

CAPITOLO 2

Analisi funzionale di prodotto: metodi e strumenti

Introduzione

Nel presente capitolo si cercherà di entrare nel dettaglio delle problematiche fin qui semplicemente introdotte, definendo delle metodologie mediante le quali affrontare e risolvere tali problemi. In particolare si cercherà di definire una serie di strumenti, quali strutture matematiche, algoritmi e definizioni, mediante i quali rendere più semplice e sistematico il processo di definizione di una rete funzionale di prodotto. In dettaglio si cercherà di analizzare, proponendo possibili soluzioni, le seguenti questioni:

- possibilità ed eventuale valenza di una ridefinizione in termini di strutture matematiche dello schema funzionale
- ricerca delle migliori strutture matematiche da utilizzare
- rappresentazione strutturata di blocchi funzionali e link
- interazione tra struttura matematica e rappresentazione strutturata di blocchi e link
- definizione degli algoritmi di verifica necessari, in relazione alla nuova rappresentazione strutturata
- applicazioni delle definizioni strutturate al calcolo elettronico

Infine sarà discusso il problema della “*standardizzazione*” del processo di analisi funzionale. Con tale termine si vuole definire una possibile metodologia di articolazione sistematica riguardo l’annosa questione della non univocità sia delle forme linguistiche utilizzate per la definizione e delle funzioni all’interno dei blocchi funzionale e dei flussi di materiale ed energia, sia per quanto riguarda gli standard di rappresentazione. In pratica l’obiettivo sarà quello di definire delle funzioni strutturate univoche, condizione imprescindibile al fine di rendere possibile

l'approccio sistematico, mediante le quali porre le basi per un'impostazione di confronto tra due o più reti funzionali. Senza univocità è, infatti, impossibile pensare di eseguire altre forme di verifica di schemi funzionali che non siano puramente a carattere fisico.

2.1 L'analisi funzionale automatizzata

Il metodo dell'analisi funzionale rappresenta, uno strumento estremamente potente a disposizione del progettista. Le qualità di tale metodo sono state ben evidenziate nel precedente capitolo. Nonostante ciò questo presenta dei limiti, essenzialmente legati alle caratteristiche di intuitività e "ambiguità descrittiva" del metodo, i quali, paradossalmente, sono anche i suoi più grandi pregi. Secondo gli schemi di approccio classico [1] [2] [3] al progettista viene offerta la libertà di definire lo schema come più gli sembra opportuno, senza vincoli riguardo le locuzioni "verbo+nome" da utilizzare, consentendo l'espressione più libera del pensiero progettuale, dunque soluzioni probabilmente più "veloci" e "performanti". Nello stesso tempo tali libertà potrebbero inibire le possibilità di confronto e "riutilizzo" di schemi funzionali (o parte di essi) realizzati in momenti precedenti; inoltre l'"ambiguità" del linguaggio naturale rende lo schema di analisi funzionale molto spesso di difficile interpretazione per tutti coloro i quali non abbiano preso parte alla redazione dello stesso, senza considerare il fatto che lo stesso realizzatore dello schema potrebbe avere difficoltà nella lettura nel momento in cui, trascorso un lungo intervallo di tempo, fosse chiamato ad una rianalisi della prima stesura. Situazioni di scarsa chiarezza rendono, in più, pressoché impossibile una definizione "elaborata" della metodologia, intendendo con il termine elaborata una forma strutturata del metodo di analisi funzionale rappresentabile al calcolatore; e la necessità di disporre di uno strumento software mediante il quale realizzare l'analisi funzionale di prodotto è più che evidente. Si ricorda che il metodo consiste nella rielaborazione, mediante suddivisioni successive, di una funzione globale, chiamata macrodefinizione funzionale, rappresentativa della soluzione del problema di progettazione. Mediante successive suddivisioni in sottofunzioni, il metodo di analisi funzionale consente di definire la rete funzionale del prodotto da realizzare; l'analisi può considerarsi conclusa nel momento in cui si rispetta il vincolo di "atomicità",

ovvero una condizione in cui la sottofunzione non può più essere decomposta. Ciò, come detto, è “sinonimo” di soluzione del compito cui l’analisi era demandata. Considerando casi reali di progettazione (a titolo di esempio si faccia riferimento all’immagine di fig. 1.14, capitolo 1; seppur le sottofunzioni non siano in forma “atomica”, è immediatamente evidente la complessità dello schema), nel momento in cui si giunge ad una possibile soluzione del problema, lo schema di analisi funzionale diviene estremamente complesso ed articolato. Tale complicazione, in linea teorica, riduce le potenzialità della metodologia, la quale richiede, che tutte le “situazioni funzionali” descritte all’interno dello schema, ovvero tutte le combinazioni di link e blocchi funzionali, rispettino determinate leggi fisiche, variabili a seconda del prodotto sottoposto ad analisi e, nello stesso tempo, costituiscano un sistema “logicamente coerente”. Il rispetto delle leggi fisiche è immediatamente verificabile mediante applicazioni di bilanci energetici e di massa. La coerenza logica del sistema (partendo dal presupposto di non voler sindacare il significato funzionale espresso dalle locuzioni “verbo+nome” e dai collegamenti funzionali) è, invece, associata ai percorsi dei flussi di materiale ed energia, nonché alla distribuzione e sistemazione dei link di forza. In particolare ciò che si deve necessariamente riscontrare per i flussi di energia e materiale è, dato un input, l’esistenza di un percorso continuo di flusso, il quale porti ad un output, ovvero un ultimo link che definisca l’interazione *sistema-ambiente esterno* in uscita. Per i link di forza, invece, bisogna attestare che l’insieme dei blocchi funzionali faccia capo, appunto mediante link, ad uno o più blocchi funzionali demandati alla funzione di collegamento con l’ambiente esterno, e che inoltre questi ultimi siano effettivamente connessi con l’ambiente esterno. In maniera schematica, dunque (fig. 2.1):

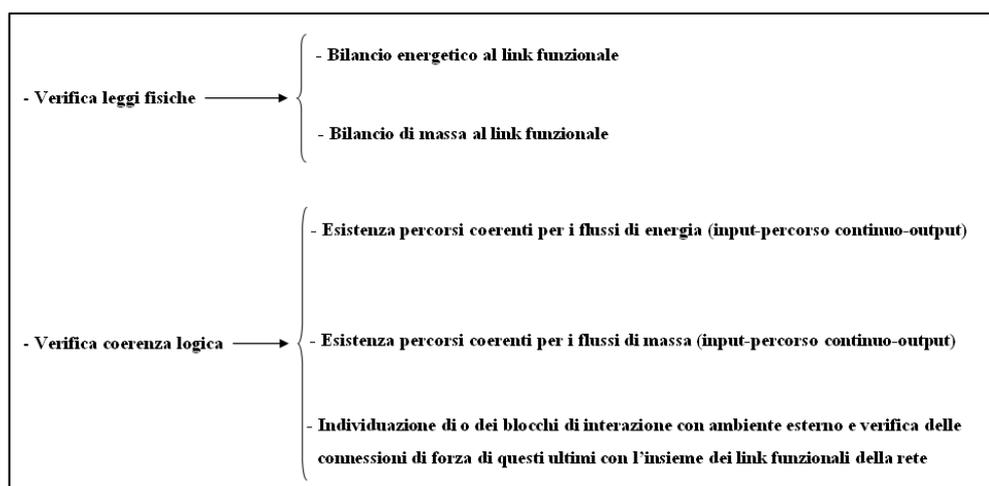


Figura 2- 1: Rappresentazione delle verifiche sulla rete funzionale

Svolgere tali verifiche su schemi funzionali estremamente complessi, come anticipato in precedenza, rischia di ridurre le potenzialità del metodo, rendendolo notevolmente più lento nella sua applicazione e di difficile validazione.

Per questi motivi è evidente la necessità di rielaborare, in qualche modo, le strutture della metodologia di analisi funzionale rendendola adattabile all'implementazione software. È immediatamente intuibile l'estremo vantaggio che si potrebbe ottenere se l'insieme dei compiti di verifica fosse svolto in maniera automatica: riduzione dei tempi (dunque dei costi) di verifica; eliminazione dell'errore umano; possibilità di implementazione di algoritmi, così da non dover ripetere, per ogni nuova analisi, e per la rivalutazione delle stesse, i medesimi passi.

Al fine di fornire dati ad un calcolatore per uno schema di analisi funzionale è necessario tradurre le sue componenti, ovvero link e blocchi funzionali, in un linguaggio ad esso comprensibile. Qualcosa, dunque, di matematico, o schematizzabile come tale.

Osservando un generico schema di analisi funzionale (fig. 2.2) si nota immediatamente l'analogia esistente tra una rete funzionale ed un *grafo*.

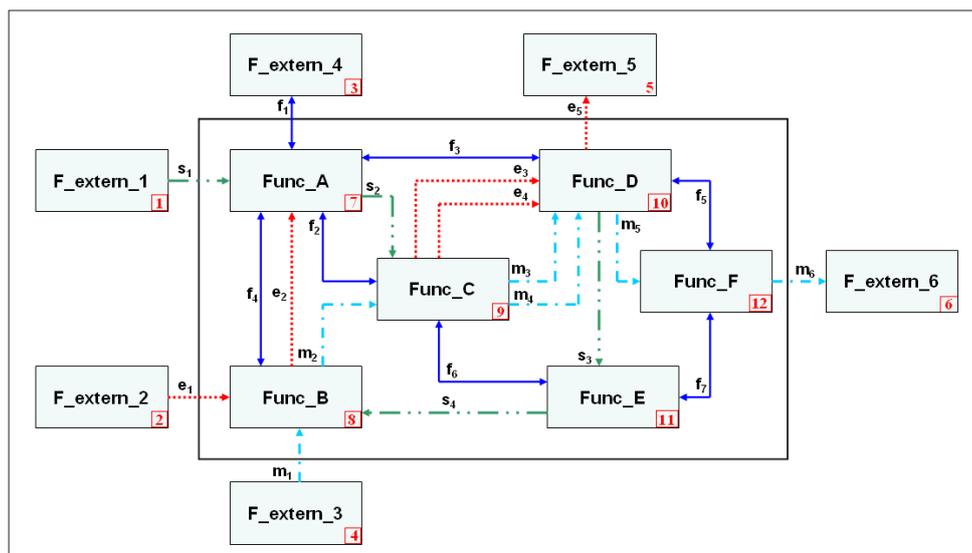


Figura 2- 2: Schema generico di analisi funzionale.

Lo schema rappresentato in figura 2.2 è del tutto generale; non vuole rappresentare nessun tipo di strumento o oggetto in particolare. È composto da una serie di funzioni (Func_X) collegate tra loro mediante un certo numero di link di diversa tipologia e, sempre mediante link, è messo in relazione con l'ambiente esterno, modellato mediante altri blocchi funzionali generici (F_extem_x). Di certo, però, è immediatamente evidente l'analogia che sussiste tra una rete funzionale di questo tipo ed un grafo. Tale corrispondenza consente, in prima battuta, di risolvere il punto chiave relativo alla possibilità di ridefinizione sistematica ed elaborabile della metodologia di analisi funzionale: il problema della struttura matematica da utilizzare.

2.2 Cenni sulla teoria dei grafi

La teoria dei grafi è una disciplina relativamente antica; risale, infatti, al diciottesimo secolo, periodo in cui Leonard Euler, noto matematico svizzero, formulò i concetti fondamentali e concretizzò matematicamente le idee che stanno alla base di tale teoria [8]. In particolare egli tentò, attraverso i grafi, di risolvere tutta una serie di problemi connessi alla rappresentazione e al calcolo dei cammini, o percorsi. Nonostante sia una teoria sostanzialmente antica, essa è utilizzata per impostare e risolvere molte tipologie di problemi in diversi campi delle scienze. Ed

oggi ancor più che nel passato. Infatti la teoria dei grafi è costituita da tutta una serie di definizioni matematiche che ben si prestano alla rappresentabilità mediante l'uso di calcolatori. Lo sviluppo delle macchine di calcolo ha portato ad una pesante "riscoperta" della teoria negli ultimi anni, in particolar modo in ambito ingegneristico. Esempi significativi si riscontrano nel campo dell'elettronica, in cui i grafi sono utilizzati, ad esempio, per determinare in che modo un circuito può essere "posizionato" su di una scheda madre; in campo informatico possono essere utilizzati per definire l'insieme delle connessioni di una serie di computer facenti parte di una rete; nel campo dell'ingegneria civile possono essere sfruttati per risolvere problemi di trasporto, applicando algoritmi mediante i quali descrivere i percorsi minimi tra due città. Sono davvero innumerevoli le applicazioni che possono essere strutturate e modellate con sistemi a grafo.

Seppur la teoria dei grafi sia una disciplina vastissima, in questa sezione del lavoro si cercherà di dare le definizioni fondamentali al fine di rendere più comprensibili le successive applicazioni della teoria ai casi pratici di studio di analisi funzionale di prodotto.

La forma più semplice relativa a tale tipologia di struttura matematica è il grafo semplice. Un grafo semplice $G = (V, E)$ è una coppia $(V(G), E(G))$ in cui $V(G)$ è un insieme finito e non vuoto di elementi, chiamati vertici (*vertices*) o nodi, mentre $E(G)$ è una "famiglia" o gruppo finito di coppie non ordinate di elementi appartenenti a $V(G)$ (non necessariamente distinte le une dalle altre), ciascuna delle quali prende il nome di arco (*edge*) (fig. 2.3) [7].

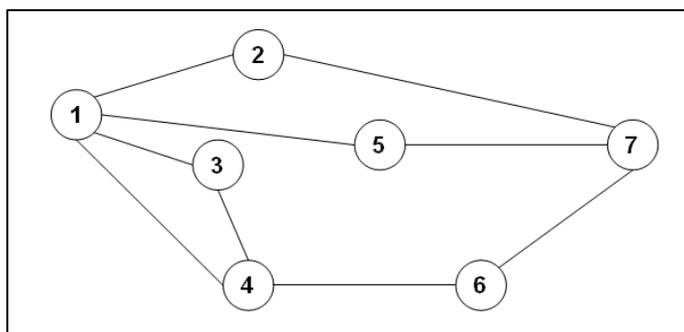


Figura 2- 3: Grafo semplice non orientato.

L'immagine di fig. 2.3 chiarisce immediatamente il concetto di “semplice”; un grafo si definisce tale nel momento in cui tra due nodi, solitamente schematizzati mediante dei cerchi, è presente un solo arco, ovvero una sola via di comunicazione, la quale può essere percorsa indifferente nei due sensi (a partire da un nodo, verso l'altro e viceversa) ed alla quale non è associato nessun valore numerico. Tali caratteristiche devono essere rispettate per tutte le coppie di nodi.

L'insieme dei nodi di un grafo è spesso descritto mediante una notazione del tipo:

$$V = \{1, 2, \dots, n\} \quad (2.1)$$

ed i numeri interi positivi sono solitamente adoperati per assegnare un “nome” a ciascun nodo [9]. L'insieme degli archi che, per definizione, è una collezione di coppie di nodi, è invece descritto mediante una notazione del tipo:

$$A = \{(1, 2), (1, 3), (1, n), \dots, (n, 1), (n, n)\} \quad (2.2)$$

valida ipotizzando il caso di esistenza di archi che partono ed arrivano allo stesso nodo, elementi formalmente definiti come loop [9] (fig. 2.4). Per quanto riguarda gli archi, la nomenclatura più adottata utilizza le lettere dell'alfabeto per distinguere tra archi diversi, anche se non mancano casi in cui si utilizzano i numeri o lettere con pedice.

Osservando, invece, l'immagine di fig. 2.4 è immediato comprendere la definizione di “multigrafo”;

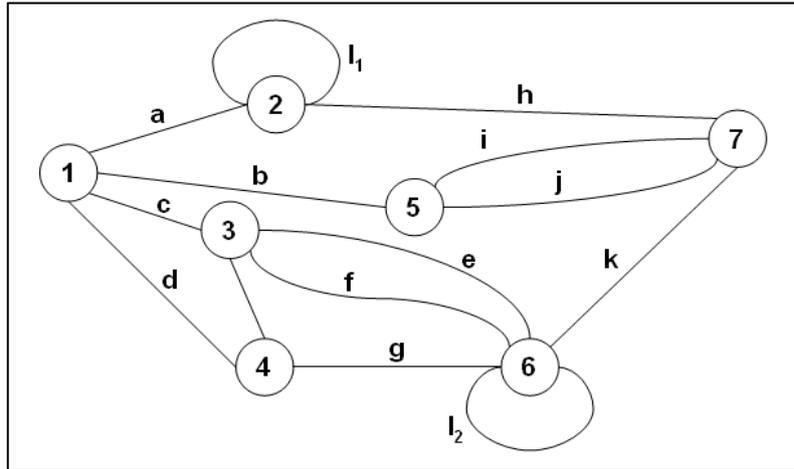


Figura 2- 4: Multigrafo dotato di cicli di loop (l_1 ed l_2)

Classicamente, un multigrafo $G=(V,E)$ consiste di un insieme $V(G)$ di vertici, un insieme di archi $E(G)$ ed una funzione f da E a:

$$f \rightarrow \{\{u,v\} \mid u,v \in V, u \neq v\} \quad (2.3)$$

per la quale può valere, inoltre, la relazione:

$$f(e_1) = f(e_2) \quad (2.4)$$

nel qual caso i due archi e_1 ed e_2 sono definiti multiarchi. Le relazioni (2.3) e (2.4) definiscono formalmente la funzione f , la quale rappresenta la relazione esistente tra due generici nodi distinti del grafo u e v ; in generale tale funzione può essere descrittiva di un diverso valore di collegamento tra i due nodi, anche se la (2.4) attesta il fatto che possa esistere il caso in cui vengano usati due archi distinti per spaiare una stessa forma di collegamento. Un multigrafo dotato di cicli di loop è chiamato, in letteratura, con il nome di pseudografo. Esso è caratterizzato dalla funzione:

$$f \rightarrow \{\{u,v\} \mid u,v \in V\} \quad (2.5)$$

e per un arco di loop vale la relazione (2.6) mediante la quale se ne descrive la sua caratteristica:

$$f(l_1) \equiv \{u, u\} = \{u\} \text{ per un certo numero di } u \in V \quad (2.6)$$

Fin ora è stata analizzata solo una delle classi di grafo esistenti, la quale comprende tutti i grafi non diretti, ovvero quei grafi i cui archi (o link) non hanno una direzione preferenziale di percorrenza. Ad esempio, facendo riferimento all'immagine di fig. 2.4, considerando la coppia di nodi $\{1,3\}$, risulta indifferente muoversi da 1 a 3 attraverso d o compiere il percorso inverso. Un grafo diretto (o orientato), invece, consiste in un insieme di vertici V ed un insieme di nodi E i quali, raggruppati in coppie, costituiscano, appunto, coppie **ordinate** di elementi di V . Estrema importanza assume il termine "ordinate" in quanto mediante tale parola si indica la relazione di collegamento tra due nodi mediante uno o più link percorribili in un solo verso. I link destinati a rappresentare connessioni ordinate sono, solitamente, rappresentati mediante frecce, come è possibile osservare in fig. 2.5.

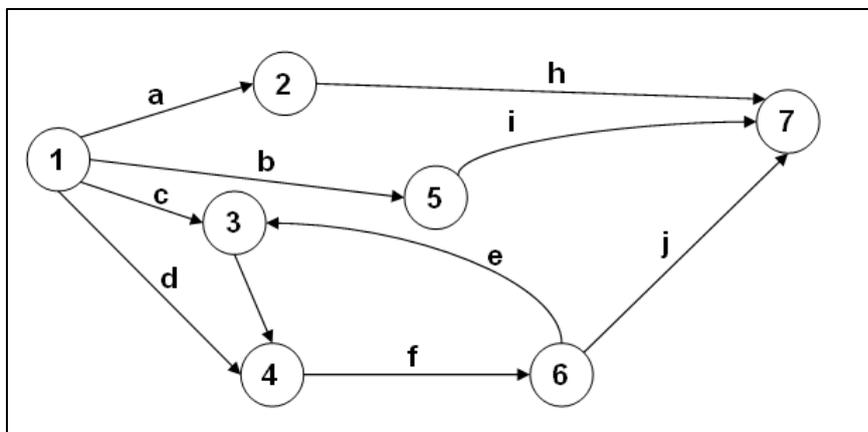


Figura 2- 5: Grafo diretto.

Anche per i grafi diretti esiste la definizione di multigrafo (diretto); matematicamente questa è analoga alle (2.3) e (2.4) precedentemente esposte, con l'unica differenza che le coppie (u,v) devono essere ordinate (per i grafi diretti le parentesi graffe sono sostituite da parentesi tonde, e l'ordine all'interno delle parentesi definisce il fatto che u sia il vertice di partenza, v quello di arrivo per l'arco). L'immagine di fig. 2.6 descrive un generico grafo di questo tipo.

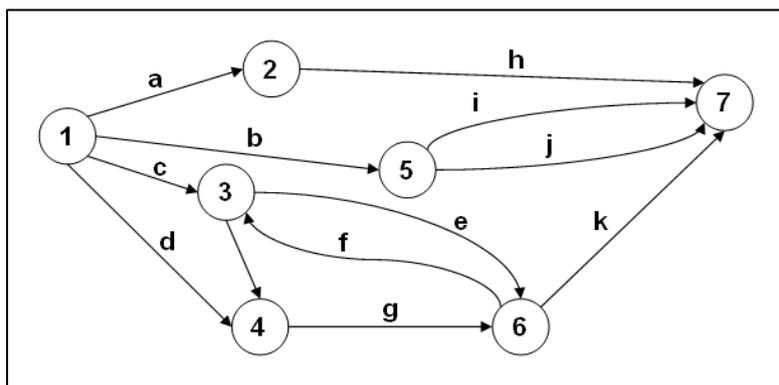


Figura 2- 6: Multigrafo diretto.

Finora sono state analizzate tutte le possibili forme che può assumere un grafo. Non si è, però, fatto riferimento ad un importante concetto relativo alla possibilità di assegnare ai vari archi un “*peso*”, ovvero un valore numerico che, in un certo senso, rappresenti la “distanza” esistente tra due nodi connessi, appunto, mediante un link. Molti problemi ingegneristici possono essere concretamente implementati in questo modo; come anticipato in precedenza, il concetto è utilizzabile per definire problemi di cammino minimo, ma anche problemi di costo (es.: metodologia PERT), o di velocità (studio dell’insieme delle reazioni chimiche all’interno di un composto). È dunque utile sottolineare come il concetto di distanza espresso in precedenza sia del tutto generale. Il peso assume le caratteristiche proprie del problema che si sta modellando attraverso il grafo. Nel momento in cui viene associato un peso agli archi di un grafo, lo stesso prende il nome di “grafo pesato”. Ovviamente possono esistere grafi pesati semplici e multigrafi pesati; allo stesso modo sussistono le definizioni relative alla direzionalità dei link, dunque esisteranno grafi semplici diretti pesati così come multigrafi diretti pesati. A titolo di esempio nell’immagine di fig. 2.7 è riportato il precedente multigrafo diretto (fig. 2.5) caratterizzato dall’assegnazione di pesi a ciascun link.

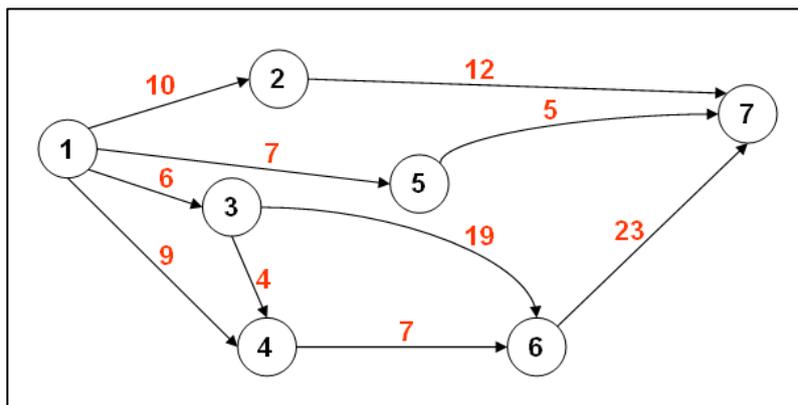


Figura 2- 7: Grafo diretto pesato

Come precedentemente anticipato, la teoria dei grafi è vastissima; di certo non è pensabile esaurire l'argomento in questa sede. In ogni caso sembra utile riportare una serie di definizioni, le più significative, che saranno notevolmente utili nel prosieguo del lavoro. In particolare in letteratura [7] si riportano le seguenti definizioni:

- Due nodi u e v in un grafo non diretto G sono detti *adiacenti* in G se $\{u,v\}$ è un arco di G ; analogamente, se esiste un arco $e=\{u,v\}$, tale arco è definito incidente ai nodi u e v . Si dice anche che l'arco e connette u e v , i quali sono chiamati, a loro volta, punti di arrivo dell'arco $\{u,v\}$.
- Il *grado* di un nodo, in un grafo non diretto, è pari al numero di archi che incide su di esso; i loop contribuiscono al grado con valore doppio; simbolicamente il grado è descritto mediante la notazione $\text{deg}(v)$, in cui v è un generico nodo del grafo.
- Quando (u,v) è un arco di un grafo diretto G , si dice che u è adiacente a v , v è adiacente a partire da u . Il nodo u è detto vertice iniziale, v vertice finale. Il vertice iniziale e finale di un loop è lo stesso.
- In un grafo diretto l'“*in-degree*” (grado di entrata) rappresenta il grado di un nodo in riferimento ai soli link incidenti al nodo; si indica con la notazione $\text{deg}^-(v)$, con v generico nodo del grafo. L' “*out-degree*” (grado di uscita) rappresenta il grado di

un nodo in riferimento ai soli link incidenti a partire dal nodo; si indica con il simbolo $\text{deg}^+(v)$.

- Un *percorso* (*path*) di *lunghezza* n da u a v , con n intero positivo, in un grafo non diretto è una sequenza di archi del grafo tali per cui esista un insieme di funzioni $f(e_1)=\{x_0, x_1\}, f(e_2)=\{x_1, x_2\}, \dots, f(e_n)=\{x_{n-1}, x_n\}$, in cui $x_0=u, x_n=v$. Quando il grafo è semplice è possibile descrivere il cammino mediante la sequenza dei nodi. Il cammino è un *circuito* se inizia e termina sullo stesso nodo, ovvero se $u=v$. Inoltre un *cammino* è definito *semplice* se non passa per lo stesso nodo per più di una volta. Per i grafi orientati (diretti) valgono le stesse definizioni, a meno della direzionalità dei link, i quali non possono essere percorsi nel senso opposto rispetto a quello indicato della freccia.
- Un grafo semplice si definisce connesso nel momento in cui esiste un cammino per tutte le coppie distinte di vertici del grafo.
- Un grafo diretto è fortemente connesso se, per ogni coppia di nodi (i,j) esiste un cammino da i a j ed uno da j ad i [9].
- Un grafo diretto è debolmente connesso se (non essendo fortemente connesso) il grafo non diretto ottenuto ignorando l'orientamento è connesso [9].

2.3 Strutture matematiche associate ai grafi

Esistono svariate metodologie matematiche utilizzate nella rappresentazione dei grafi. Prescindendo, nel presente lavoro, dalla descrizione dettagliata di ciascuno di tali sistemi, si farà essenzialmente riferimento a quelle strutture matematiche che consentono di rappresentare un grafo in una forma facilmente memorizzabile in un calcolatore. Da questo punto di vista esistono due modalità “standard” di rappresentazione di un grafo: la rappresentazione a matrice e a liste di adiacenza.

Si inizierà a discutere della rappresentazione a matrice, la quale è sicuramente e storicamente la più utilizzata. Dato un grafo $G = (V, E)$, assumendo che esista una numerazione dei vertici del tipo $1, 2, \dots, |V|$ (con il simbolo $|V|$ si vuole intendere la cardinalità dell'insieme dei vertici, ovvero il numero totale di vertici presenti nel grafo), si definisce *matrice di adiacenza* $A = (a_{i,j})$ una matrice quadrata di dimensioni $|V| \times |V|$ tale per cui:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } (i, j) \in E \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.7)\#$$

in cui E è l'insieme degli archi di G [10]. Questa definizione si applica sia ai casi di grafi diretti che ai casi di grafo non diretti. In quest'ultimo caso la matrice è chiaramente simmetrica. Per chiarire la definizione si riporta (fig. 2.8) la rappresentazione della matrice di adiacenza per un caso di grafo diretto e non diretto

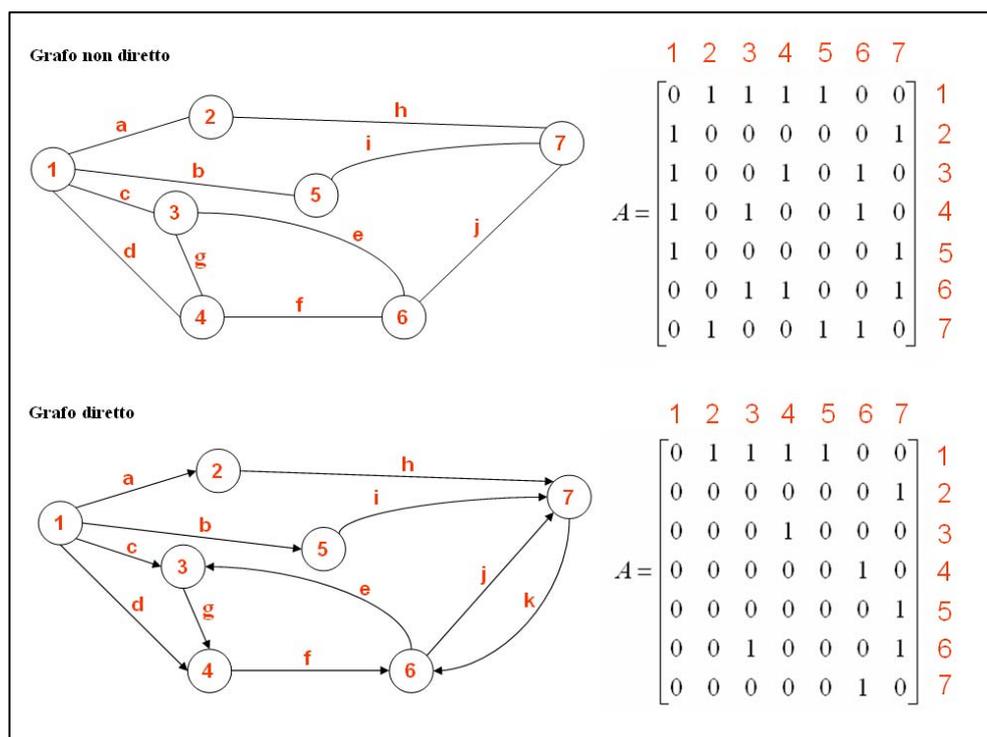


Figura 2-8: Rappresentazione, mediante matrici di adiacenza, di grafi diretti e non diretti

La lettura delle matrici è semplice. Essa deve essere svolta seguendo “l’ordine” riga-colonne e, sia per grafi non diretti che per grafi diretti, la presenza del numero 1 attesta l’esistenza di un link tra due nodi del grafo, contrassegnati in fig. 2.8 dai numeri di colore rosso. Se il link non è presente, il legame è descritto dallo zero (anche se esistono altre definizioni per la matrice di adiacenza che utilizzano numeri elevatissimi, tendenti all’infinito, per descrivere l’assenza del link).

Quale alternativa alla matrice di adiacenza, ma molto spesso in parallelo a quest’ultima, viene utilizzata la cosiddetta matrice di incidenza. Matematicamente è definita come segue: Dato un grafo $G = (V, E)$ non diretto, con $|V| = n$, $|E| = m$ (n, m sono due numeri interi), la matrice di incidenza M di G è la matrice di dimensioni $(n \times m)$ il cui generico elemento $m_{i,h}$ è così definito [8]:

$$m_{i,h} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ è un nodo inciso dall'arco } a_h \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.8)$$

graficamente il concetto può essere espresso con l’immagine di fig. 2.9:

$$\begin{array}{c} \text{[Insieme degli archi } E \text{]} \\ \text{[Insieme dei nodi } V \text{]} \left[\begin{array}{c} \text{Definizione} \\ m_{i,h} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ è un nodo inciso dall'arco } a_h \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \end{array} \right] \end{array}$$

Figura 2-9: Rappresentazione della matrice di incidenza

Facendo riferimento all’immagine di fig. 2.9 e alla relazione (2.8), si riporta di seguito un esempio di rappresentazione matematica di un grafo semplice mediante matrice di incidenza 2.10:

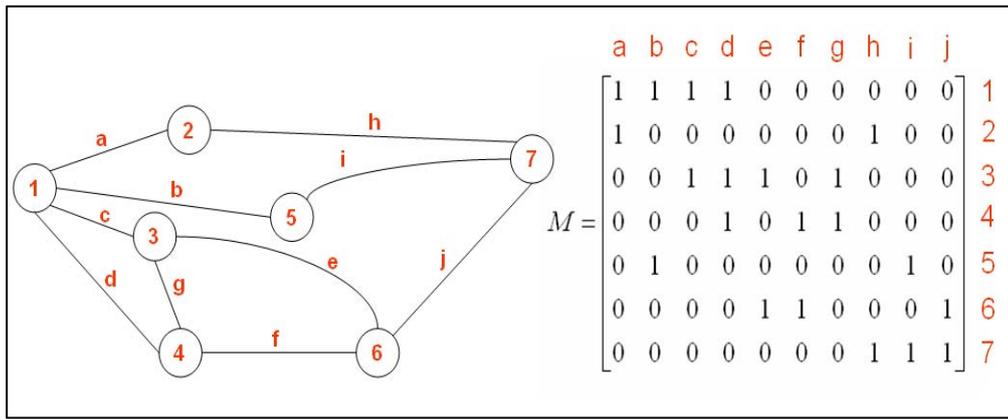


Figura 2- 10: Grafo non diretto e sua matrice di adiacenza.

Nel caso dei grafi diretti, poiché bisogna chiarire se l’arco entra o esce da un nodo, è necessario modificare la definizione (2.8). Pertanto il generico elemento $m_{i,h}$ della matrice M sarà [9]:

$$m_{i,h} = \begin{cases} +1 & \text{se } i \text{ è il nodo iniziale dall'arco } a_h \\ -1 & \text{se } i \text{ è il nodo finale dell'arco } a_h \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.9)$$

Prendendo in esame un grafo diretto, la corrispettiva matrice di incidenza sarà del tipo (fig. 2.11):

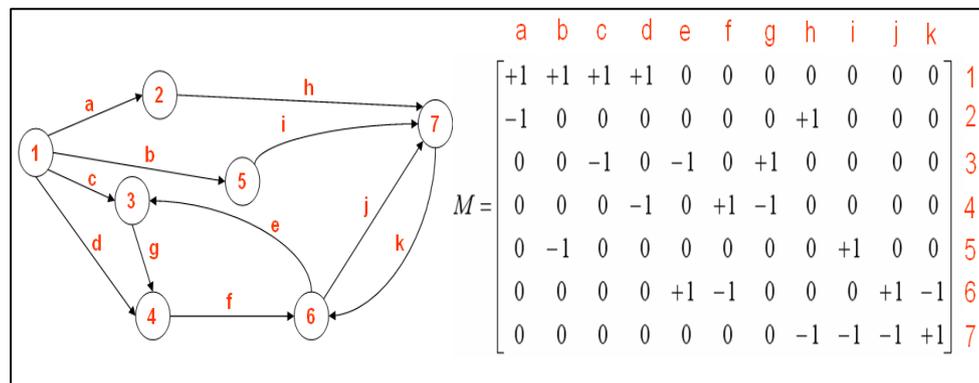


Figura 2-11: Matrice di incidenza per grafi diretti.

Fin ora, però, non è stato detto nulla riguardo i grafi pesati. La definizione di matrici di adiacenza o incidenza mediante le quali rappresentare tale tipologia di grafo è del tutto analoga a quelle viste fin ora, con la sola differenza che al posto dell’indicatore unitario il generico elemento della matrice sarà riempito dal peso

dell'arco preso in considerazione. Di conseguenza, indicando con p_h il peso associato ad un arco generico h di un grafo G , valgono le seguenti definizioni:

- per la matrice di adiacenza $A = (a_{i,j})$ si definisce l'elemento $a_{i,j}$ come:

$$a_{i,j} = \begin{cases} p_{i,j} & \text{se } (i, j) \in E \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.10)$$

- per la matrice di incidenza $M = (m_{i,h})$ si definisce l'elemento $m_{i,h}$ come:

$$m_{i,h} = \begin{cases} p_{i,h} & \text{se } i \text{ è un nodo inciso dall'arco } a_h \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.11)$$

In presenza di grafi diretti vale la precisata condizione relativa alla modifica del segno per pesi relativi ad archi uscenti o entranti nel nodo. A titolo di esempio, l'immagine di fig. 2.12 riporta il caso della matrice di adiacenza di un grafo diretto pesato.

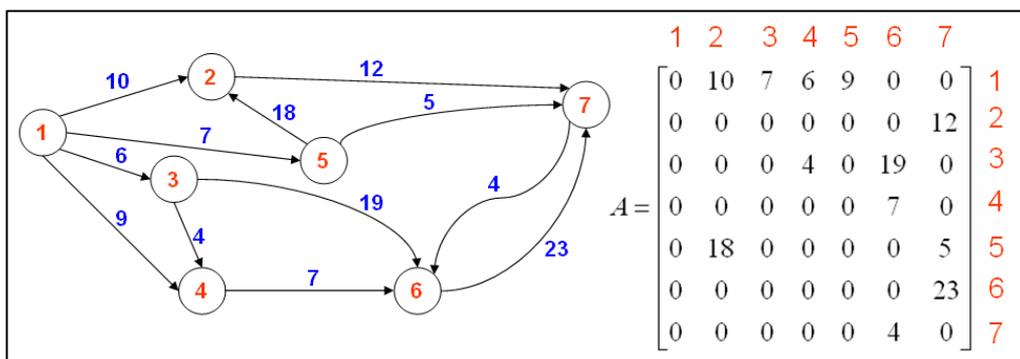


Figura 2-12: Grafo diretto pesato.

Ciò che è subito evidente, osservando la rappresentazione matriciale dei grafi, è che si fa uso di matrici altamente sparse; questo accade nel momento in cui non vi è una fitta rete di connessioni tra i vari nodi. Poiché per poter descrivere i grafi in forma matriciale all'interno di un calcolatore è comunque necessario riproporre anche gli zeri, dunque occupare spazio per memorizzare un dato che non è un'informazione diretta riguardo il grafo è spesso utilizzata una forma alternativa di rappresentazione: la cosiddetta *lista delle adiacenze*.

La lista delle adiacenze relativa ad un grafo $G = (V, E)$ è costituita da un vettore di dimensione $|V|$ ogni elemento del quale è una lista. Una lista è una struttura

dati dinamica nella quale gli elementi sono ordinati in maniera lineare [10] ed il loro ordine è stabilito, all'atto della definizione della struttura facendo uso della struttura dati in cui si definisce la matrice. Per ogni $u \in V$ la lista di adiacenza, chiamata per l'occorrenza $Adiacenze[u]$, contiene puntatori a tutti i nodi v tali per cui possa essere rappresentata l'esistenza di un link (u,v) all'interno del grafo G . In altre parole $Adiacenze[u]$ conterrà tutti i nodi che risultano essere adiacenti ad u nel grafo [10]. L'insieme delle liste di adiacenza costituisce la rappresentazione matematica del grafo.

Graficamente, una rappresentazione mediante liste di adiacenza è caratterizzata da uno schema generale simile a quello rappresentato in figura 2.13 e 2.14, nelle quali sono riportati il grafo a cui si fa riferimento, una rappresentazione letterale della rappresentazione mediante liste di adiacenza [7] ed una schematizzazione in termini di strutture dato, la quale sintetizza graficamente il sistema implementativo utilizzato per la reale riproposizione al calcolatore delle liste mediante l'uso dei puntatori alle strutture dati [12].

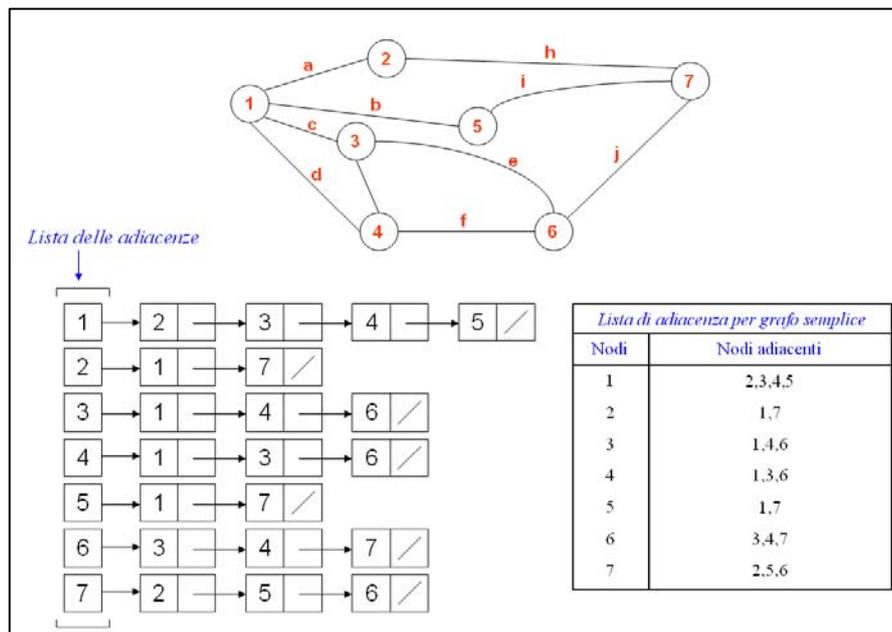


Figura 2-13: Rappresentazione di un grafo semplice mediante liste di adiacenza.

2.4 L'analisi funzionale mediante grafi: stato dell'arte

Proprio grazie alla evidente analogia esistente tra i grafi e le reti funzionali già molti studi sono stati eseguiti nel tentativo di ricondurre la metodologia di analisi funzionale allo studio di un grafo, applicando, dunque, tutte le strutture matematiche e le definizioni appena formulate. In particolare è necessario menzionare subito quello che, probabilmente, è il primo lavoro orientato alla formulazione matematica di problemi di carattere progettuale, ovvero lo studio svolto da Dobriansky e Freudenstein [13], nel quale i due ricercatori hanno tentato di predisporre una possibile elaborazione *a grafo* mediante la quale verificare la correttezza delle catene cinematiche di alcuni meccanismi. Più recentemente Kusiak e Szczerbicki [14], in un lavoro nel quale viene ripreso il concetto proposto da Dobriansky e Freudenstein, hanno tentato di rappresentare, mediante grafi, i flussi energetici tra vari componenti di un prodotto meccanico. I primi tentativi di applicare la teoria dei grafi direttamente all'analisi funzionale di prodotto risalgono a tempi molto più recenti. Ciò, probabilmente, a causa di un recente ritrovato interesse sia nei riguardi delle metodologie di approccio funzionale ai problemi progettuali sia in riferimento alle teorie relative ai grafi, le quali erano state pressoché abbandonate a causa dell'ingente onere computazionale richiesto da tali tipologie di "strutture dato" all'atto della loro implementazione al calcolatore, oggi riscoperte grazie all'avvento di calcolatori sempre più performanti [15]. In particolare, di notevole interesse è l'articolo redatto da Al-Hakim, Kusiak e Mattew [16], nel quale è presentato il primo vero approccio mediante rappresentazione a grafo di uno studio di analisi funzionale. Nello specifico il lavoro tratta della possibilità di rappresentare un sistema meccanico descritto mediante analisi funzionale connettendo i vari nodi descrittivi degli elementi funzionali del prodotto mediante un certo numero di link di energia. Operando tale descrizione l'obiettivo dei tre ricercatori è stato quello di mettere in evidenza i flussi energetici associati al sistema, facendo particolare attenzione a quei sottosistemi che, in abbinamento ad i link di energia, erano ridondanti o causa di perdita di funzionalità per l'intero sistema. Ancor più di recente Shai [17] ha introdotto una metodologia mediante la quale risolvere problemi progettuali di carattere generale trasformando le specifiche di ingegnerizzazione in una rappresentazione a grafo corrispondente.

Tali lavori risultano essere estremamente interessanti dal punto di vista teorico, in quanto definiscono indubbiamente le basi da cui partire nel momento in cui si vogliono sviluppare nuove teorie o approfondire elementi di teorie già esistenti, ma rimangono, in un certo senso, a carattere fortemente, e forse eccessivamente, astratto. Proprio a tal proposito c'è da menzionare il notevole lavoro di Kurtoglu e Campbell [18]. Questo si distacca dai precedenti in quanto estremamente più concreto. In particolare scopo dei due ricercatori è stato quello di realizzare un primo sistema automatico di rappresentazione di reti funzionali; l'applicativo software [19] approntato consente di realizzare "semplici" schemi funzionali, i cui blocchi sono collegati mediante link direzionali utilizzano, appunto, metodologie di rappresentazione legate alla teoria dei grafi. Il sistema è, senza dubbio, valido ed innovativo, ma presenta forti limiti riguardo la possibilità di rappresentare schemi funzionali complessi caratterizzati dalla presenza di link multipli e di diversa natura tra due blocchi funzionali. Inoltre i blocchi funzionali, così come interpretati dai due ricercatori, non sono utilizzati sempre come contenitori di semplici funzioni ma, in alcuni casi, rappresentano già dei componenti. Questa funzionalità allontana il loro sistema software da un puro applicativo destinato alla rappresentazione di schemi funzionali, facendolo tendere, in determinate circostanze, ad un sistema di rappresentazione di componenti.

Analizzando la letteratura riguardante la problematica della rappresentazione di schemi di analisi funzionale è stato possibile giungere a delle conclusioni riguardo gli sforzi da compiere al fine di risolvere una serie di problematiche ancora non del tutto chiarite; in particolare si è osservato che:

- nella quasi totalità dei lavori a carattere strutturato i blocchi funzionali, demandati, secondo la letteratura, alla rappresentazione di semplici locuzioni "verbo+nome", sono sostituiti dai componenti del sistema; ciò perché è, alle volte, estremamente complesso attribuire un significante fisico alla locuzione, di conseguenza difficile eseguire una qualsiasi valutazione di carattere ingegneristico, anche se di tipo preliminare. L'obiettivo sarà dunque quello di approntare un sistema strutturato di rappresentazione mediante il quale definire nella maniera più attinente possibile alla

teoria dell'analisi funzionale il blocco funzionale; si individua, dunque, il *“Problema della rappresentazione del blocco funzionale”*

- seppur nel lavoro di Kurtoglu e Campbell è presente un primo tentativo di rappresentazione dell'ambiente esterno, inteso come l'insieme di sistemi con il quale l'oggetto in fase di progettazione dovrà interagire, la problematica della strutturazione dei sistemi di contorno è tutt'altro che risolta. Obiettivo è dunque quello di definire la o le strutture necessarie alla modellazione dei nodi di contestualizzazione della rete funzionale, individuando il nuovo *“Problema di definizione dell'ambiente esterno”*.

- tutte le metodologie e gli applicativi analizzati fanno uso di link funzionali estremamente semplici. In particolare si nota che: a) tra due nodi non è mai presente più di un link, il quale, tra l'altro, nella maggior parte dei casi è adirezionale; b) i link sono semplicemente descrizioni dei flussi, nulla è detto riguardo i valori (numerici e dimensionali) dei vari flussi. Ciò va a discapito della qualità dell'analisi funzionale, la quale è fortemente caratterizzata dalla *“geografia”* e distribuzione dei link nello schema. La mancanza di una anche minima concretezza dei link, inoltre, non consente l'impostazione delle verifiche, delle quali è stata sottolineata l'estrema importanza nel precedente capitolo, indispensabili al fine di valutare la correttezza dell'analisi. L'obiettivo è di definire delle strutture matematiche mediante le quali dare la possibilità di generare non più semplici link tra due blocchi funzionali ma insiemi di link, ed inoltre approntare un sistema per consentire la rappresentazione matematica della distribuzione dei link in relazione ai vari blocchi funzionali facenti parte dell'analisi; si individua il *“Problema della definizione dei link funzionali e della loro rappresentazione”*

- la totalità delle metodologie analizzate si limita a svolgere la semplice rappresentazione dello schema funzionale. Seppur questo sia l'obiettivo principale, in quanto la metodologia di analisi è a carattere prevalentemente grafico e visuale, è stato anche sottolineato che la sua validazione non può prescindere dalle verifiche sia di tipo fisico che metodologico. Ulteriore scopo da raggiungere sarà quello di approntare un set di algoritmi mediante i quali, partendo dalle definizioni strutturate sviluppate, applicare matematicamente i concetti di verifica necessari descritti nel capitolo 1, fatta eccezione, ovviamente, per tutte quelle forme di verifica che rimangono a carattere teorico ed, in quanto tali, non sono strutturabili. Si propone, dunque, l'ulteriore *“Problema delle verifiche analitiche della rete funzionale”*.

2.4.1 Il problema di rappresentazione del blocco funzionale

Il blocco funzionale rappresenta l'elemento basilare attorno al quale ruota l'intero sistema dell'analisi funzionale. Non si può prescindere, dunque, da una corretta e approfondita analisi riguardo il modo migliore di rappresentare questo elemento in maniera matematica e strutturata, ciò nell'ottica di una possibile implementazione matematica dell'intero sistema di analisi. Per fare ciò è necessario fissare bene le idee su ciò che dovrà necessariamente essere rappresentato all'interno di ciascun blocco funzionale al fine di fornire caratteristiche concrete e manipolabili in relazione agli scopi progettuali e ai risultati delle verifiche.

Prima di analizzare il contenuto della struttura di blocco funzionale è utile descrivere il processo sistematico e generale mediante il quale si cercherà di attuare la strutturazione dei componenti funzionali, nell'ottica di una possibile implementazione al calcolatore della struttura funzionale. L'idea è quella di rappresentare ciascun componente dell'analisi come una collezione di “elementi”, ovvero un insieme di “campi”, racchiusi all'interno di un contenitore strutturato, destinati al contenimento di specifiche caratteristiche e valori legati alla natura intrinseca dell'elemento in fase di modellazione. A livello visuale, ciascun elemento della collezione sarà descritto tramite un contenitore rettangolare, all'interno del

quale saranno specificate le “funzioni generali” che lo stesso dovrà assolvere; l’intera collezione sarà raggruppata in un macrocontenitore, sempre di forma rettangolare, il quale rappresenterà il modello strutturato dello strumento di analisi funzionale (un link o un blocco) preso in considerazione. Dunque, per chiarire il concetto, supponendo che un determinato strumento da modellare abbia necessità di offrire:

- un identificativo, o nome
- un elemento contenente un generico valore di peso
- una locuzione descrittiva

data la definizione strutturata dei tre campi (fig. 2.14):



Figura 2-14: *Strutturazione del blocco funzionale.*

Ritornando alla problematica riguardante la definizione strutturata del blocco funzionale, senza dubbio esso dovrà contenere la funzione, dunque una locuzione “verbo+nome” mediante la quale tradurre, quanto più univocamente possibile, il compito cui esso è demandato. Al fine di distinguere i diversi blocchi funzionali di una stessa analisi sarà necessario assegnare a ciascuno di essi un “nome”. Seppur fin ora tutti i nomi dei vari componenti sono stati presentati, nei vari esempi, come stringhe di caratteri, nell’ottica della rappresentazione matematica ed informatica del sistema è conveniente distinguere i blocchi (come tutti gli altri elementi) mediante identificatori numerici, più semplici da confrontare rispetto le stringhe. Di conseguenza viene definito il cosiddetto “*label*”; esso sarà un campo sempre presente all’interno della rappresentazione strutturata degli elementi e conterrà il “numero-nome” dell’elemento modellato. Le due caratteristiche sarebbero già sufficienti a definire il sistema blocco funzionale; si ricordi, però, la problematica discussa precedentemente riguardo le difficoltà che, alcune volte, si pongono di fronte al progettista nel momento in cui è chiamato a definire un “significante fisico” da associare alla funzione descritta all’interno del blocco. Con l’espressione “*significante fisico*” si vuole intendere una generica quantità numerica, eventualmente accompagnata da un’unità di misura, da associare all’espressione

qualitativa descritta mediante la funzione. Tale quantità numerica può essere relazionata alla funzione esplicativa, presente all'interno del blocco, mediante una, o una serie di *metriche* in grado di definire le caratteristiche quantitative della funzione rispetto una determinata *funzione obiettivo*.

Non è importante, a questo stadio del lavoro, descrivere quale sia la metrica da relazionare alla funzione, tanto meno, quali siano le funzioni obiettivo. Ciò che è certo, però, è che qualsiasi lavoro di progettazione è sottoposto a vincoli, i quali possono essere di carattere economico, geometrico, ambientale; possono esistere vincoli legati al tempo di realizzazione e al luogo di realizzazione, ai materiali da utilizzare, alle risorse tecnologiche a disposizione, e questi sono solo alcuni dei possibili. Ed, ovviamente, esisteranno situazioni in cui diversi tra i vincoli appena citati saranno combinati tra loro, definendo “confini” ben precisi per il lavoro di progettazione.

Ora, in generale, le funzioni obiettivo dovranno rappresentare delle relazioni matematiche o dei modelli mediante i quali tenere conto dei vincoli in fase di progettazione. Le metriche, invece, per grandi linee, potrebbero essere strutturate come dei sistemi di abbinamento (pesati) tra le funzioni descritte all'interno dei blocchi funzionali e delle classi di funzione generali, mediante le quali raggruppare le metodologie funzionali risolutive per una determinata classe di problemi. A tali classi funzionali saranno abbinate le valutazioni derivanti dai modelli matematici associati alle funzioni obiettivo, le quali, ovviamente, saranno diverse in relazione all'associazione di ciascuna classe di vincolo (costo, tempo ecc...) in riferimento alle particolare classe di funzione.

Di seguito si propone la struttura mediante la quale si realizzerà la definizione matematica del blocco funzionale (fig. 2.15); le definizioni formali delle metriche, delle funzioni obiettivo e delle classi di funzione saranno, invece, trattate nel prosieguo del lavoro. Per ora è sufficiente tenere presente che il campo denominato “*Valore d'incidenza*” (fig. 2.15), rappresentativo del precitato significante fisico, dovrà essere “completato” da un valore numerico derivante dalle relazioni “*funzione obiettivo – metrica – classe di funzione*” (fig. 2.16).

Il blocco funzionale è anche dotato di due campi “energetici”. In particolare (fig. 2.17), i campi sono denominati “*Pozzo_Sorgente*” e “*Unità misura energia*”. Tali elementi sono demandati al contenimento delle eventuali caratteristiche

energetiche associate al blocco che, a seconda dei casi, possono essere presenti o meno. In particolare, nell'interazione con i link energetici, un generico blocco funzionale potrà comportarsi come una sorgente, ovvero “generare” una certa quantità di energia, ovvero potrà agire da pozzo, assorbendo (o consumando) parte dell'energia che giunge ad esso. La funzione dei due campi sarà più chiara nel momento in cui saranno trattate le problematiche legate alle verifiche energetiche della rete funzionale.

<i>Label</i>		<i>Funzione</i>	
<i>Valore d'incidenza</i>	<i>Indice di incidenza</i>	<i>Unità di misura</i>	
<i>Pozzo_Sorgente</i>		<i>Unità misura energia</i>	

Figura 2- 15: Definizione strutturata del blocco funzionale.

Qualche ulteriore precisazione va riportata, invece, riguardo il campo di “Valore di incidenza”; è necessario affermare che:

- ad esso è relazionato il campo di “Unità di misura”, nel quale sarà conservata, appunto, l'unità di misura relativa alla “fisiologia” dell'indice del *valore*; ad esempio, se il calcolo è effettuato in funzione dei vincoli di costo, l'unità di misura sarà un indice monetario (\$ o €), se il sistema è analizzato in funzione del vincolo “peso”, l'unità di misura sarà il Kg ecc..
- anche se nella descrizione di fig. 2.15 il campo è unico, è possibile definire più campi di “*Valore di incidenza*”, all'interno dei quali riportare tutta una serie di valori numerici i quali saranno chiamati a descrivere, ciascuno, una particolare classe di vincolo. Ovviamente, definire più campi di “*Valore di incidenza*” vorrà dire associare a questi ultimi un ugual numero di campi “Unità di misura”.
- Il campo “*Indice d'incidenza*” è destinato a contenere il rapporto percentuale tra il “*Valore di incidenza*” del singolo nodo e il “*Valore di incidenza*” complessivo del sistema. Tale operazione

servirà ad avere idea immediata di quali siano le proporzioni di influenza dei singoli blocchi funzionali sull'intero sistema rispetto una (o più) caratteristiche di funzione obiettivo.

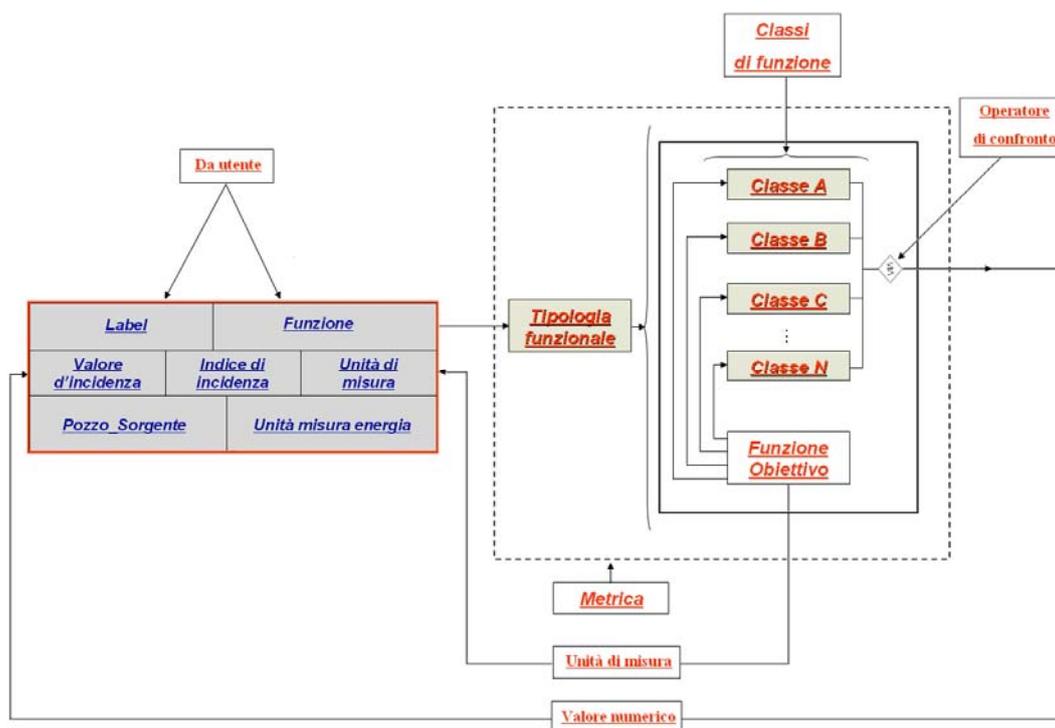


Figura 2-16: Rappresentazione schematica del modello di riempimento dei campi della struttura "blocco funzionale".

In un certo senso questa schematizzazione descrive il sistema di interfacciamento tra il sistema "blocco funzionale" ed una sorta di modello matematico strutturato i cui componenti ("Tipologia funzionale", "Funzione Obiettivo", "Classi di funzione"), opportunamente correlati tra loro forniscono in output un certo valore numerico, mediante il quale completare il campo "Valore di incidenza" del blocco funzionale. A questo stadio dell'analisi non è necessario, come anticipato in precedenza, capire il dettaglio del modello. Esso è servito solo a far comprendere quale valenza avesse, all'interno della struttura del blocco funzionale, il campo "Valore di incidenza". L'idea è di valutare, mediante un sistema lessico-matematico, in che modo e in che proporzioni un determinato blocco funzionale, facente parte della rete, *incida* sul sistema globale in relazione ad una determinata domanda, che, in un certo senso, non è altro che la trasposizione letterale di ciò che

viene matematicamente espresso mediante la strutturazione di una funzione obiettivo. Da ciò il nome suddetto.

La funzione rappresenta ciò che il progettista vuole che il blocco funzionale sia in grado di compiere all'interno del sistema. Il "Label" potrebbe essere scelto in modo casuale, in quanto l'idea è quella di dotare il sistema di un metodo mediante il quale evitare i problemi di ripetizione di nomi uguali; nonostante ciò è conveniente utilizzare una politica di completamento "incrementale"; per ogni nuovo nodo, inserire il primo numero disponibile non utilizzato.

Particolare interesse, in relazione alla discussione riguardo il modello teorico di riempimento del blocco funzionale, assume il caso tutt'altro che raro relativo alla definizione di componenti/blocchi multifunzionali. Seppur il paradigma cardine alla base di ogni sviluppo di analisi funzionale indica la necessità di definire ciascun blocco funzionale mediante una sola coppia "verbo+nome", in alcuni casi reali ciò non è possibile. Il problema della multifunzionalità di un generico blocco funzionale si riscontra soprattutto durante le prime fasi di analisi, quando ancora i blocchi descrivono insiemi di funzioni. In alcuni casi, col procedere dello sviluppo, la definizione di sottofunzioni più dettagliate consente di superare l'ambiguità; in altri casi, anche avendo raggiunto l'atomicità per le sottofunzioni, alcune di esse continuano a presentare caratteristiche di multifunzionalità.

Secondo la teoria classica l'insorgenza di tali problematiche, pur facendo allontanare lo studio dalle condizioni teoriche ideali, non è causa di grandi equivoci; anzi, casi di questo tipo si riscontrano molto spesso in applicazioni concrete della metodologia. Una corretta definizione di tutte le funzioni svolte dal blocco funzionale fisicamente non più espandibile non altera affatto il significato e la potenzialità dell'analisi.

In riferimento al modello di fig. 2.16, però, il caso della multifunzionalità potrebbe creare equivoci di definizione. Seppur non sia una condizione "certa", in quanto non è detto che non si possa individuare una determinata classe funzionale per un insieme di funzioni, per mantenere il rapporto di univocità tra blocco funzionale (e sua funzione) e classe funzionale, si suggerisce di espandere forzatamente il blocco. Con ciò si vuole intendere un insieme di operazioni che, a partire dall'insieme multifunzionale, vada ad individuare le singole sottofunzioni, descrivendo ciascuna all'interno di un singolo blocco funzionale. Poiché parte dello

stesso componente. L'obiettivo è di collegare l'insieme delle "pseudo-sottofunzioni" mediante una serie di link di forza, mediante i quali esplicitare il concetto secondo cui i singoli blocchi siano, in realtà, rappresentativi di un singolo membro funzionale. Tali connessioni, a differenza dei soliti legami di forza, andranno a descrivere, in un certo senso, i legami di tipo "atomico-molecolare" esistenti all'interno del componente, quasi come se la distinzione funzionale creasse anche una separazione fisica del componente (separazione, ovviamente, solo virtuale). Operando in questo modo si ha la possibilità di individuare le singole sottofunzioni, trattandole secondo le modalità definite all'interno del modello teorico, così come fatto per i casi di blocchi monofunzionali. Si ricorda nuovamente che tale procedura di separazione virtuale delle parti e delle funzioni non è strettamente necessaria ai fini della rappresentazione modellistica dello studio di analisi funzionale. Nonostante ciò se ne consiglia l'uso nel momento in cui nascessero delle ambiguità di abbinamento tra l'insieme multifunzionale e l'individuazione della classe di appartenenza. Inoltre c'è da sottolineare il fatto che la rappresentazione in sottofunzioni virtuali è da intendersi a carattere puramente teorico. Ciò vuol dire che, nel momento in cui sarà definito l'applicativo mediante il quale generare la rappresentazione informatica degli schemi di analisi funzionale, il generico blocco multifunzionale potrà essere rappresentato esattamente come tutti gli altri, definendo, all'interno del campo "*Funzione*" l'insieme delle funzioni da esso svolte. La rappresentazione proposta, dunque, rappresenta un semplice suggerimento, da intendersi come un espediente, per poter facilitare le fasi di selezione della classe funzionale di appartenenza relativamente al componente/blocco funzionale sottoposto ad analisi.

2.4.2 Definizione dell'ambiente esterno

Il secondo problema da risolvere riguarda la rappresentazione strutturata degli impianti esterni al sistema in fase di modellazione funzionale, i quali interagiscono con quest'ultimo. In relazione a tale concetto si considerino le immagini di fig. 1.8 (Capitolo 1) e di fig. 2.2 del presente capitolo. In entrambe le figure sono presenti i cosiddetti nodi esterni, ovvero quei blocchi funzionali che, pur non facendo parte del sistema, devono necessariamente interagire con questo al fine di un suo corretto funzionamento. Così, ad esempio, per il caso della caldaia, è necessario che questa si

relazioni all'impianto idrico e all'impianto di apporto del gas di combustione. A partire da tali blocchi esterni si sviluppano una serie di link, i quali sintetizzano le interrelazioni esistenti tra "l'ambiente" e il prodotto.

Teoricamente non sarebbe strettamente necessario rappresentare l'ambiente esterno all'interno di uno studio di analisi funzionale. La metodologia, infatti, si concentra sul prodotto e non sulle azioni o sulle interazioni che questo ha in relazione agli elementi che intervengono per il suo funzionamento. Sarebbe sufficiente caratterizzare unicamente i link provenienti dall'esterno, definendo con precisione i soli punti di ingresso e di uscita rispetto il sistema. Ciò si traduce, dunque, una situazione di questo tipo (fig. 2.17)

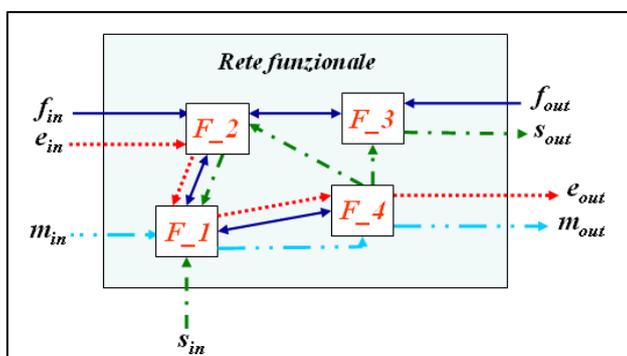


Figura 2-17: Rete funzionale generica.

Con F_num sono state indicate delle generiche funzioni, così come "casuale" è stata la disposizione dei link.

Come ampiamente discusso nei paragrafi preliminari di questo capitolo, l'obiettivo è quello di definire una strutturazione della metodologia di analisi funzionale che possa ben adattarsi ad una rappresentazione a grafo. Osservando l'immagine di fig. 2.17, la domanda è quale possa essere il grafo in grado di descrivere la rete funzionale proposta. Ipotizzando che ogni blocco funzionale sia schematizzabile come un nodo, la struttura risultante assumerebbe una forma simile a quella rappresentata in fig. 2.18.

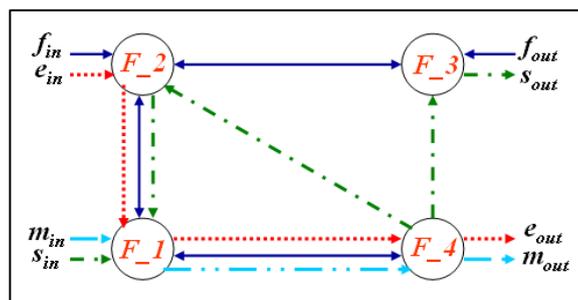


Figura 2- 18: Rappresentazione mediante grafo della rete di fig.2.17.

Considerando gli innumerevoli esempi proposti all’atto della descrizione generale della teoria dei grafi, prescindendo per ora dalle problematiche di rappresentazione legate alle diverse forme di link presenti, risulta evidente che il “grafo” di fig. 2.18 non è confrontabile ne assimilabile a nessuno dei grafi precedentemente presentati. Ciò perché esistono degli archi che non originano da alcun nodo, come anche vi è la presenza di altri archi che non terminano in nessun nodo. Secondo la teoria, invece, affinché una struttura possa essere definita *grafo*, è necessario che ciascun link presente origini e termini su di un nodo (teoricamente può essere lo stesso, così come si verifica nel caso dei loop).

Al fine di risolvere la questione è necessario proporre una forma di rappresentazione per l’ambiente esterno che possa essere in qualche modo assimilata ad un nodo. Definendo, dunque, le caratteristiche necessarie alla corretta descrizione di un blocco funzionale che modelli l’ambiente esterno, ovvero:

- un label per il riconoscimento del blocco
- la funzione svolta dal blocco

è immediato, partendo dalle considerazioni svolte riguardo la definizione del blocco funzionale vero e proprio descritte in precedenza, giungere ad una rappresentazione del tipo proposto nell’immagine di fig. 2.19.



Figura 2-19: Rappresentazione ambiente esterno.

La rappresentazione è, dunque, molto semplice. D'altronde si tratta di un espediente mediante il quale poter adattare gli schemi funzionali alla teoria dei grafi. Infatti, avendo ora a disposizione una struttura anche per la modellazione dell'ambiente esterno, ipotizzando di poter trattare tale tipologia di struttura come un nodo di un grafo, lo schema proposto in figura 2.19 si modifica in questo modo (fig. 2.20)

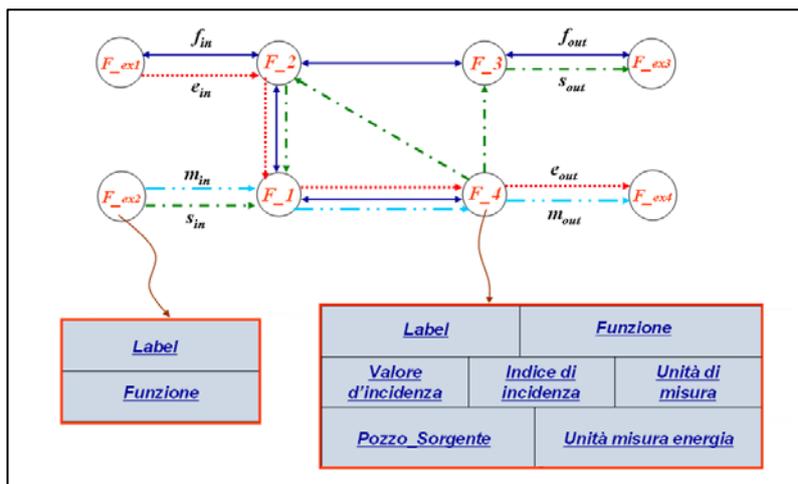


Figura 2-20: L'ambiente esterno nella rappresentazione a grafo.

I nodi rappresentativi dell'ambiente esterno sono denominati, in fig. 2.20, come F_ex accoppiato ad un numero (per dare una forma di identificazione, pur essendo semplicemente un caso di esempio). Per semplicità, sia i nodi di ambiente esterno che i nodi mediante i quali si descrive una funzione propria del prodotto, ovvero i blocchi funzionali, sono raffigurati come cerchi, anche per dare maggiore risalto alla similitudine con i grafi. In figura, però, è riportata anche la corrispondenza tra ciò che è stato descritto in maniera simbolica mediante i cerchi e ciò che gli stessi in realtà rappresentano. Ogni nodo di "ambiente esterno" sarà, infatti, composto dalla struttura a due campi "Label_Funzione"; ciascun nodo relativo alla descrizione di un generico blocco funzionale sarà composto dalla struttura a sette campi "Label Funzione Valore, indice di incidenza, Unità di misura Pozzo/Sorgente Unità misura energia".

Quale ultima considerazione è utile chiarire perché, all'interno della struttura descrittiva dell'ambiente esterno non siano presenti i campi di valore ed indice di incidenza e di conseguenza il campo unità di misura, così come non vi è la presenza

del campo “Pozzo_Sorgente”. Come detto prima, il valore di incidenza vuole essere un identificatore mediante il quale rappresentare il peso delle singole sottofunzioni di una generica rete funzionale rispetto l’insieme dei blocchi funzionali, riferendo tutto ad una determinata funzione obiettivo. Poiché l’ambiente esterno non è parte integrante del sistema, ma si limita ad interagire con esso, non sarebbe corretto valutarne l’incidenza sullo stesso. Non bisogna dimenticare, infatti, che lo scopo è quello di realizzare un sistema strutturato mediante il quale valutare il prodotto in relazione alle sole proprie caratteristiche funzionali. Per quanto riguarda le caratteristiche energetiche, non è necessario definirne per i blocchi di ambiente esterno poiché non devono rientrare nel sistema di verifica energetica, che sarà orientato all’analisi del solo prodotto.

2.4.3 La rappresentazione dei link funzionali

Per il corretto sviluppo di una rete funzionale di prodotto industriale è necessario utilizzare le quattro tipologie di link funzionali; il link di forza, quello di energia, il link di segnale e quello di materiale. Più è complesso il prodotto in fase di modellazione, tanto più elevato sarà il numero di link necessari a descriverne, in un certo senso, le fasi operative, in riferimento ai flussi funzionali associati a questi ultimi ed alla loro interazione tramite le funzioni descritte all’interno dei blocchi.

Si faccia riferimento, a titolo di esempio, allo schema funzionale riportato in fig. 1.14. Esso rappresenta il livello più elevato di rete funzionale ottenuto per il caso applicativo della caldaia. È immediato notare l’elevato numero dei link presenti, come è evidente la complessità geometrica relativa alla disposizione dei link funzionali, pur non avendo ancora raggiunto nello schema la teorica “atomicità” delle sottofunzioni. L’impossibilità di rappresentare la struttura funzionale mediante una delle note strutture a grafo è legata all’esistenza di diverse tipologie di link. In prima analisi, infatti, potrebbe sembrare sufficiente la struttura multigrafo. Questa, infatti, permette la definizione di link multipli tra due nodi, e dunque si avvicina molto alla situazione usuale delle reti di analisi funzionale. Tale struttura, però, non è del tutto esaustiva. Principalmente sono due le questioni che allontanano il problema dalla precitata forma di rappresentazione:

- la coesistenza, all'interno delle reti funzionali, di link monodirezionali e di link bidirezionali (si fa riferimento a link di forza, i quali sono rappresentati con frecce bidirezionali) non consente di stabilire se il grafo da utilizzare nella rappresentazione sia un multigrafo diretto o meno (si ricorda che link bidirezionali ed adirezionali hanno lo stesso significato simbolico; consentono l'interazione tra due nodi in entrambe le direzioni)
- l'esistenza di link di diversa tipologia implica che ciascun collegamento ad arco tra due nodi generici di un grafo possa assumere significati estremamente differenti. Ciò crea problemi di rappresentazione matematica in quanto sia le matrici che le liste di adiacenza non sono più sufficienti (nella loro forma classica)

Preso atto delle difficoltà rappresentative, le soluzioni possono essere due: 1) definire una nuova forma di struttura matematica, associata ad una nuova tipologia di grafo che consenta la rappresentazione contestuale di link mono e bidirezionali; 2) ridefinire e strutturare i link funzionali in modo tale da adattarli alle strutture matematiche esistenti in letteratura, ovvero dare a due nodi connessi con un link le informazioni necessarie per identificare la natura del link stesso.

Seppur la prima delle due soluzioni sia, in linea di principio, la più semplice da attuare, poiché sarebbe sufficiente definire una nuova forma di grafo ad hoc in grado di ammettere l'esistenza di link di diversa natura, per motivi legati al problema della standardizzazione dei sistemi informativi è più conveniente concentrare l'attenzione sulla seconda delle alternative. Riuscendo a dare una corretta definizione dei link funzionali in termini di collezione di strutture sarà possibile, infatti, continuare ad utilizzare una delle rappresentazioni a grafo presenti in letteratura, con l'indubbio vantaggio di poter usufruire della letteratura relativa agli algoritmi di analisi dei grafi, soprattutto in riferimento alle problematiche relative alle verifiche associate allo studio di analisi funzionale.

Dunque l'attenzione si concentrerà ora sulla possibile forma strutturata da associare alle quattro tipologie di link presenti all'interno degli schemi funzionali in modo tale da poter soddisfare i requisiti appena citati.

Così come per i blocchi funzionali ed i blocchi di ambiente esterno, anche i link saranno definiti con strutture a campi. Alcuni campi saranno destinati alla loro identificazione ed alla descrizione dei flussi ad essi associati. Altri saranno invece utilizzati per descrivere caratteristiche complementari associate ai flussi stessi; tali caratteristiche sono funzionali all'implementazione delle verifiche.

Si inizierà col definire la struttura destinata a rappresentare il link di forza. L'immagine di fig. 2.21 ne descrive una rappresentazione visuale.

<u>Label</u>	<u>Tipologia</u>
<u>Intensità</u>	<u>Unità di misura</u>

Figura 2-21: Rappresentazione strutturata link di forza.

La struttura è costituita da quattro campi; il campo “*Label*” è destinato all'identificazione del link; per questo valgono le stesse considerazioni svolte all'atto della descrizione della struttura del blocco funzionale. Il campo “*Tipologia*” è destinato a contenere la peculiarità del link, ovvero la “forma” della forza che si esplicita tra due blocchi funzionali (ad esempio il link potrà rappresentare un collegamento **fisso**, o descrivere un'interazione di **contatto** etc.). Per quanto riguarda il campo “*Intensità*”, la definizione è insita all'interno del nome stesso. Esso dovrà essere completato mediante un valore numerico indice, appunto, dell'intensità della forza scambiata tra due blocchi funzionali, al quale sarà associato un'unità di misura, contenuta nell'omonimo campo.

Proprio in riferimento all'ultimo punto citato, è conveniente specificare che non tutti i campi presenti all'interno della struttura di ciascun sistema, sia esso un blocco funzionale o un link, devono essere obbligatoriamente completati. Fatta eccezione per alcuni campi “obbligatori”, a seconda del livello di complessità con cui si vuole affrontare il problema della definizione strutturata dell'analisi funzionale sarà possibile omettere il completamento di alcuni campi, perché si mantenga un adeguato livello di coerenza. Con ciò si vuole intendere che il riempimento di alcuni campi rende obbligatorio il completamento di taluni altri. Fin ora sono state descritte le strutture necessarie alla modellizzazione del blocco funzionale, dell'ambiente esterno e del link di forza.

Sempre seguendo (per ora) un approccio visuale, l'immagine di fig. 2.22 riporta la definizione strutturata del link di segnale:

<u>Label</u>	<u>Forma</u>
<u>Modulo</u>	<u>Unità di misura</u>

Figura 2- 22: Rappresentazione strutturata link di segnale.

La struttura a campi è formalmente simile a quella utilizzata per il link di forza. Senza ridiscutere nuovamente del campo “*Label*”, il quale mantiene lo stesso significato per ciascuna delle strutture proposte, è più utile chiarire il compito dei campi “*Forma*” e “*Modulo*”. Mediante il primo, come dice il nome stesso, si vuole rappresentare la forma del segnale il quale, ad esempio, può essere di tipo elettrico, meccanico etc. Il “*Modulo*”, invece, rappresenta “l'intensità” del segnale; nella maggior parte delle apparecchiature il riconoscimento e l'esplicitazione della funzione dei segnali avviene proprio grazie alle distinzioni eseguite rispetto l'intensità del segnale stesso. Tale campo dovrà, dunque, essere completato mediante un valore numerico, associato al quale sarà necessaria un'unità di misura, la quale sarà conservata nel corrispondente campo.

Un po' più complessa è la descrizione delle strutture demandate alla rappresentazione dei link di materiale ed energia. D'altronde essi rappresentano senza dubbio i link più importanti presenti all'interno della struttura di analisi funzionale in quanto descrivono i flussi energetici e di materiale inerenti al sistema, sui quali le funzioni descritte all'interno dei blocchi operano la loro azione. Bisogna, altresì, ricordare che tali tipologie di link non è detto siano sempre presenti all'interno degli schemi di rappresentazione funzionale. Possono esistere, infatti, sistemi (estremamente semplici) che, una volta realizzati non hanno necessità di ricevere energia per il funzionamento, o sistemi che non trasformano o gestiscono flussi di materiale. Come detto si tratta di apparati estremamente semplici per i quali, probabilmente, impiantare uno studio di analisi funzionale è forse eccessivo, anche perché, ipotizzando l'assenza di flussi energetici e di materiale, sarebbero automaticamente eliminati anche i link di segnale, i quali non avrebbero senso di esistere.

Proprio perché relativi a sistemi complessi, come anticipato in precedenza la definizione dei link di energia e materiale sarà leggermente più articolata rispetto alle precedenti. Si inizierà col discutere il link di materiale, la cui rappresentazione è riportata nell'immagine di fig. 2.23.

<u>Label</u>	<u>Quantità</u>	<u>Qualità</u>
<u>Unità di misura quantità</u>	<u>Energia specifica trasportata</u>	<u>Unità di misura energia</u>

Figura 2-23: Rappresentazione strutturata link materiale.

Il campo “*Label*” ha il noto significato. Il campo “*Quantità*” rappresenta esattamente ciò che è descritto mediante il termine, ovvero la quantità di materiale trasportato, dunque sarà completato mediante un valore numerico, al quale sarà associata un’unità di misura, da conservare nel corrispettivo campo. Quest’ultima sarà definita anche in relazione alla “*Qualità*” del materiale, ovvero alla tipologia (che si concretizzerà in espressioni del tipo solido, liquido, gassoso, ovvero specificando le reali caratteristiche della sostanza in interazione con il sistema, ad esempio “gas_naturale”, “acqua”, ecc.). Ovviamente, il completamento del campo “quantità” implica il completamento degli altri due campi appena citati (ciò rientra nell’ottica delle interdipendenze tra campi). Più “singolare” risulta essere il settore della struttura dal nome “*Energia specifica trasportata*”. Tale porzione serve a conservare il valore numerico relativo alla quantità di energia contenuta all’interno del materiale interagente con il sistema, valore numerico a cui sarà associata una corrispondente unità di misura, la quale sarà conservata nel relativo campo. I perché della necessità di introdurre questi ultimi due campi nella definizione della struttura matematica del link di materiale saranno chiariti nel prosieguo del lavoro, in particolare nella sezione che si occuperà della definizione delle verifiche sugli schemi di analisi funzionale.

L’ultima tipologia di link da discutere è il link di energia. A livello strutturale la sua definizione non è complessa, anche perché non si allontana di molto dalla struttura utilizzata per la definizione del link di materiale. Rispetto quest’ultimo, però, necessita di qualche attenzione teorica in più. Il problema è legato alla

definizione di “energia”; ci si chiede, infatti, in che termini riportare il valore numerico del flusso energetico, in particolare se sia più utile descrivere il funzionamento di un generico sistema in termini di energia vera e propria o di potenza. Ciò, ovviamente, per facilitare le operazioni delle verifiche. Alcuni sistemi, ad esempio i sistemi elettrici, si prestano meglio ad essere caratterizzati attraverso flussi energetici, altri, come ad esempio sistemi termo-meccanici (la caldaia presa in considerazione nel Capitolo 1) possono essere definiti energeticamente solo in termini di potenze. In generale, però, non esistono vincoli in questo senso; unica accortezza da prestare è quella di assegnare ai campi energetici dei link unità di misura coerenti e confrontabili. Di seguito, invece, si riporta la struttura così come è stata pensata al fine di risolvere la problematica (fig. 2.24).

<u>Label</u>		<u>Energia/Potenza</u>
<u>Forma Energetica</u>	<u>Flusso energetico</u>	<u>Unità di misura</u>

Figura 2-24 Rappresentazione strutturata link di energia.

Il settore della struttura denominato “*Flusso energetico*” descriverà la quantità di energia (o potenza) trasportata dal link, mentre mediante il campo “*Forma Energetica*” se ne descriverà, appunto, la forma (ad esempio termica, meccanica, chimica ecc.). Il campo “*Unità di misura*”, descriverà, come ovvio, l’unità di misura associata al flusso.

Il problema legato alla definizione dei link di energia (nell’ottica delle verifiche) riguarda il carattere transitorio o stazionario del flusso energetico. In particolare è utile capire se un determinato link trasporti verso un blocco funzionale della potenza (o energia) che serve unicamente ad innescare determinate funzionamenti o reazioni, dopodiché si esaurisce, oppure se il link ha il compito di condurre allo stesso potenza (o energia) per tutta la durata del tempo di funzionamento del prodotto. Mediante il campo “*Energia/Potenza*” si cerca, appunto, di risolvere l’ambiguità.

Definite le quattro strutture mediante le quali rappresentare matematicamente i link funzionali, avendo a disposizione le precedenti definizioni dei blocchi funzionali e dell’ambiente esterno non resta altro che impostare una procedura per

legare tutti questi elementi, in modo tale da descrivere la rappresentazione a grafo dell'analisi funzionale.

2.5 Definizione della matrice di adiacenza

Si prenda nuovamente in considerazione l'immagine:

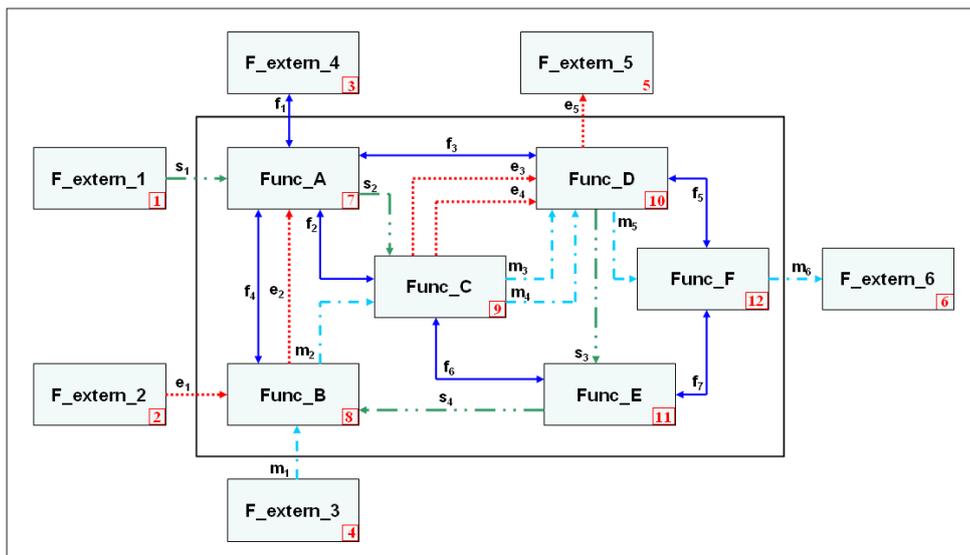


Figura 2-25: Schema generico di analisi funzionale.

In tale immagine è riportata la descrizione di una generica rete funzionale, caratterizzata da un certo numero di blocchi funzionali, messi in relazione tra loro da una serie di link di diversa tipologia e, sempre mediante link, connessi all'ambiente esterno.

Esaminando uno qualsiasi dei blocchi funzionali presenti all'interno della rete, ad esempio il blocco denominato "Func_C", si può mettere in evidenza l'esistenza di un certo numero di link in ingresso al blocco ed un certo numero di essi in uscita dallo stesso, i quali generano e giungono su blocchi differenti.

Per un grafo diretto un generico elemento della matrice di adiacenza rappresenta l'arco esistente tra il "nodo di riga" ed il "nodo di colonna"; i valori che tale elemento può assumere, in relazione alla teoria classica dei grafi, sono quelli descritti nelle definizioni (2.8) e (2.10). Al fine di descrivere a livello matematico una rete di analisi funzionale mediante un grafo l'idea è proprio quella di modificare

tali definizioni, in particolare la (2.10), in modo tale da riadattarla alle necessità del caso.

Per fare ciò si introduce un nuovo elemento strutturato, il “bus”. Nel campo dell’elettronica il “bus” è un connettore a più vie che mette in relazione due circuiti o sistemi elettrici. In riferimento alla problematica dell’analisi funzionale il “bus” sarà un struttura in grado di contenere le quattro tipologie di link strutturate definite nel precedente capitolo, creando, dunque, le quattro “vie” di comunicazione possibili tra due blocchi funzionali. Poiché ogni via potrà essere costituita da più link della stessa tipologia, ovvero, ad esempio, due link di energia o tre link di materiale concorrenti su di uno stesso nodo, ognuna di esse potrà essere estesa “tridimensionalmente”, aggiungendo il numero di strutture dello stesso tipo necessarie e sufficienti a descrivere l’intero numero di comunicazioni presenti tra due nodi. Il bus, dunque, sostituirà nella definizione il generico elemento $p_{i,j}$ della matrice, e sarà costruito in forma di “Celle di strutture”, come detto ad estensione tridimensionale. L’immagine di fig. 2.26 riassume graficamente i concetti finora esposti.

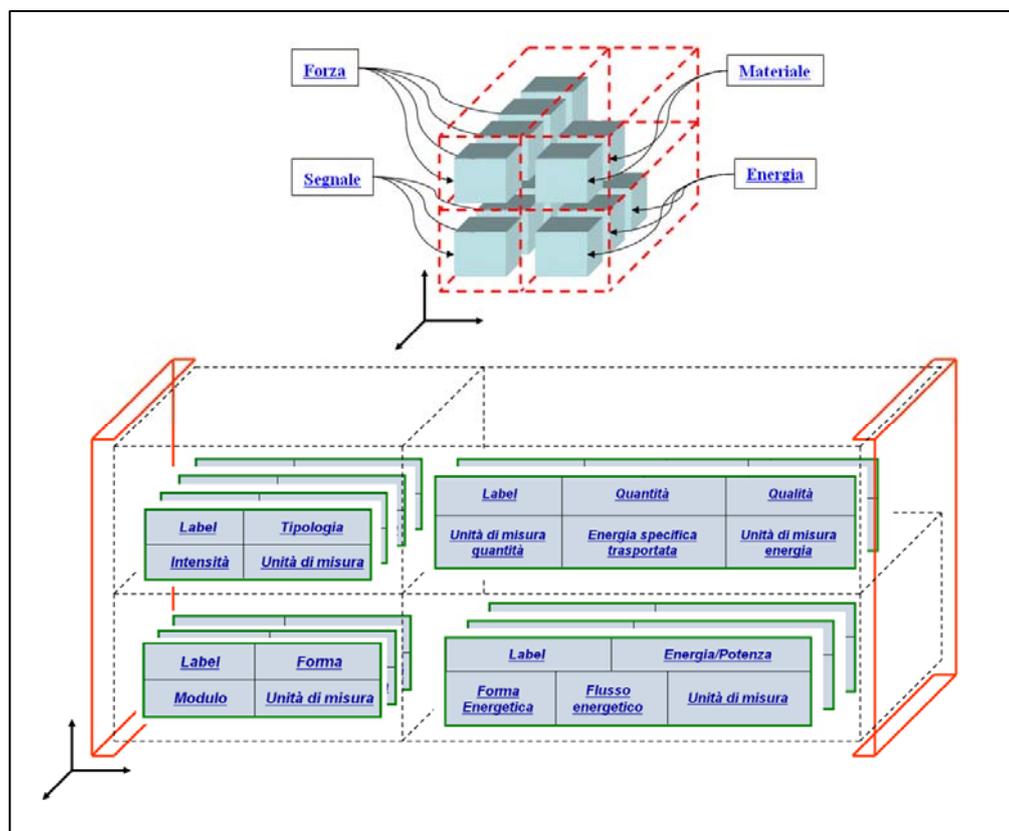


Figura 2- 26: Schema di struttura sostituiva per il generico elemento $p_{i,j}$ della matrice di adiacenza.

Il caso proposto in fig. 2.26 è puramente di esempio. La “macrostruttura”, racchiusa tra le parentesi quadre tridimensionali di colore rosso contiene quattro link di forza, tre di segnale, due di materiale e tre di energia. Mediante la rappresentazione riportata nella parte superiore dell’immagine si cerca di far intuire l’idea del contenitore tridimensionale, mentre nella sezione inferiore viene descritta la struttura esattamente con quelle che sono le definizioni dei singoli link così come presentate nel precedente paragrafo.

Come anticipato, muta dunque anche la definizione matematica della matrice di adiacenza, la quale sarà descritta da una “nuova” relazione (2.12):

$$a_{i,j} = \begin{cases} bus_{i,j} & se(i, j) \in E \\ 0 & altrimenti \end{cases} \quad (2.12)$$

nella quale l’elemento $bus_{i,j}$ va a sostituire il $p_{i,j}$ della (2.10). Per chiarire meglio il concetto del bus si faccia riferimento all’immagine di fig. 2.27.

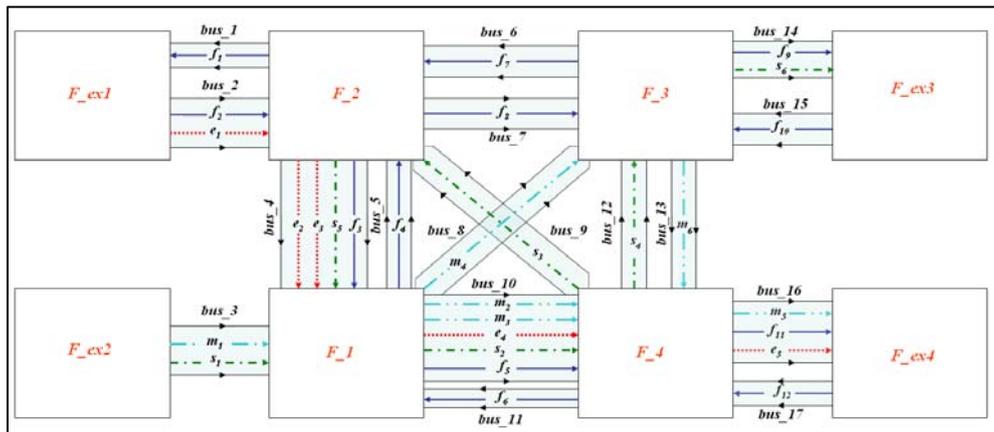


Figura 2-27: Sistema trasferimento dati attraverso “bus”.

L'immagine di fig. 2.27 presenta uno schema del tutto generale di analisi funzionale di prodotto, composto da quattro macrofunzioni (F_1,F_2,F_3,F_4), contestualizzato rispetto all'ambiente esterno, descritto dagli ulteriori quattro blocchi funzionali di "Ambiente_Esterno" (F_ex1, F_ex2, F_ex3, F_ex4). Tra i vari blocchi funzionali è presente un certo numero di link; in particolare, per rendere esaustivo l'esempio, sono presenti tutte e quattro le tipologie di link, e tra due blocchi funzionali sono, in alcuni casi, presenti più link della stessa tipologia. Rispetto agli schemi di analisi funzionale visti fin ora, l'immagine propone una particolarità; l'insieme dei link che generano da un generico nodo/blocco funzionale "i" e terminano in un generico nodo/blocco funzionale "j" sono raggruppati all'interno di un "contenitore" rettangolare (di colore azzurro), e viceversa. Tale contenitore rappresenta il concetto di bus tra due nodi. Il bus vuole essere, dunque, una sorta di "macrolink" diretto, descrittivo dell'intero insieme delle relazioni dirette (ad uguale direzione) incorrenti tra due nodi. Le piccole frecce presenti sui lati superiore ed inferiore dei contenitori ne indicano la direzionalità.

C'è da notare un'ulteriore differenza rispetto gli schemi tradizionali di analisi funzionale. Al fine di poter definire un bus puramente direzionale, infatti, è stato necessario sdoppiare i link di forza. Ciò non altera affatto il significato di tale tipologia di link, in quanto un collegamento bidirezionale può sempre essere espresso mediante una coppia di collegamenti monodirezionali [8], purché tali link, "derivanti" dallo stesso arco, abbiano caratteristiche identiche (ad esempio, nella teoria classica dei grafi, il peso) a meno, ovviamente, della direzionalità, che è opposta.

Ogni bus sarà descritto "matematicamente" da una struttura equivalente a quella proposta in fig. 2.29, e l'insieme dei bus così definito consentirà la definizione della matrice strutturata mediante la quale ottenere la rappresentazione matematica degli schemi di analisi funzionale. Definendo i nuovi "macrolink" bus mediante delle frecce monodirezionali nere, è possibile rappresentare lo schema di fig. 2.27 in questo modo (fig. 2.28):

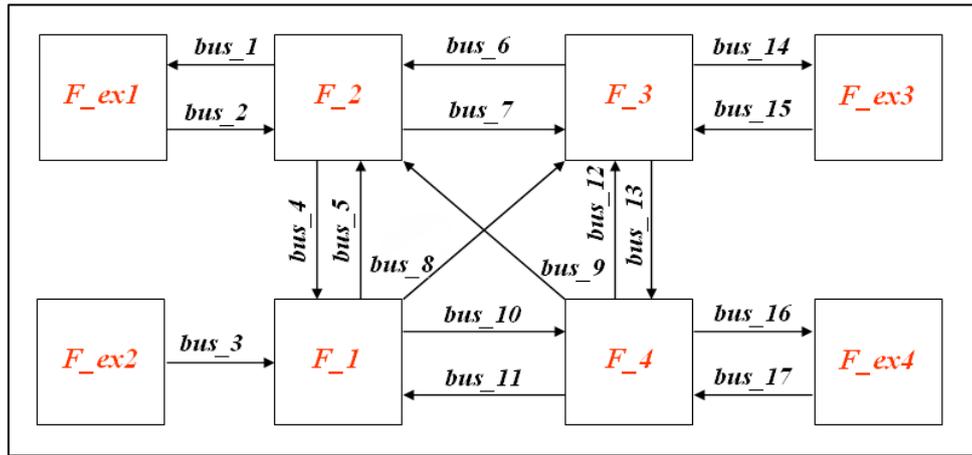


Figura 2-28: Rappresentazione del bus di collegamento.

A tale schema corrisponderà una matrice di dimensioni (8×8), la cui conformazione è riportata nell’immagine di fig. 2.30:

$$A(Func) = \begin{matrix} & \begin{matrix} F_ex1 & F_ex2 & F_ex3 & F_ex4 & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} F_ex1 \\ F_ex2 \\ F_ex3 \\ F_ex4 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & bus_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & bus_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & bus_15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & bus_17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & bus_5 & bus_8 & bus_10 \\ bus_1 & 0 & 0 & 0 & bus_4 & 0 & bus_7 & 0 \\ 0 & 0 & bus_14 & 0 & 0 & bus_6 & 0 & bus_13 \\ 0 & 0 & 0 & bus_16 & bus_11 & bus_9 & bus_12 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Ogni elemento (i,j) della matrice denominata “ $A(Func)$ ”, ovvero ogni bus, come anticipato in precedenza, sarà una cella di strutture ad estensione tridimensionale; per chiarire il concetto, si prenda in considerazione, ad esempio, il bus “ bus_{10} ”. Esso collega il nodo F_1 al nodo F_4 e “contiene” cinque link: un link di forza, uno di segnale, uno di energia e due link di materiale (fig. 2.28). Da un punto di vista grafico, la rappresentazione matematico_strutturata del link può essere descritta mediante l’immagine di fig. 2.30 (per chiarezza, l’immagine contiene solo

Figura 2-29: Matrice delle adiacenze per la rete di figura 2.28.

la rappresentazione del link preso in considerazione).

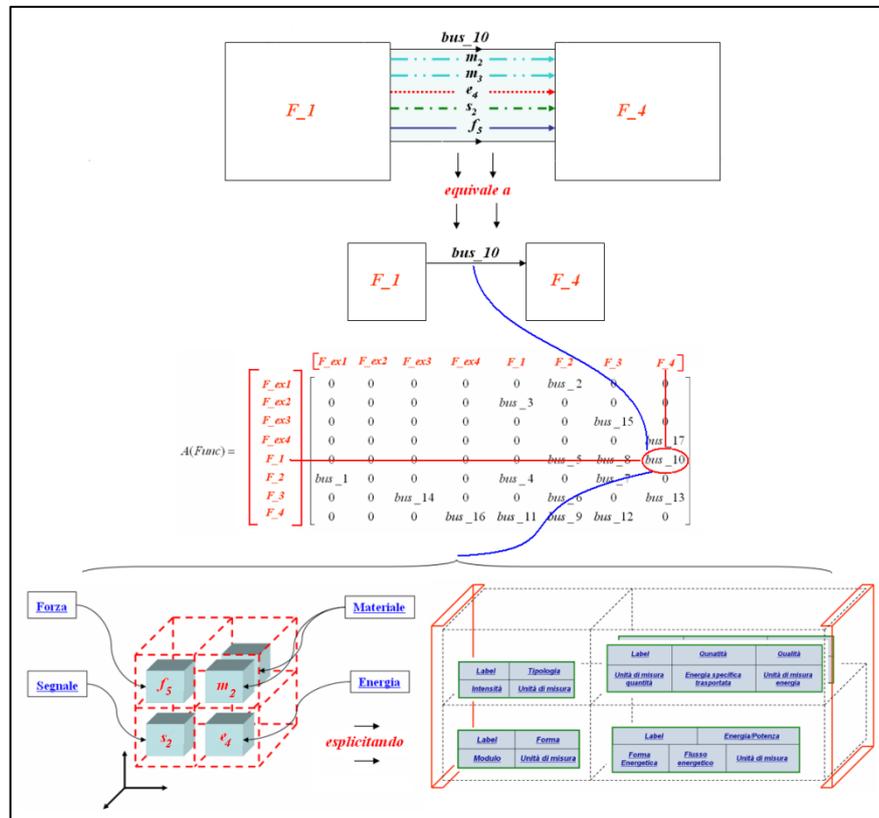


Figura 2-30: Rappresentazione strutturata del “bus”.

Riassumendo schematicamente, la procedura mediante la quale, data una generica rete funzionale, sarà possibile descrivere in maniera strutturata la rete stessa, in funzione degli elementi definiti nel presente capitolo, è questa:

- Individuazione dei link equidirezionali tra tutte le coppie di nodi (i,j) dello schema, rappresentato secondo la metodologia tradizionale, facendo attenzione allo sdoppiamento dei link di forza.
- Definizione dei “bus” secondo le modalità descritte (utilizzo delle strutture mediante le quali definire i link e le loro “collezioni”), partendo da una rappresentazione semplificata simile a quella di fig. 2.27
- Ridefinizione della rete (o grafo) in funzione dei bus, così come svolto in fig. 2.28
- Definizione della matrice di adiacenza, mediante la quale descrivere il grafo generato al passo precedente.

Rimangono ancora da discutere due problematiche: il caso in cui non ci siano collegamenti tra due nodi ed il caso in cui tra due nodi non siano presenti una o più forme di link. Nel primo dei due casi, così come suggerito dalla teoria classica dei grafi, l’inesistenza del collegamento è descritta a livello matriciale da uno “zero”. Ciò, ovviamente, esteso al caso degli elementi strutturati, vorrà dire colmare i quattro campi della macrostruttura “bus” mediante degli zeri.

Analogamente, l’inesistenza di un collegamento di una determinata forma tra due nodi sarà descritta sempre completando il campo corrispondente con uno zero. L’immagine di fig. 2.31 chiarisce la questione.

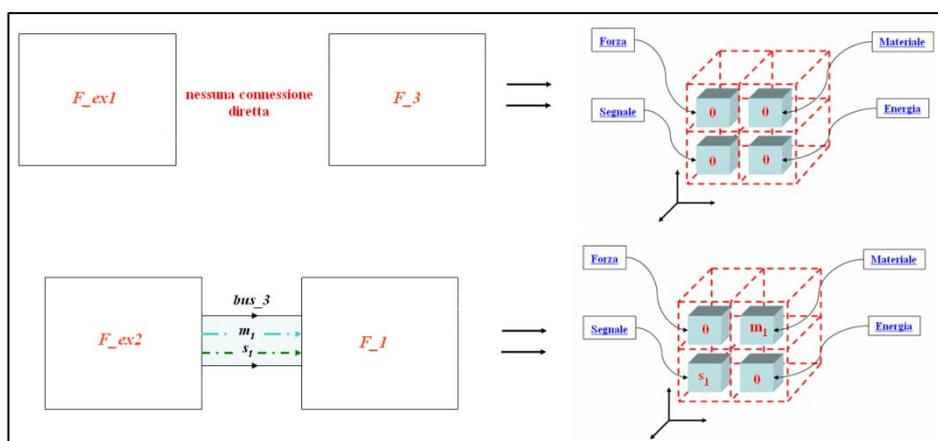


Figura 2-31: Casi particolari.

In particolare, l'assenza di connessioni dirette tra il nodo "F_ex1" (fig. 2.27) ed il nodo "F_3" comporterà la definizione di una struttura i cui campi saranno tutti completati mediante degli zeri. Nella connessione tra il nodo "F_ex2" ed il nodo "F_1", la mancanza di link di forza e di segnale comporterà il completamento dei rispettivi campi della struttura mediante valori nulli.

Le considerazioni appena eseguite, seppur semplici, sono di estrema importanza nell'ottica della rappresentazione delle strutture al calcolatore. È indispensabile prendere coscienza del fatto che, per far comprendere al computer l'inesistenza di connessioni, è indispensabile scegliere e utilizzare sempre una determinata convenzione di rappresentazione. Nel caso in questione è stato scelto lo zero quale elemento rappresentativo di tale occorrenza.

2.6 Il problema delle verifiche: impostazione teorica degli algoritmi

Avendo a disposizione tutti gli elementi necessari alla descrizione matematico-strutturata delle reti funzionali è necessario impostare le metodologie di verifica. Queste saranno realizzate mediante algoritmi in grado di operare sulla struttura matriciale descrittiva della rete funzionale. Prima di procedere alla loro definizione è utile riproporre quelle che sono le principali problematiche legate alla realizzazione di una corretta rete funzionale:

- Verifica della coerenza dei link di forza: individuato uno più nodi destinati ad espletare la funzione di collegamento tra i vari blocchi funzionali, è necessario che, a partire da questo (o questi), si possa raggiungere, tramite connessioni di forza, l'intero insieme dei blocchi funzionali rimanenti. Ciò al fine di assicurare che nessun nodo facente parte della rete sia fisicamente scollegato dalla restante parte del sistema.
- Verifica delle portate fluenti: per ogni tipologia di materiale diverso, interagente con il sistema, è necessario che per ogni blocco funzionale interessato alla "manipolazione" di una determinata tipologia di materiale sia rispettata l'equazione di conservazione della massa (o della portata); se ciò avviene, non

solo risulta soddisfatta l'equazione di conservazione, ma si ha la certezza dell'esistenza di percorsi di materiale coerenti all'interno dello schema.

- Verifica del flusso energetico: presi in considerazione i flussi energetici e di materiale che prendono parte alle trasformazioni (descritte mediante le funzioni) all'interno del sistema modellato, per ogni blocco funzionale interessato alla contestuale gestione e manipolazione di flussi energetici e di materiale deve essere validata l'equazione di conservazione dell'energia. L'esito positivo della verifica di conservazione dell'energia per tutti i blocchi facenti parte del sistema assicurerà la contestuale verifica di percorsi di flusso energetico coerenti.

Di seguito si proporranno possibili soluzioni per le tre problematiche, presentando, per ora, i soli algoritmi risolutivi. Nel prosieguo del lavoro, una volta che le strutture matematiche fin ora proposte saranno tradotte in codice, anche gli algoritmi saranno tradotti "*formalmente*".

2.6.1 Verifica della coerenza dei link di forza

Data una generica rete funzionale, l'obiettivo di tale verifica è quello di assicurare che tutti i nodi facenti parte della rete stessa siano raggiunti da una connessione di forza. In particolare i passi logici mediante i quali deve evolvere il possibile algoritmo di verifica sono i seguenti:

1. selezione di uno dei nodi facenti parte della rete (possibilmente si chiede di scegliere, se esiste, il nodo che meglio sintetizza la/le funzioni di interconnessione fisica all'interno del sistema);
2. verifica della connessione del nodo selezionato con l'ambiente esterno;
3. verifica della connessione del nodo selezionato con tutti gli altri nodi della rete.

Sono, dunque, tre le fasi fondamentali di avanzamento dell'algoritmo. Per ogni fase di verifica è giusto attendersi comportamenti diversi a seconda del risultato, positivo o negativo della fase stessa.

2.6.2 Verifica delle portate ai nodi

Secondo la teoria della meccanica dei fluidi, dato un generico sistema fisico, la conservazione della portata è rispettata se vale la relazione:

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i = \frac{dM_v}{dt} \quad (2.13)$$

equazione discreta della conservazione della portata, nella quale il termine a primo membro rappresenta la sommatoria delle portate nette entranti ed uscenti dal sistema, prese, rispettivamente, con segno positivo e negativo, mentre il termine a secondo membro rappresenta la variazione temporale della massa presente all'istante generico “ t ” all'interno del sistema [20].

Partendo dalla definizione teorica appena fornita, impostando una serie di ipotesi semplificative, è possibile adattare l'equazione di conservazione della massa anche al problema di verifica dei flussi di massa all'interno delle reti funzionali. In particolare, definendo quale “sistema” il generico blocco funzionale, ipotizzando di eseguire l'analisi a transitorio esaurito, l'equazione di conservazione della massa per il generico nodo diviene:

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i = \sum_{j=1}^k \dot{m}_j \quad (2.14)$$

relazione nella quale il termine di variazione temporale della massa è stato eliminato (in quanto si considera esaurito il transitorio) e le portate in ingresso (\dot{m}_i) ed in uscita (\dot{m}_j) sono state messe in evidenza e separate. Al fine di verificare la coerenza dei flussi di massa all'interno degli schemi di analisi funzionale sarà dunque sufficiente applicare, per ogni nodo facente parte del sistema, l'equazione (2.14).

In relazione alle definizioni strutturate dell'analisi funzionale, in particolare in riferimento alla descrizione del grafo rappresentativo della rete mediante la matrice di adiacenza, la verifica delle portate ad un determinato nodo sarà impostata in questo modo: dato il generico nodo "i", la corrispettiva colonna "i" della matrice di adiacenza conterrà, all'interno degli elementi strutturati, tutte le portate in ingresso al nodo; nella riga "i" saranno, invece, contenute tutte le portate in uscita dal nodo. Di conseguenza sarà sufficiente sommare, separatamente, i valori contenuti nella colonna, i valori contenuti nella riga e confrontarli; nel caso in cui tali valori risulteranno essere uguali, la verifica avrà dato esito positivo. I valori da sommare saranno contenuti all'interno del campo "Quantità" di ciascun link strutturato di materiale (fig. 2.33). Ovviamente, è richiesto all'utente una corretta definizione delle unità di misura (sempre all'interno dei link strutturati), al fine di garantire coerenza all'atto della sommatoria.

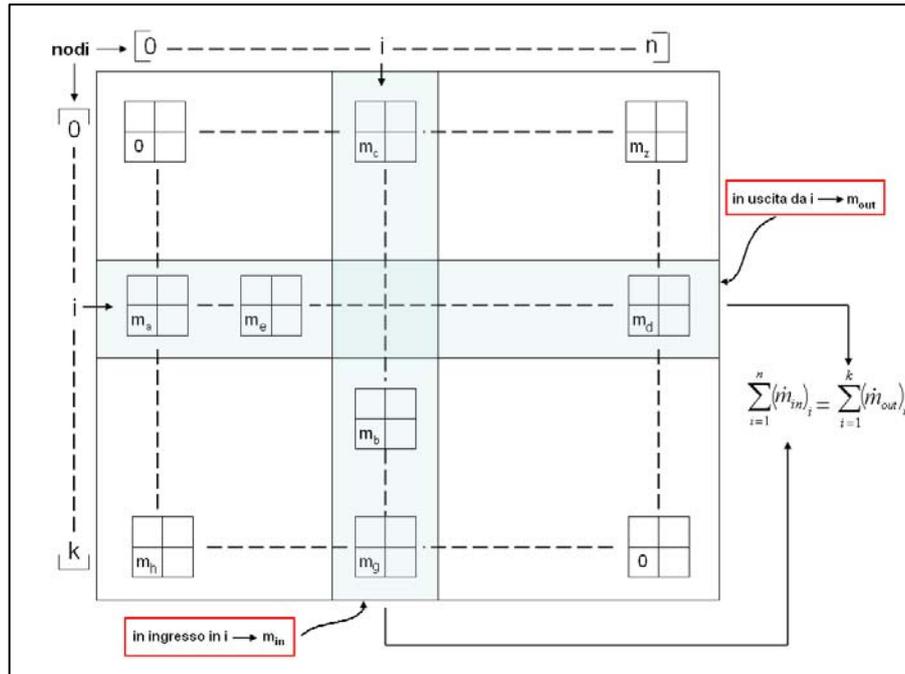


Figura 2- 32: Verifica delle portate: schema concettuale.

2.6.3 Verifica energetica

La verifica energetica ha un’impostazione sostanzialmente simile a quella delle portate. Dal punto di vista algoritmico sarà necessario definire una procedura formalmente equivalente a quella impostata nel precedente paragrafo (fig. 2.32). Rispetto a quest’ultima, però, la verifica si complica in quanto più complessa è la definizione dell’equazione che regola la conservazione dell’energia. Si consideri l’equazione (2.15):

$$\frac{dQ}{dt} + \sum_{i=1}^n \dot{m}_i e_i - \frac{dL}{dt} = \frac{dE_v}{dt} \quad (2.15)$$

La (2.15) rappresenta l’equazione di conservazione dell’energia nella sua formulazione a parametri concentrati, definita per un generico sistema fisico [20]. Prima di passare ad analizzare i vari termini dell’equazione si riporta la seguente considerazione: ogni portata di materiale, interagente con un determinato sistema, trasporta con se una certa energia, il cui valore è direttamente proporzionale alla

cosiddetta “energia specifica” ad essa associata. Ad ogni generica portata \dot{m}_i sarà sempre associata una energia specifica e_i , la quale è definita come:

$$e_i = \frac{1}{2} v_i^2 + g z_i + u_i \quad (2.16)$$

relazione nella quale v_i è la velocità della portata in corrispondenza dell’ingresso o dell’uscita i -esima al sistema, z_i l’altezza dell’ingresso o dell’uscita del sistema rispetto ad un generico piano di riferimento, u_i l’energia interna specifica. A seconda della tipologia di portata fluente e delle modalità di sviluppo del flusso, i termini caratterizzanti la (2.16) si “specializzano” ed assumono valori più o meno significativi [20]. Senza entrare nel dettaglio della loro definizione, è importante aver sottolineato l’importanza di considerare, all’atto della definizione della verifica energetica per un generico blocco funzionale, non solo i flussi energetici in interazione con il blocco ma anche i flussi di materiale. Infatti, passando all’analisi dei vari termini dell’equazione discreta di conservazione dell’energia (2.15) si osserva che:

- $\frac{dQ}{dt}$ rappresenta il calore scambiato tra il sistema e l’ambiente esterno nell’unità di tempo “t”
- $\sum_i^n \dot{m}_i e_i$ rappresenta l’energia netta introdotta nel sistema dalle portate fluenti
- $-\frac{dL}{dt}$ rappresenta il lavoro compiuto dal sistema verso l’esterno nell’unità di tempo “t”
- $\frac{dE_v}{dt}$ definisce la derivata temporale dell’energia contenuta nel sistema, la quale, appunto perché l’energia si conserva, deve bilanciare gli altri tre termini

Dati tutti i termini dell'equazione di conservazione dell'energia, il problema è ora quello di riuscire a trattare, con i soli strumenti messi a disposizione dalla metodologia di analisi funzionale, un'equazione così complessa. Innanzitutto è necessario imporre dei vincoli semplificativi al problema. Come per il caso della conservazione delle portate è indispensabile considerare il problema a transitorio esaurito; di conseguenza il termine a secondo membro della (2.15) è immediatamente eliminato.

Si prendano in considerazione separatamente i singoli termini dell'equazione e si supponga di considerare il generico blocco funzionale come il sistema a cui applicare l'equazione di conservazione. Il termine $\frac{dQ}{dt}$ può essere trattato come un ingresso/uscita di potenza "pura", dunque è teoricamente sintetizzabile con un link di energia opportunamente completato. Poiché, però, è possibile dimostrare [20] che $\frac{dQ}{dt}$ può essere visto come la somma del calore scambiato per conduzione attraverso la superficie del sistema (nell'unità di tempo) e del calore generato all'interno del sistema per effetto Joule, o di reazioni chimiche (o nucleari), la semplice rappresentazione mediante uno o più link di energia non è sufficiente. Al fine di considerare la questione della generazione interna di energia in corrispondenza di un determinato blocco funzionale, si può ora prendere in considerazione, concretizzando i motivi della sua esistenza, il campo "*Pozzo_Sorgente*" definito all'interno della struttura rappresentativa del blocco funzionale (fig. 2.15). Proprio tale campo sarà demandato al contenimento della componente di generazione interna di potenza associata al sistema, in questo caso al blocco funzionale. Le quantità di potenza scambiate per conduzione, invece, saranno rappresentate, appunto, mediante link energetici. L'immagine di fig. 2.33 consente di chiarire ulteriormente il concetto; in particolare le frecce indicano quali campi del blocco funzionale e del link di energia completare al fine di rappresentare correttamente il termine dell'equazione dell'energia appena discusso.

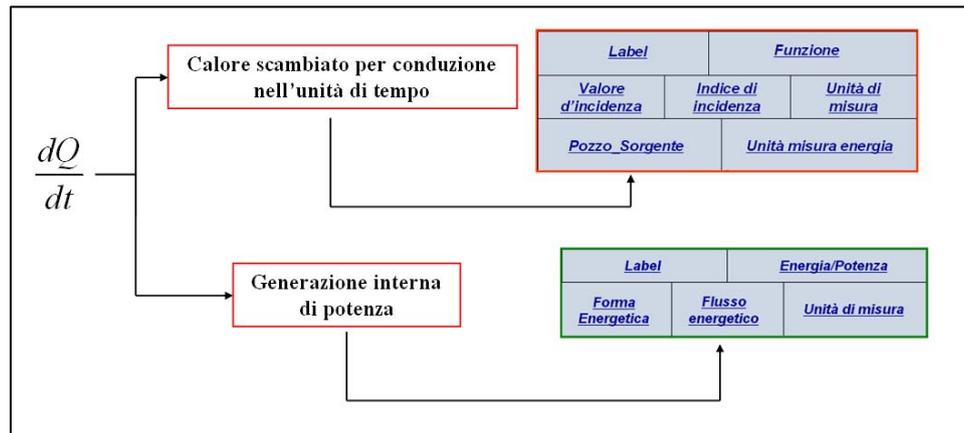


Figura 2-33: Verifica energetica.

Si prenda, ora, in considerazione il termine $\frac{dL}{dt}$; la teoria afferma che tale termine rappresenta l'insieme dei lavori compiuti da e sul sistema. In particolare comprende il lavoro motore, il lavoro delle forze di attrito e quello delle forze di pressione. Non sempre tutte le forme appena citate, però, sono presenti. Prescindendo da quest'ultima considerazione, analizzando il termine energetico complessivamente, il valore di potenza ad esso associato non è altro che la differenza del lavoro prodotto dal sistema verso l'esterno e del lavoro introdotto nel sistema dall'esterno. Per questo motivo, allorché sia necessario definire all'interno di uno schema funzionale, in corrispondenza di un blocco, una situazione del genere sarà sufficiente utilizzare e caratterizzare correttamente due link energetici, uno in ingresso ed uno in uscita, contenenti i lavori appena descritti. Quale ultima considerazione c'è da tenere presente il segno meno che compare nella (2.15) in corrispondenza del termine energetico in fase di analisi. Tale segno è puramente convenzionale; per le applicazioni pratiche adattate allo studio di analisi funzionale, il segno sarà automaticamente descritto dalla direzionalità del link. Tra l'altro, nell'ottica delle verifiche energetiche, a meno del segno da specificare per il termine di generazione interna, sarà sufficiente eseguire un confronto in termini assoluti, comparando le quantità in ingresso e quelle in uscita, considerate tutte positive, prescindendo, dunque, dal segno.

Poiché si fa l'ipotesi di analisi a transitorio esaurito, dunque il termine $\frac{dE_v}{dt}$ risulta, come detto, nullo, non prima che si analizzi il contributo energetico fornito

dai flussi di massa che interagiscono con un determinato sistema, ossia, nel caso in questione, con un generico blocco funzionale. Si riporta la definizione matematica del termine suddetto: $\sum_i^n \dot{m}_i e_i$. Analogamente a quanto visto per il caso della conservazione delle portate, l'analisi si semplifica scindendo la sommatoria nei due contributi in ingresso ed in uscita dal sistema. Supponendo esistano un certo numero "k" di portate in ingresso ad un determinato blocco funzionale, ed un certo numero "h" di portate in uscita, il termine può essere riscritto come:

$$\sum_i^k \dot{m}_i e_i = \sum_j^h \dot{m}_j e_j \quad (2.17)$$

Il termine a primo membro della (2.17) rappresenta l'energia introdotta nel sistema a causa delle portate fluenti entranti, il secondo l'energia in uscita dal sistema a causa delle portate uscenti. Dal punto di vista della metodologia di analisi funzionale, la descrizione di tali flussi energetici può essere fatta utilizzando particolari campi dei link di materiale. In particolare i campi denominati "*Quantità*" ed "*Energia Specifica Trasportata*" (fig. 2.24). Infatti, completando correttamente i campi, ovvero inserendo le giuste quantità di portata ed il giusto valore di energia specifica ad essa associata, considerando tutti i link di materiale in ingresso ed in uscita ed in ingresso ad un determinato blocco funzionale, ed operando, per ognuno di essi, il prodotto tra le quantità specificate nei due campi, il risultato della somma dei vari prodotti non sarà altro che la sintesi "discreta" della (2.17). Il processo da svolgere è evidenziato nell'immagine di fig. 2.34

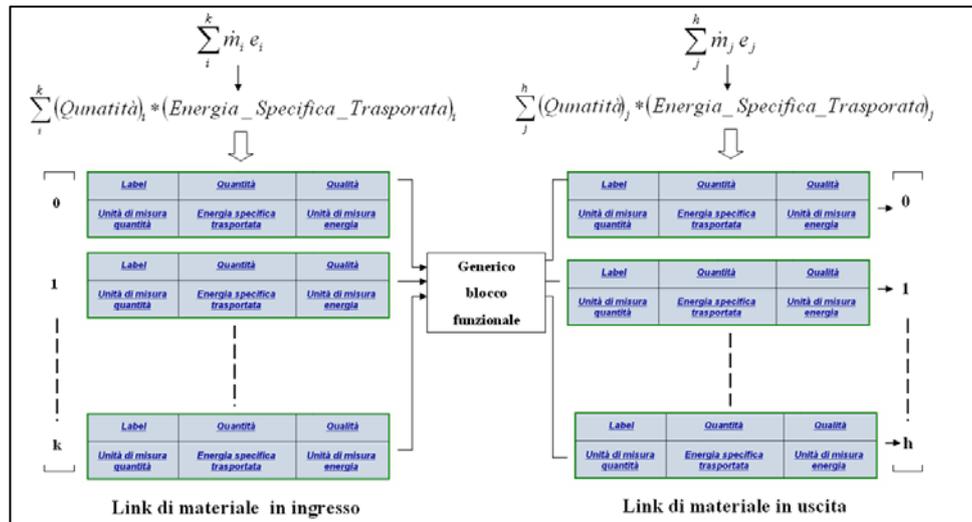


Figura 2-34: Definizione dei termini energetici dovuti alle portate fluenti.

Riassumendo, al fine di svolgere l’analisi di bilancio energetico per un generico blocco funzionale “i” è necessario considerare:

- I link energetici in ingresso ed in uscita dal nodo “i” dovuti al termine $\frac{dQ}{dt}$
- Il termine di generazione interna di energia presente all’interno del blocco funzionale “i” all’interno del campo “Pozzo_Sorgente”
- I link energetici in ingresso ed in uscita dal nodo “i” dovuti al termine $\frac{dL}{dt}$
- I link di materiale in ingresso ed in uscita dal nodo “i”, mediante i quali sintetizzare il contributo energetico dovuto ai flussi di portata ed alle loro energie specifiche, definendo, dunque, il termine $\sum_i^k \dot{m}_i e_i = \sum_j^h \dot{m}_j e_j$

Per risolvere la questione dal punto di vista algoritmico, sfruttando gli elementi matematici strutturati, il metodo di svolgimento del bilancio energetico al blocco funzionale è simile a quello visto per il problema della conservazione della portata. In questo caso, però, per ogni elemento della matrice non sarà sufficiente considerare il solo campo destinato al contenimento dei link energetici. Dovranno essere presi in considerazione i link di materiale ed, inoltre, sarà necessario entrare

nel campo “Pozzo_Sorgente” del blocco funzionale in fase di studio in modo tale da recuperare il valore contenuto in esso ed inserirlo nel bilancio. Dovendo, ad esempio, risolvere il problema della conservazione dell’energia per il generico blocco funzionale “m”, bisognerà considerare tutti gli ingressi energetici al blocco “m”, conservati nella colonna corrispondente della matrice strutturata delle adiacenza, tutte le uscite, presenti nella riga “m” della matrice ed, in fine, sommare algebricamente il contributo di generazione interna, conservato nello stesso nodo “m”. L’insieme delle operazioni da implementare è descritto sinteticamente nell’immagine di fig. 2.35.

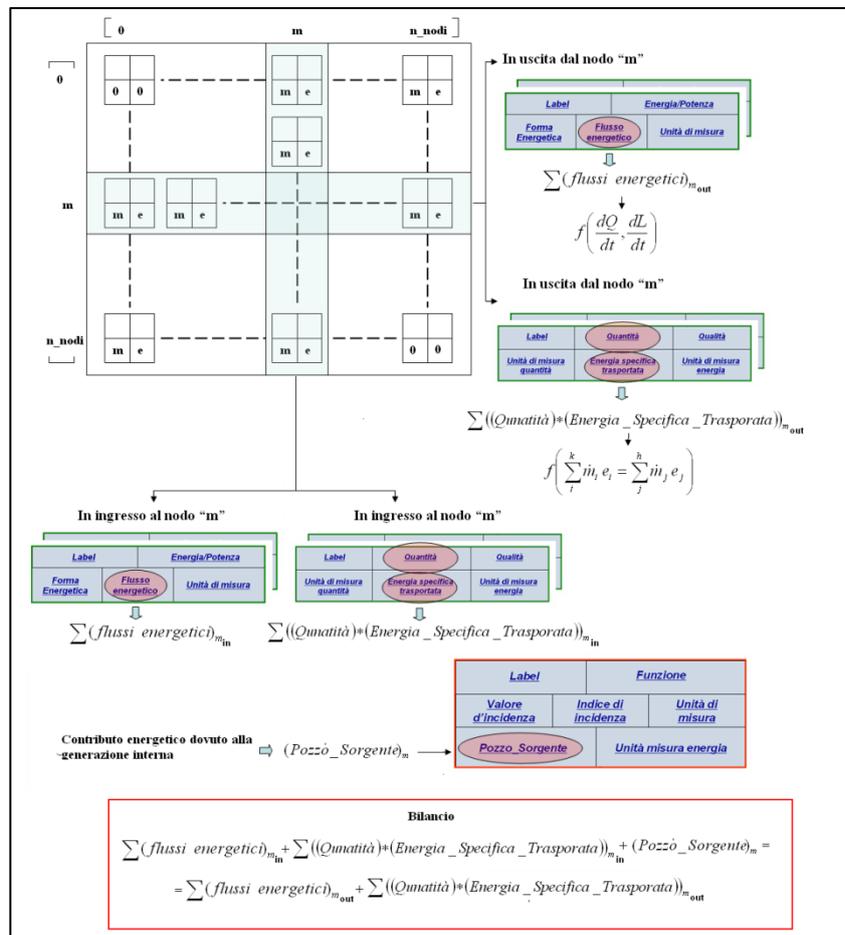


Figura 2-35: Rappresentazione bilancio energetico al nodo.

Dall'analisi dell'immagine di figura 2.37 si evidenzia immediatamente l'esigenza di strutturare ed implementare un algoritmo mediante il quale poter entrare negli elementi della matrice strutturata, selezionare i campi necessari all'interno dei link strutturati di energia e materiale, svolgere le eventuali operazioni di moltiplicazione (in particolare il prodotto tra le portate fluenti e le relative energie specifiche trasportate) e sommare tutto, ciò, separatamente, sia per gli ingressi ad un determinato blocco funzionale sia per le uscite. Inoltre l'algoritmo dovrà prevedere un ulteriore "azione" mediante la quale selezionare, all'interno della struttura del blocco funzionale in fase di analisi, il campo "*Pozzo_Sorgente*", acquistare l'informazione relativa al contenuto di tale campo e sommare algebricamente tale valore al totale degli ingressi.