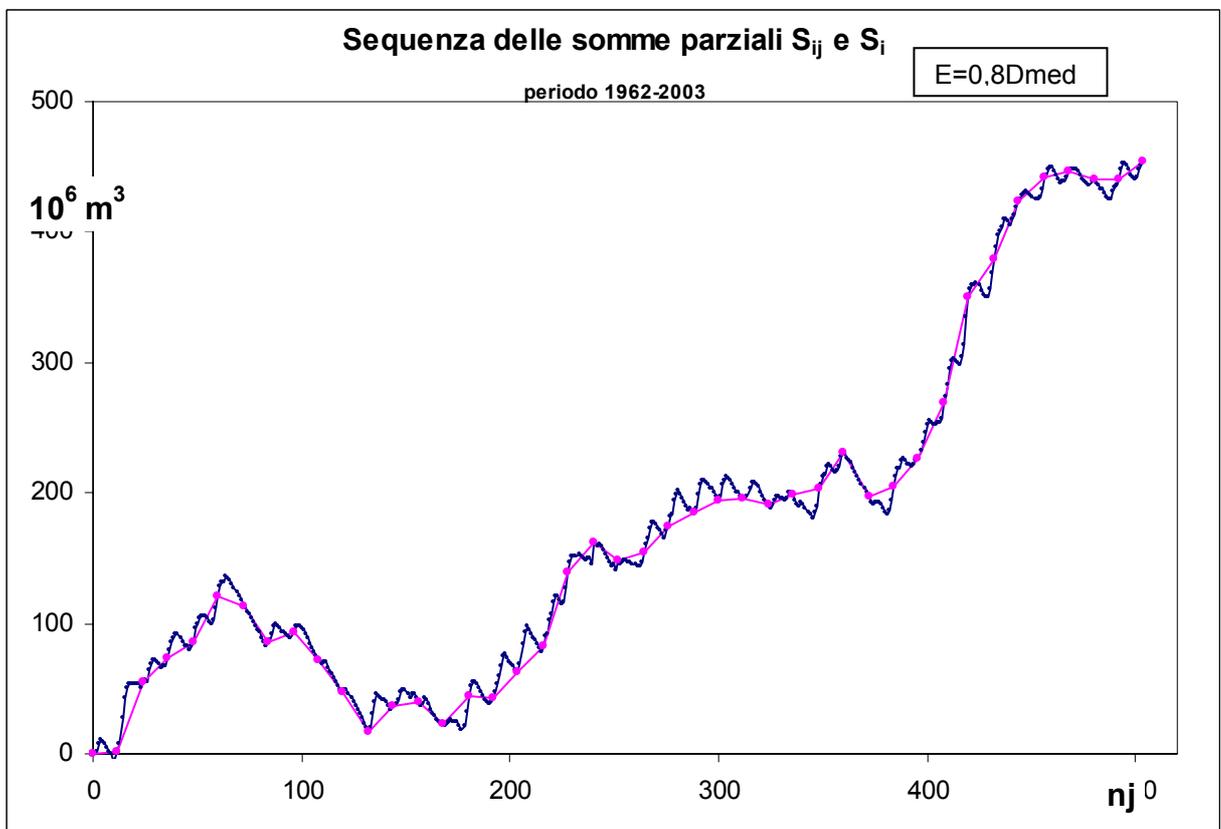
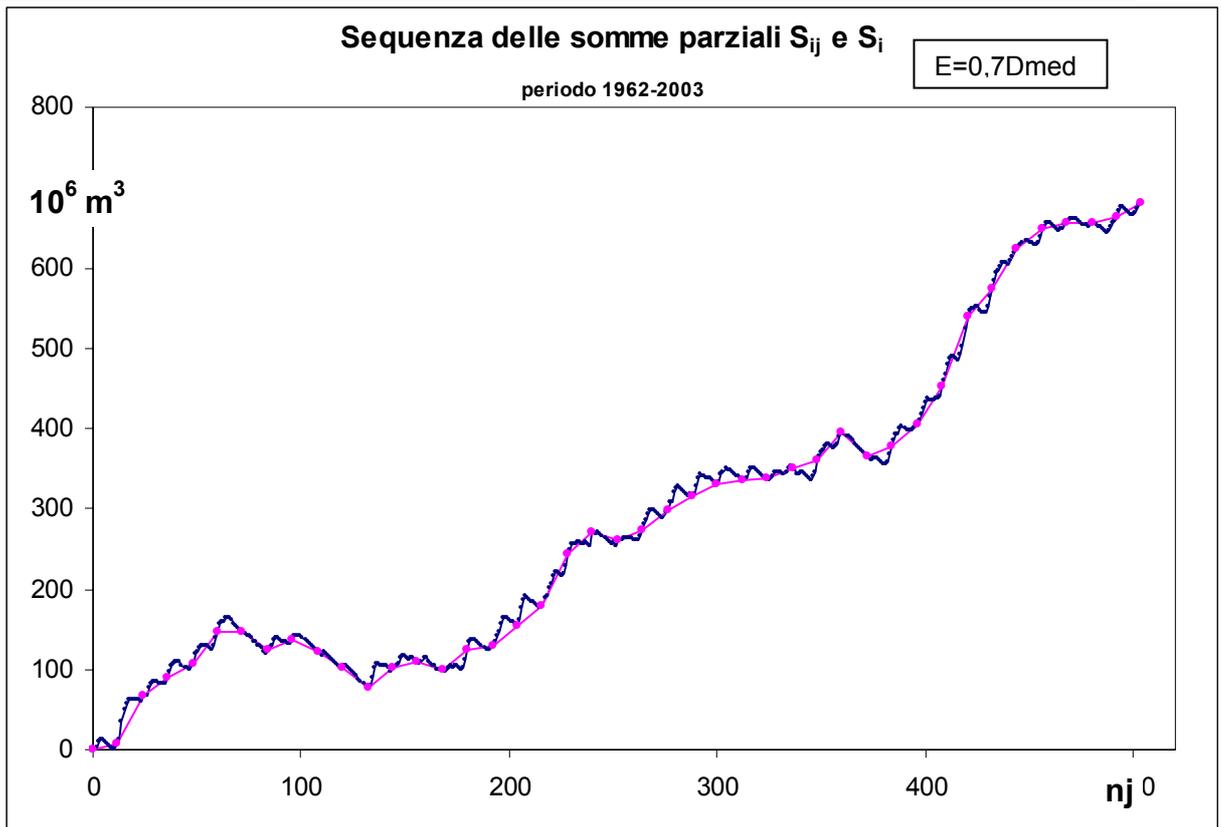
Figura II.5

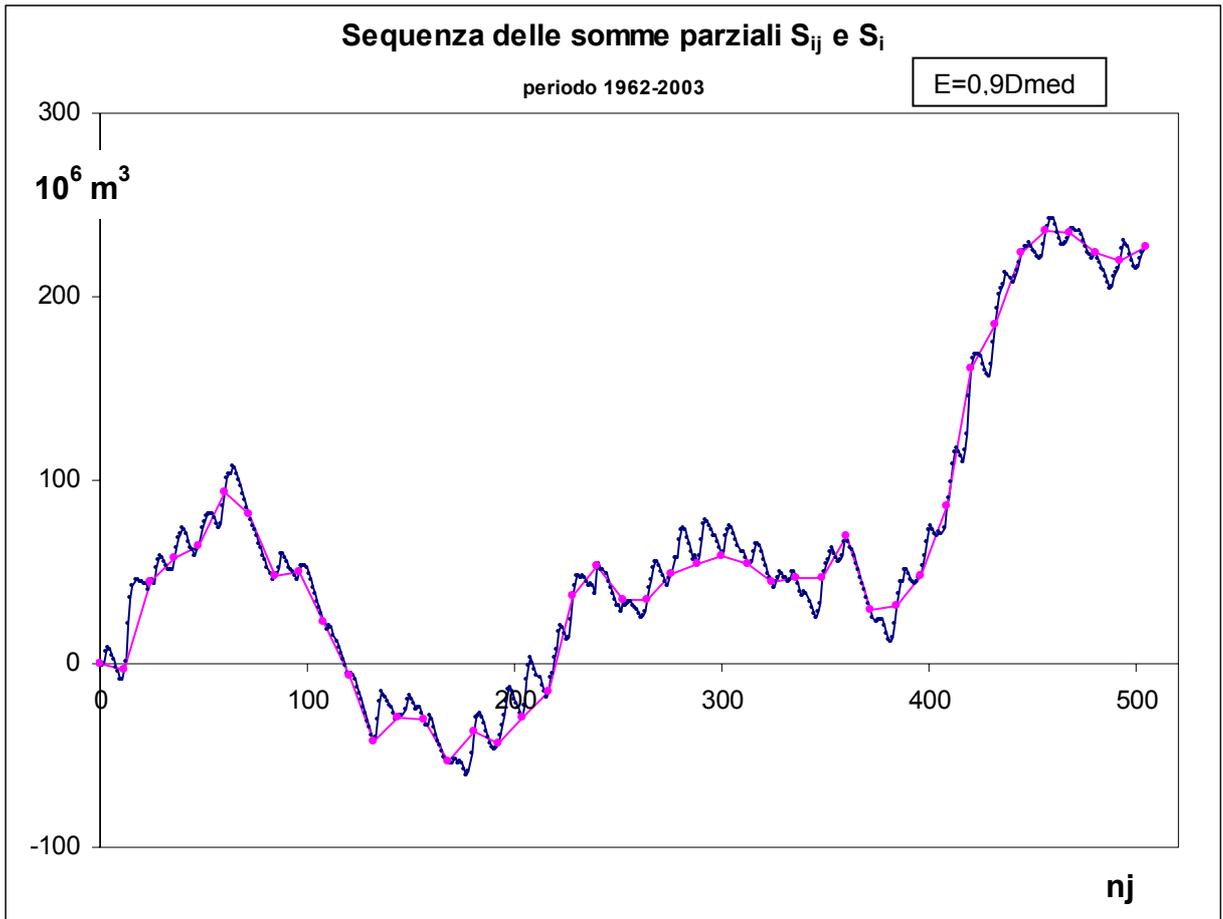
Il confronto tra i risultati ottenuti con i due modelli è possibile osservando il grafico riportato in figura II.6.

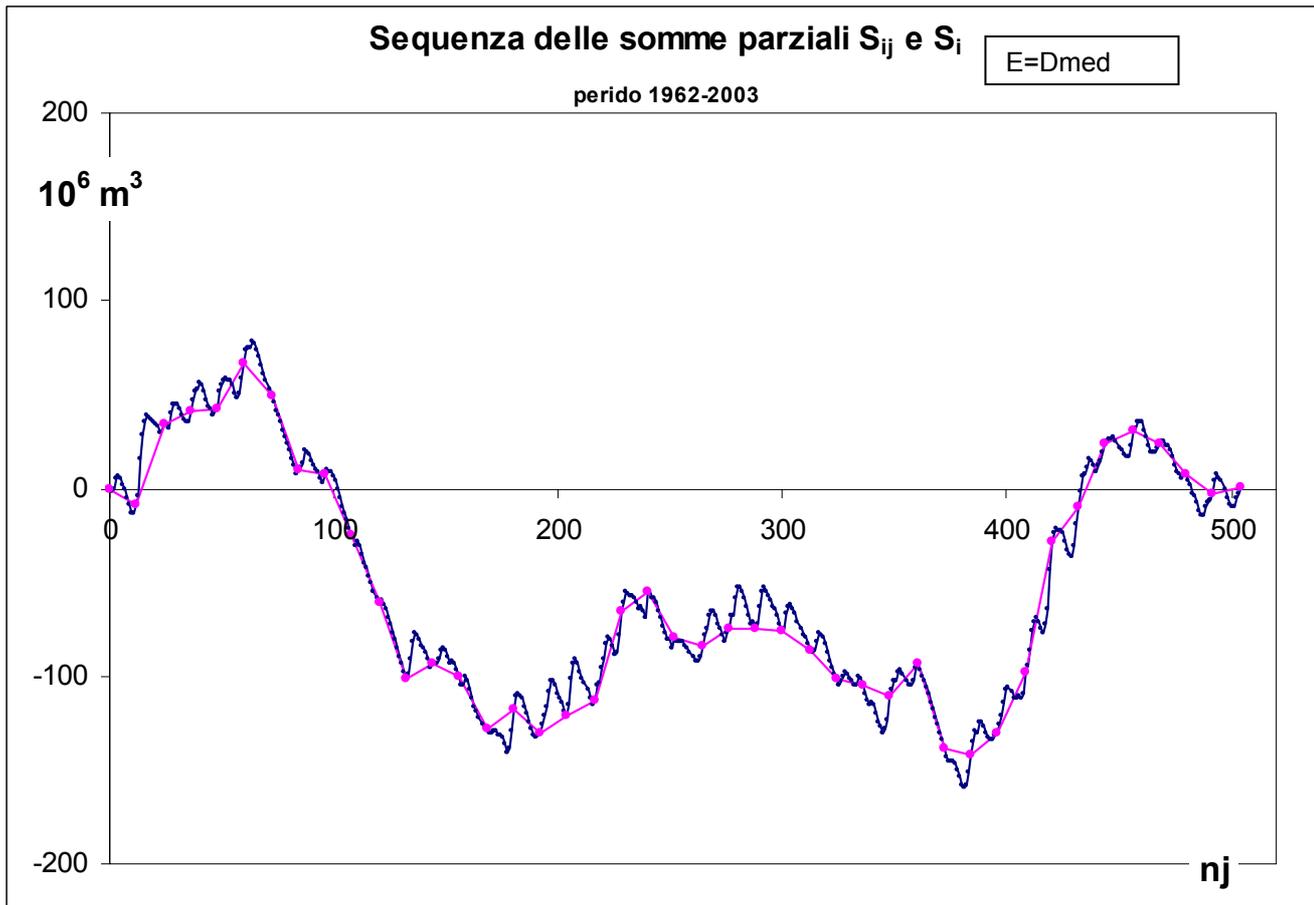


E=Dmin



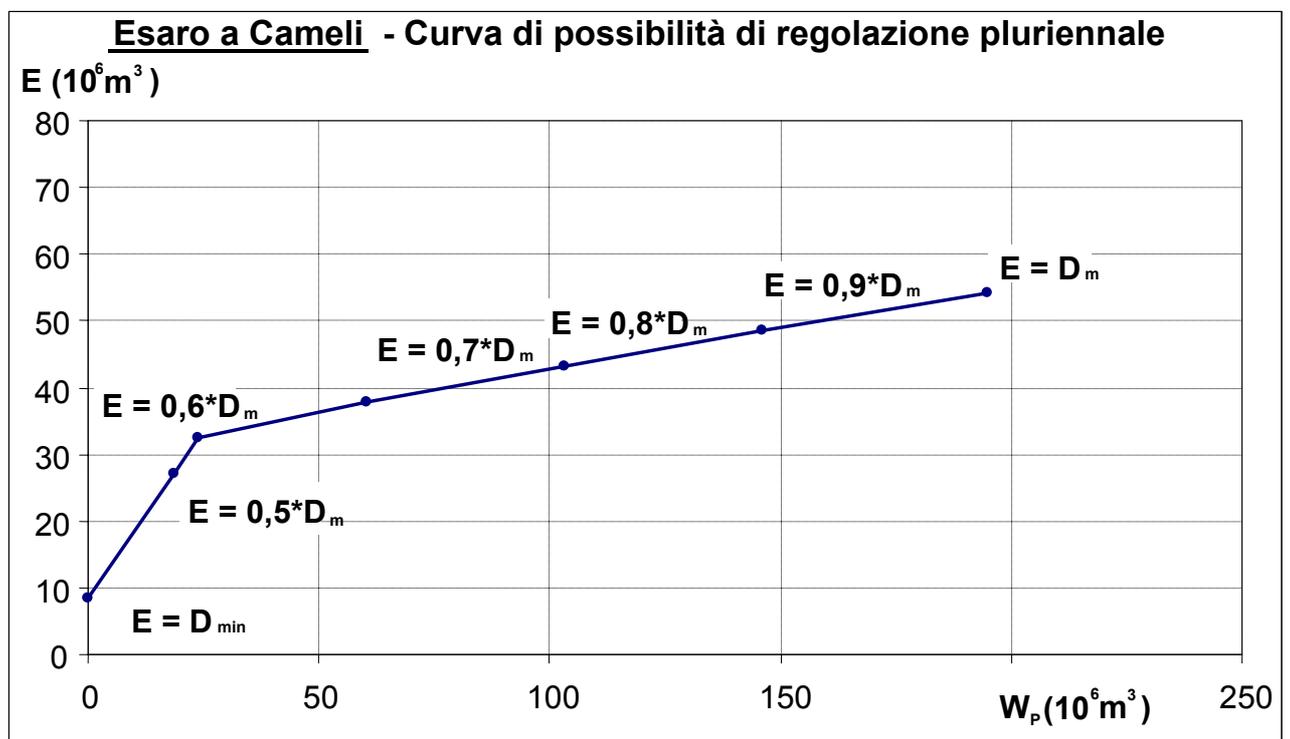






Dal calcolo e dalla rappresentazione delle somme parziali  $S_i$  in scala annua si ricavano i volumi di acqua richiesti per assegnate erogazioni. La rappresentazione di queste grandezze fornisce la curva di possibilità di regolazione pluriennale.

$W_p(E)$	E
0,000	8,451
18,599	27,050
24,009	32,460
60,179	37,870
103,354	43,280
146,227	48,690
194,917	54,100



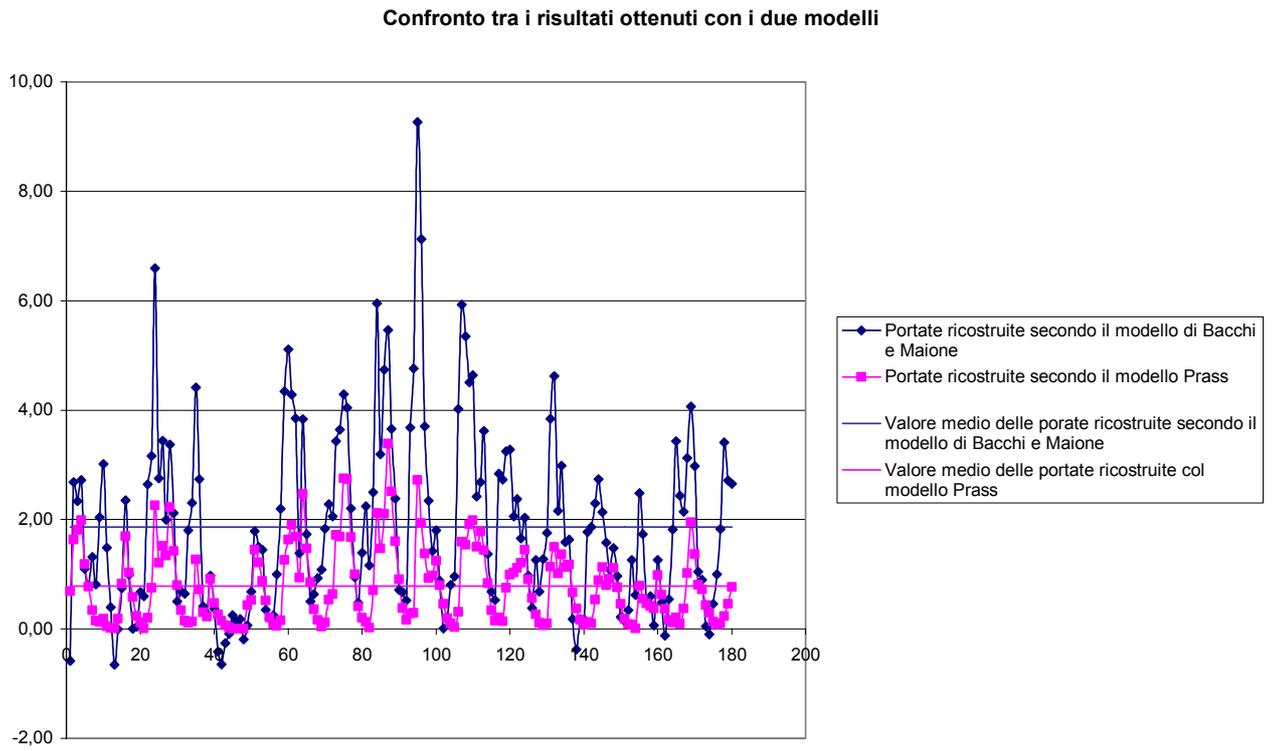


Figura II.6

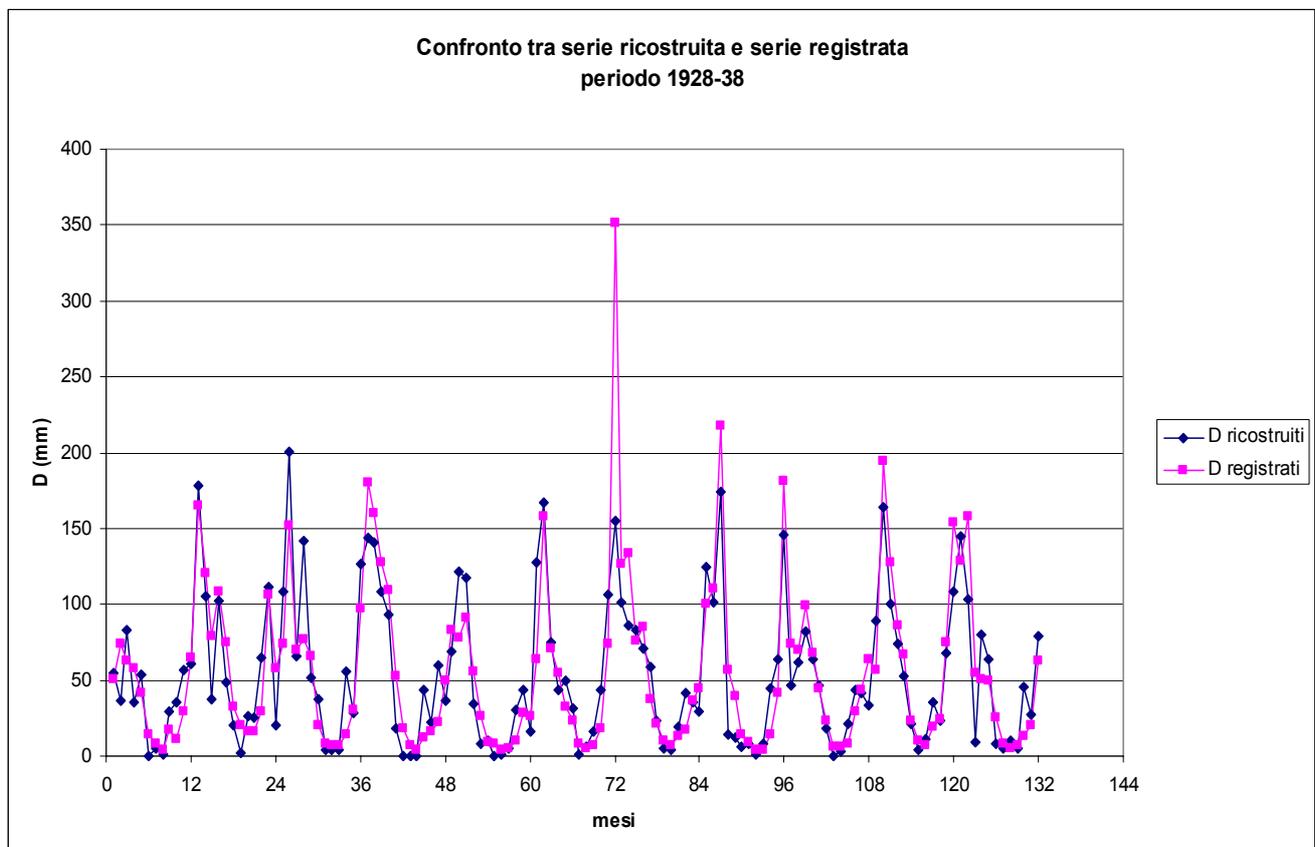
### 5.8. MODELLO BACCHI-MAIONE MODIFICATO

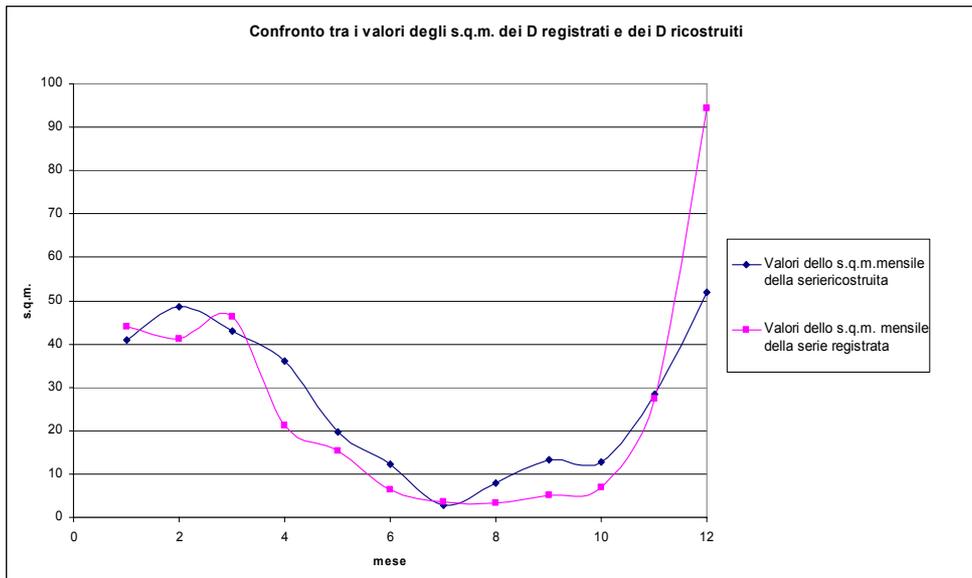
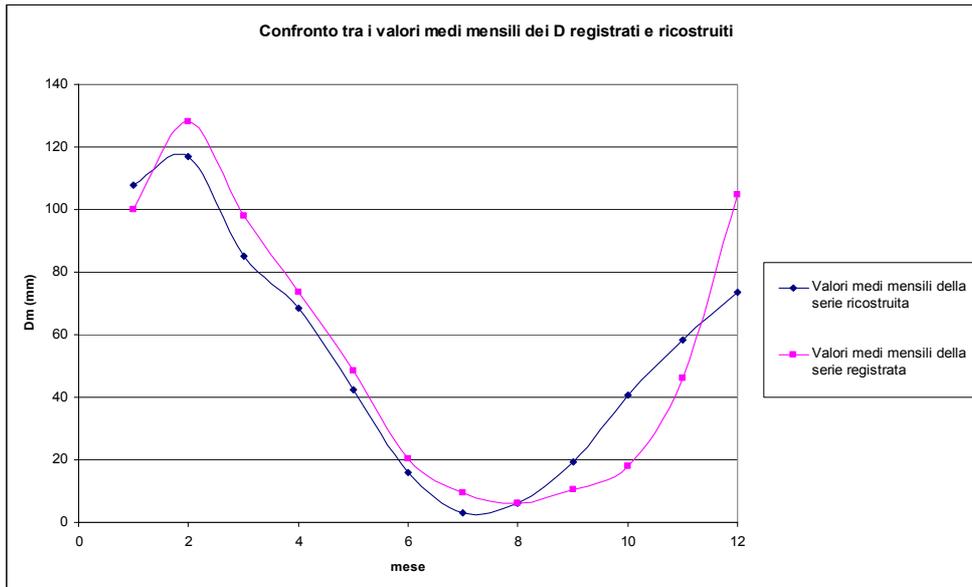
Dal confronto tra il deflusso medio e l'afflusso medio annuo corrispondente ai diversi sottoperiodi, si ricava una stima del coefficiente di deflusso (medio annuo).

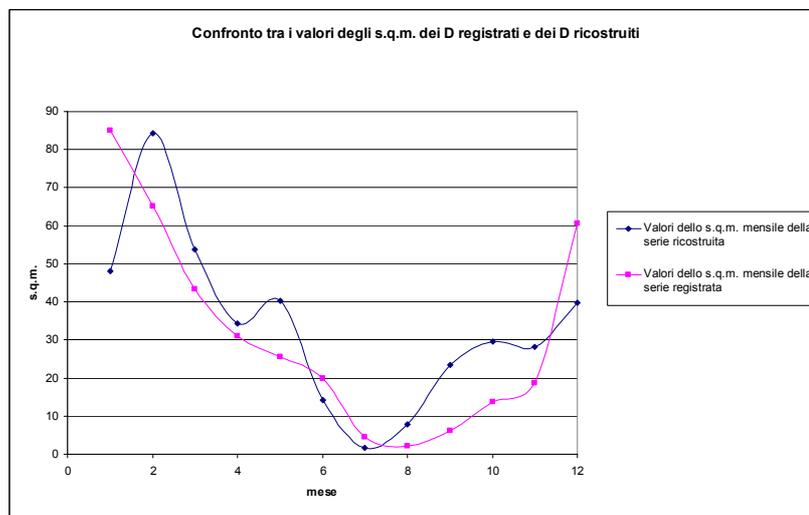
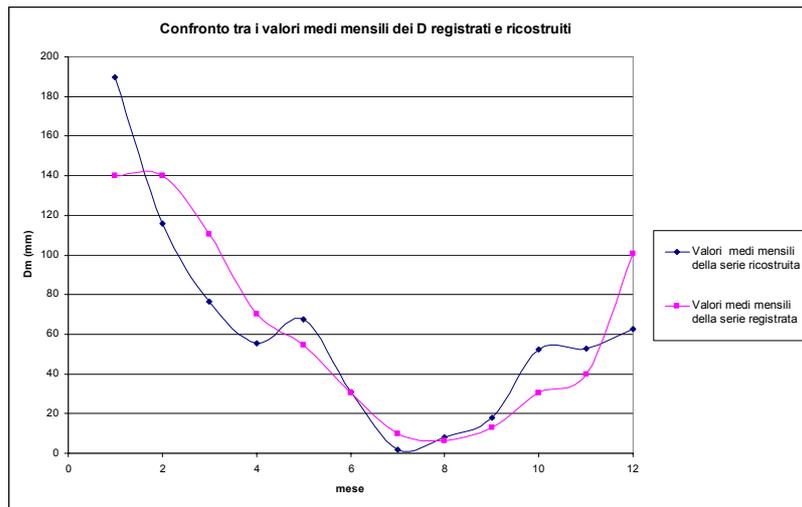
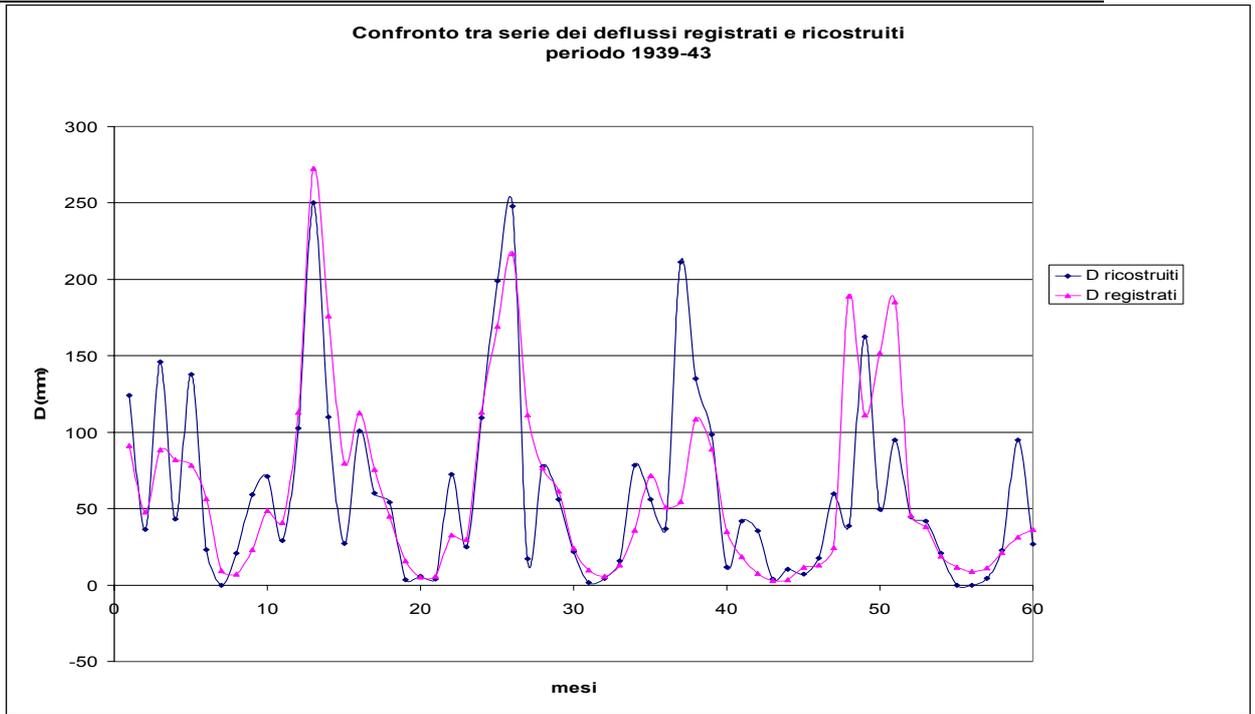
N	Periodo	$\mu$
11	1928-38	0,47
6	1939-43	0,46
9	1944-52	0,49
7	1960-66	0,52

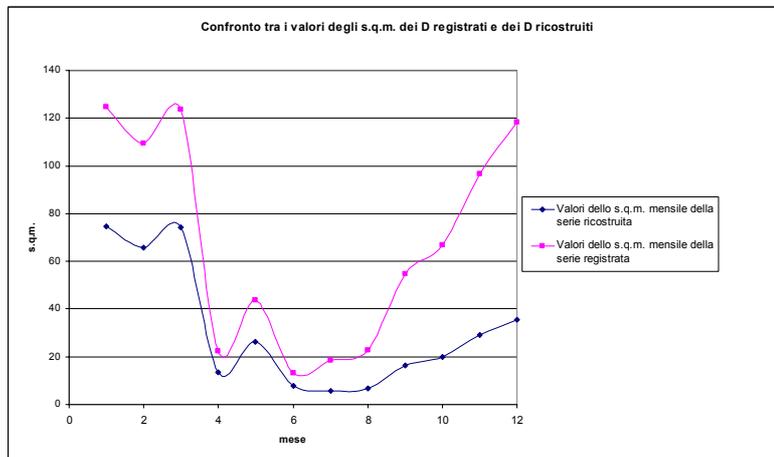
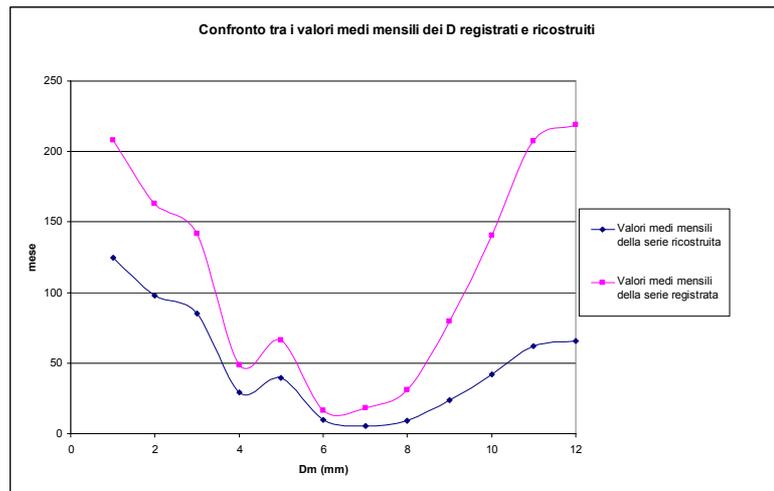
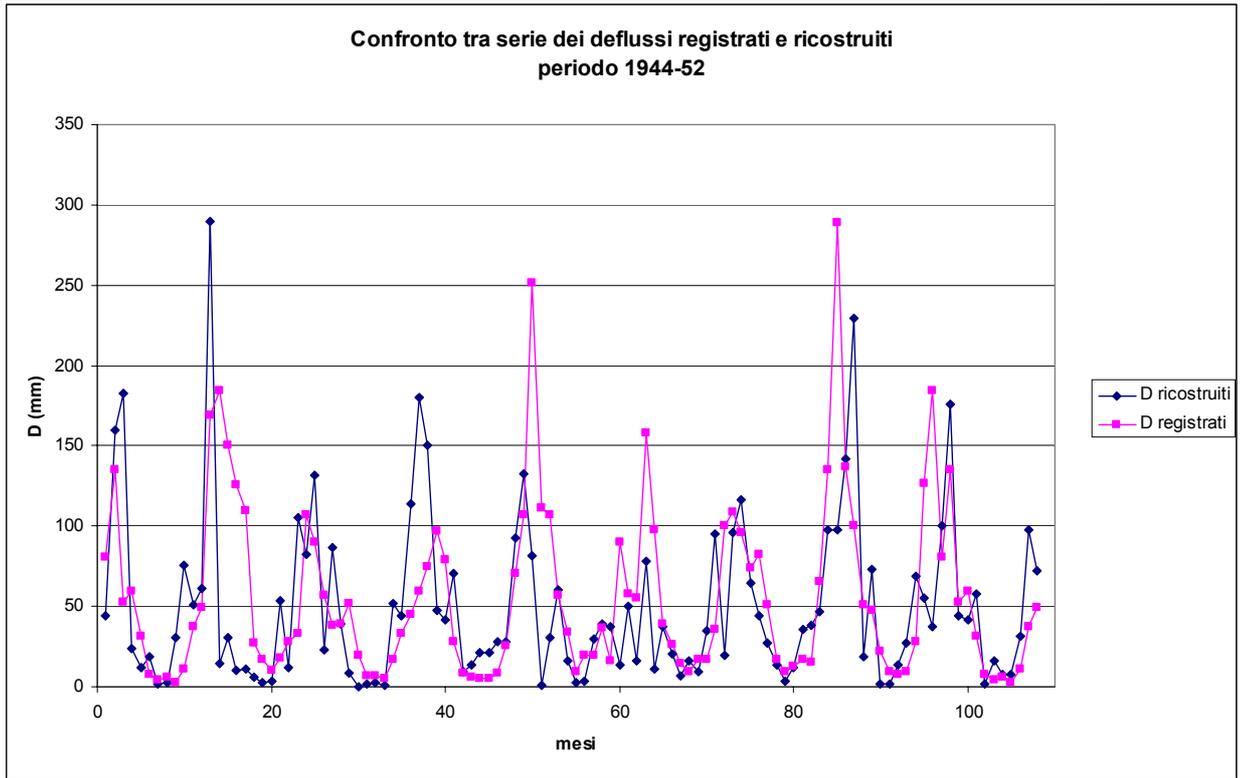
Dalle varie elaborazioni e dal confronto delle serie registrate con quelle ricostruite si è visto che è opportuno adottare un coefficiente di deflusso variabile stagionalmente.

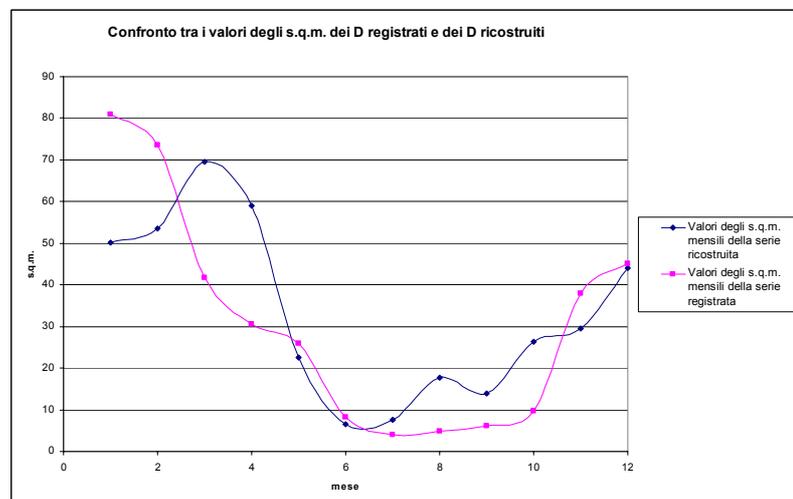
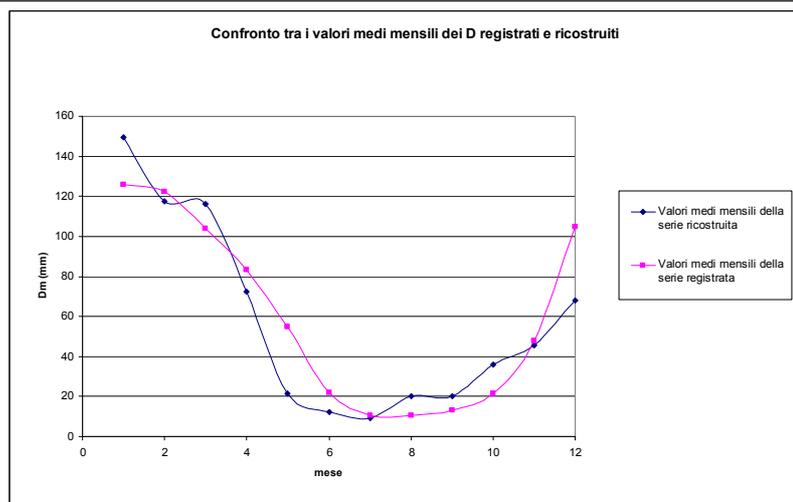
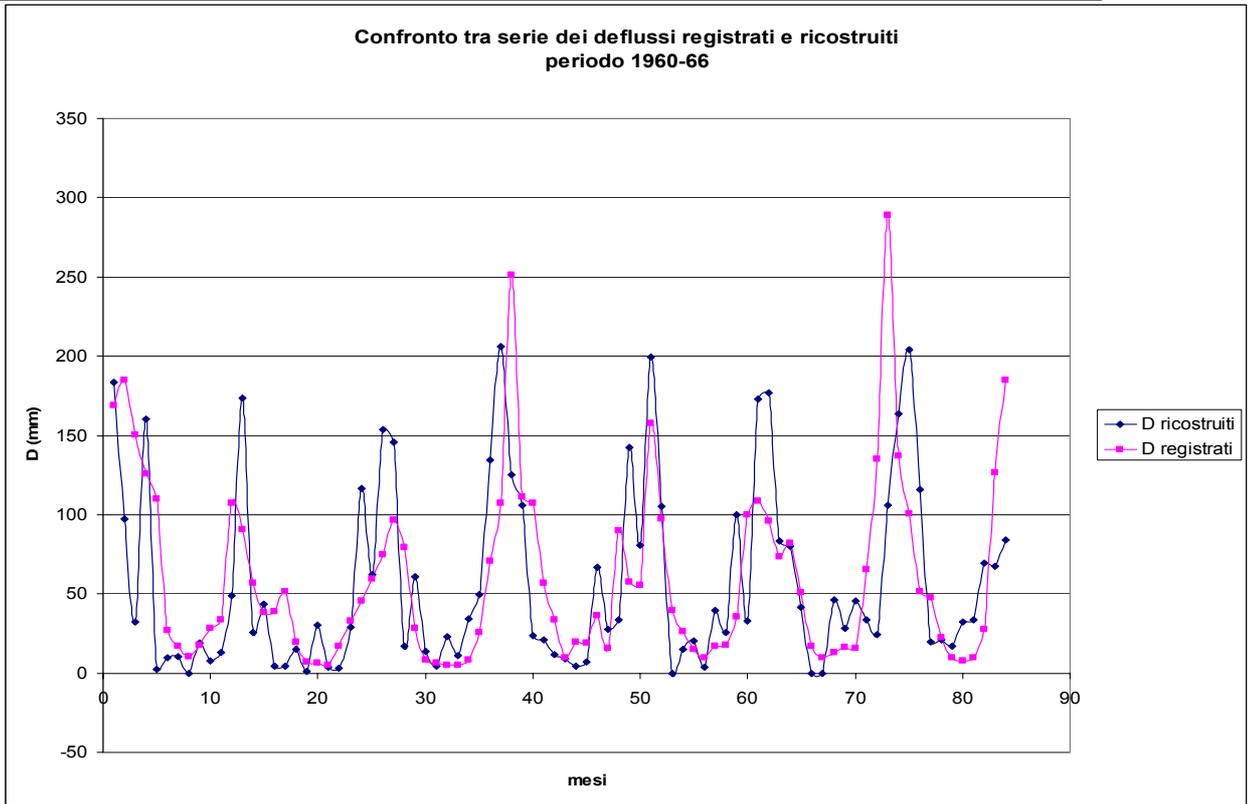
I risultati ottenuti sono riportati nei grafici seguenti in cui si vede anche qual è l'adattamento dei valori delle medie mensili per l'intero sottoperiodo dei deflussi ricostruiti rispetto a quelli registrati e degli s.q.m.













## 6. APPENDICE

### Definizioni

Si richiamano le definizioni legate al ciclo dell'acqua e alla trasformazione afflussi-deflussi.

### Definizione provvisoria di bacino idrografico

(il luogo che raccoglie le precipitazioni e le trasforma in deflussi superficiali e sotterranei)

### Rete idrografica

Influenza delle caratteristiche del bacino sulla trasformazione afflussi-deflussi.

Erosione, trasporto e deposito di materiale solido.

Parte del ciclo dell'acqua costituita da scorrimento.

### Scorrimento superficiale e sotterraneo

Velocità di scorrimento superficiale  $10,100 \text{ cm s}^{-1}$ .

Velocità di scorrimento sotterraneo:

$10^{-8}, 10^{-5} \text{ cm s}^{-1}$  ( $0,3,300 \text{ cm a}^{-1}$ ) per le argille,

$10^{-2}, 10 \text{ cm s}^{-1}$  ( $3,300 \text{ km a}^{-1}$ ) per le sabbie.

### Scorrimento ipodermico

Suggerito da tempi di risposta brevi in assenza di scorrimento superficiale.

Diverse definizioni della nozione di bacino idrografico

Bacino idrografico superficiale:

sezione di chiusura, perimetro;

bacini chiusi;

bacini naturali e artificiali.

Bacino idrografico sotterraneo:

perimetro;

depositi di acqua connata.

Mancanza di coincidenza tra i due bacini.

Bacino idrografico come volume di controllo:

con base sulla superficie del suolo e contorno passante

per lo spartiacque superficiale;

con base sullo strato impermeabile e contorno passante

per lo spartiacque sotterraneo;

con base sullo strato impermeabile e contorno qualsiasi.

Caratteristiche di un bacino idrografico

Caratteristiche morfometriche,  
delle rocce,  
della vegetazione.

Caratteristiche morfometriche:

dimensioni planimetriche,  
forma,  
rilievo,  
pendenze,  
organizzazione del reticolo idrografico,  
tempi di percorrenza.

Influenzano scorrimento superficiale, produzione, trasporto e deposito di  
sedimento.

Caratteristiche delle rocce:

resistenza agli agenti atmosferici,  
permeabilità.

Influenzano scorrimento sotterraneo, produzione, trasporto e deposito di  
sedimento.

Caratteristiche della vegetazione:

diversi tipi di uso del suolo.

Influenzano scorrimento superficiale, erosione, perdite.

Caratteristiche morfometriche

Dimensioni planimetriche:

area  $A$ ,

perimetro  $P$ ,

lunghezza dell'asta principale  $L$ .

Forma (fattori di forma o coefficienti di forma):

rapporto di circolarità (rapporto tra aree),

coefficiente di uniformità (rapporto tra lunghezze),

fattore di forma (rapporto tra aree),

rapporto di allungamento (rapporto tra lunghezze).

## 7. BIBLIOGRAFIA

- Bacchi, B. e Maione, U. (1982). *Un esempio di analisi regionale dei deflussi superficiali*. L'Energia Elettrica, n° 10, Milano.
- Box, G.E. e G. Jenkins (1970). *Time series analysis, forecasting and control*. Revised Edition. Holden-Day, San Francisco.
- Cancelliere A. Rossi G., Nicolosi V, *Valutazione del rischio di deficienza idrica dovuta a siccità in sistemi di approvvigionamento*, XXX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche IDRA 2006, rOMA
- Caporali E., Tartaglia V., *Analisi multivariata della variabilità spaziale della pioggia indice*, 28° Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Potenza 2002.
- Claps, P. e Rossi, F. (1990). *Impiego di un modello stocastico a base concettuale per lo studio delle magre dei corsi d'acqua*. XXII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Cosenza.
- Claps, P., Rossi, F. e Murrone, F. (1992). *Un modello stocastico a base concettuale dei deflussi fluviali giornalieri*. XXIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Firenze.
- Claps, P. (1992). *Sulla validazione di un modello stocastico a base concettuale*. XXIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Firenze.
- Claps, P., Straziuso, E., e Fiorentino, M. (1998). *Un modello per la generazione di deflussi fluviali contemporanei a scala mensile*. XXVI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Catania.
- Claps P., Mancino L., *Impiego di classificazioni climatiche quantitative nell'analisi regionale del deflusso annuo*. In XXVIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, pp. 169–178, Potenza (2002).16-19 settembre 2002.
- Maione, U. e Moisello, U. (1993). *Elementi di statistica per l'idrologia*. Appunti di Idrologia, Vol. 1. La Goliardica Pavese, Pavia.
- Neppel L., Bouvier C., Lavare J., *Abatement spatial des precipitations en Languedoc-Roussillon*, Seminare international d'Hydrologie des regions

mediterraneennes et semiarides, Hydrology of Mediterranean and semi arid region, IAHS Publication n°278, p.276-283.

- Penta A., *Distribuzione di Probabilità del Massimo Annuale dell'altezza media di pioggia giornaliera su un bacino*, XIV Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Napoli 1974.
- Penta, A. (1982). *Sulla distribuzione di probabilità delle portate minime di un corso d'acqua naturale*. Atti del III Corso di Aggiornamento, a cura di G. Frega, Editoriale Bios, Cosenza, pp. 74-91.
- Penta A., Alfano M., *Spatio-temporal distribution of the maximum daily precipitations and correlation with medium values on more extended areas*, Variability in time and space of extreme rainfalls, floods and droughts (2<sup>nd</sup> International Workshop on Hydrological Extremes), a cura di E. Ferrari e P. Versace, Editoriale Bios, Cosenza 2007, pp. 67-75.
- Salas J.D., Delleur J.W., Yevjevich V., Lane W. L., *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, LLC, Littleton, Colorado, 1997.