

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA



Dipartimento di ELETTRONICA,
INFORMATICA E SISTEMISTICA

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA

Dipartimento di Elettronica,
Informatica e Sistemistica

Dottorato di Ricerca in
Ingegneria dei Sistemi e Informatica
XXIII ciclo

Tesi di Dottorato

Metodi di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV ed Ibridi

Gianfranco Gagliardi



UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA

Dipartimento di Elettronica,
Informatica e Sistemistica

Dottorato di Ricerca in
Ingegneria dei Sistemi e Informatica
XXIII ciclo

Tesi di Dottorato

Metodi di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV ed Ibridi

Gianfranco Gagliardi

Coordinatore
Prof. Luigi Palopoli

Supervisore
Prof. Alessandro Casavola

Correlatore
Prof. Domenico Famularo

DEIS

DEIS- DIPARTIMENTO DI ELETTRONICA, INFORMATICA E SISTEMISTICA
Novembre

Settore Scientifico Disciplinare: ING-INF/05

Ai miei genitori

Ringraziamenti

Desidero innanzitutto esprimere la mia gratitudine al mio supervisore, Prof. Alessandro Casavola, per avermi dato la possibilità di poter raggiungere questo importante traguardo. Esprimo i miei più sinceri ringraziamenti al Prof. Domenico Famularo per i suoi suggerimenti costanti e per la grande pazienza dimostratami nel corso di questi tre anni.

Parte di questo lavoro è il risultato della mia esperienza presso il centro ricerche FIAT per il meridione ELASIS S.c.P.A. di Pomigliano d'Arco (NA). Quest'esperienza, seppure di breve durata, è servita ad ampliare le mie conoscenze. Per questo motivo sento di dover ringraziare l'Ing. Ferdinando De Cristoforo, l'Ing. Antonio Palma e gli amici del gruppo FPT per il loro supporto.

Un ringraziamento particolare va anche a Marco e Gianni, da sempre compagni di viaggio.

Ringrazio i miei genitori, sempre pronti a sostenermi ed ad incoraggiarmi. Ringrazio Eugenio ed Alessandra perchè mi sono sempre stati vicini. Ringrazio Elena perchè con lei accanto tutto ha una prospettiva diversa. Ringrazio gli amici di sempre per gli splendidi momenti trascorsi insieme.

Introduzione

Per poter rispondere alle esigenze di processi industriali alla continua ricerca di prestazioni sempre più elevate, i sistemi di controllo stanno via via diventando più complessi e sofisticati. Di conseguenza, è necessario impiegare all'interno della catena di controllo particolari dispositivi di supervisione, monitoraggio e diagnosi dei malfunzionamenti in grado di garantire efficienza, affidabilità e sicurezza del processo in considerazione. Tale esigenza coinvolge in particolar modo quei processi (impianti chimici, centrali elettriche, sistemi automobilistici, ecc...) per i quali occorre garantire un elevato standard di sicurezza e qualità. È ovvio infatti che non rilevare in tempo la presenza di malfunzionamenti all'interno di impianti chimici o centrali elettriche potrebbe avere delle conseguenze molto gravi.

Da un punto di vista applicativo, la maggior parte dei processi industriali prevede l'impiego di sistemi di diagnosi dotati di un elevato grado di affidabilità. Una classificazione ovviamente non esaustiva di tipologie di sistemi di diagnosi è qui di seguito presentata, [1]:

1. Sistemi diagnostici basati sulla *ridondanza hardware*: si basano sull'impiego di hardware aggiuntivo/ridondante allo scopo di replicare i segnali dei componenti da monitorare. Il meccanismo di diagnosi prevede l'analisi dei segnali in uscita ai dispositivi ridondanti: se a seguito di tale analisi uno dei segnali si discosta significativamente dagli altri, allora il componente è classificato come mal funzionante;
2. Sistemi diagnostici basati sull'*analisi di plausibilità*: tale metodo si basa sulla verifica di plausibilità tra il segnale di uscita generato da un componente e la legge fisica che ne regola il funzionamento.
3. Sistemi diagnostici basati sull'*analisi dei segnali*: tale metodologia si basa sull'assunzione che, a partire dall'analisi di determinati segnali di uscita di un processo, sia possibile trarre informazioni riguardanti eventuali malfunzionamenti. A tale scopo si verifica l'eventuale superamento di soglie, si eseguono analisi statistiche, ecc..

I sistemi diagnostici citati, seppure largamente utilizzati, mostrano punti debolezza che possono essere brevemente sintetizzati come segue:

1. L'approccio a ridondanza hardware si caratterizza per l'impiego di componentistica aggiuntiva, e ciò può dar luogo ad ingombro e maggiori costi di manutenzione. Inoltre è probabile che un guasto di un componente causato da fattori ambientali possa verificarsi anche sul corrispondente componente ridondante e quindi ad una sostanziale inefficacia di tale scelta progettuale.
2. I sistemi diagnostici basati sull'analisi di plausibilità dimostrano una scarsa predisposizione all'isolamento dei guasti. Si precisa che con rilevazione di un guasto si indica la rilevazione di un guasto all'interno del sistema monitorato; con isolamento di un guasto si indica l'individuazione del componente mal funzionante.
3. I sistemi diagnostici basati sull'analisi dei segnali sono applicabili solo in condizioni stazionarie e la loro efficienza diminuisce per eventuali variazioni dei segnali di ingresso.

Per ovviare alle problematiche sopra citate diversi autori hanno proposto metodologie diagnostiche basate sul modello matematico del sistema da monitorare, [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. Grazie all'impiego di tali tecniche non solo si ovvia al problema dovuto all'ingombro di eventuali componenti aggiuntivi, ma si ha anche la possibilità di creare dei sistemi diagnostici capaci di isolare correttamente un malfunzionamento anche sotto diverse condizioni operative.

Tutto ciò premesso, partendo dai risultati presenti in letteratura, in questo lavoro di tesi ci si è concentrati sull'estensione metodologie di rilevazione ed isolamento guasti basate su modello matematico al caso di modelli ibridi e sistemi a 'salto' all'interno di un contesto applicativo collegato ad applicazioni automotive.

Il settore automotive è risultato di interesse in quanto parte dell'attività di ricerca è stata svolta presso il Centro Ricerche FIAT per il meridione ELASIS S.c.P.A.. L'attività di ricerca ha mirato alla definizione di nuove metodologie di diagnosi robuste capaci di superare i limiti degli approcci di diagnosi tradizionale, i quali risultano essere troppo legati alle condizioni di funzionamento del sistema ed al contesto ambientale in cui un veicolo è utilizzato.

La fase di progettazione ha avuto un iter riassumibile nei seguenti step:

1. definizione e validazione di un modello non-lineare del motore a combustione interna, [9, 10, 11];
2. definizione e validazione di una nuova rappresentazione lineare tempo-variante dipendente da parametro (LPV) del sistema motore, [12, 13, 14];
3. definizione di strategie FDI innovative nel contesto automotive, [12, 13, 14].

Il maggiore contributo alla ricerca in tale settore è relativo alla definizione di una nuova rappresentazione LPV del modello matematico del motore a com-

bustione interna. L'idea di base poggia sulla considerazione che sfruttando le variazioni di alcuni parametri caratteristici del motore si sia in grado di garantire un elevato grado di approssimazione del sistema non lineare per punti operativi differenti. Inoltre, partendo da quanto presente in letteratura, sono state definite strategie diagnostiche LPV basate sulla definizione di un generatore dei residui capace di garantire prestazioni sia in termini di reiezione dei disturbi che in termini di sensitività ai guasti. Il contributo innovativo è relativo all'applicazione di tali strategie FDI ad un contesto, quello automotive, in cui si predilige affidarsi a diagnosi basate sull'analisi dei segnali e sulla plausibilità, mentre è totalmente inesistente l'applicazione di strategie FDI basate su modello.

Un secondo ramo dell'attività di ricerca è relativo alla definizione di strategie diagnostiche nel contesto dei sistemi ibridi. Un sistema ibrido si caratterizza dal mostrare variabili continue e variabili dipendenti da eventi discreti. L'importanza di tali sistemi è intrinseca nella loro definizione e riguarda la loro capacità di poter descrivere al meglio le diverse condizioni di funzionamento in cui un impianto può trovarsi ad operare.

Il contributo alla ricerca è relativo alla definizione di strategie FDI nel contesto Ibrido per cui, nonostante siano presenti in letteratura diversi contributi relativi a problemi di stima dello stato del sistema ([15, 16, 17]), sono pochi i contributi riguardanti la definizione di strategie FDI. In particolar modo si è proceduto a definire schemi FDI basati su modello estendendo il concetto di sistema ibrido e considerando rappresentazioni LPV ibride, [19].

L'attività di ricerca è stata inoltre indirizzata alla definizione di strategie diagnostiche relative al framework dei sistemi distribuiti. Se da un lato la teoria del controllo, dell'informazione e della comunicazione sono discipline ormai mature, dall'altro lato la ricerca sta muovendo i primi passi per comprendere al meglio come determinati fenomeni tipici dei sistemi distribuiti, possano influenzare le prestazioni dei sistemi di controllo. In particolare se la trasmissione dei dati avviene sfruttando tecnologie *wireless* allora le prestazioni complessive del sistema sono influenzate da problematiche inerenti i vincoli di ampiezza di banda, i ritardi di trasmissione e le perdite di informazioni dovute ad errori di quantizzazione. La linea di ricerca è stata, pertanto, indirizzata allo sviluppo di nuove metodologie per il progetto di filtri di rilevazione e isolamento dei guasti nell'ambito di sistemi di rete affetti da errori di quantizzazione e ritardi di trasmissione. Sono state proposte metodologie FDI attraverso un approccio frequenziale basato su criterio H_∞/H_- , [20] per sistemi di rete modellati attraverso il framework delle catene di Markov.

Inoltre è stato analizzato l'effetto della perdita di pacchetti e dei ritardi di trasmissione sui segnali che devono essere usati nella definizione dello schema FDI e l'influenza di tali problematiche nell'efficacia del processo di rivelazione e isolamento guasti.

La tesi è organizzata come segue.

Nel **Capitolo 1** sono introdotte le nozioni di base relative all'impiego di metodologie di diagnosi e di individuazione guasti nell'ambito dell'ingegneria dei processi. Inoltre è analizzato il problema della sintesi di un dispositivo di diagnosi in termini di un approccio basato su modello e si descrive in maniera formale il problema FDI basato su modello.

Il **Capitolo 2** è dedicato alla modellazione di sistemi fisici, descritti da equazioni differenziali non-lineari, nel contesto dei sistemi lineari tempo-varianti dipendenti da parametro (LPV). Inoltre è presentata una modellazione LPV per sistemi che presentano al tempo stesso variabili continue e variabili dipendenti da eventi, con riferimento sia ad un contesto deterministico (Sistemi Ibridi) sia ad un contesto stocastico (Sistemi a Salti).

Nel **Capitolo 3** sono definite le metodologie FDI basate su modello nel contesto dei sistemi LPV e dei sistemi ibridi ed a salti. In particolare si descrive un approccio basato sulla definizione di un generatore dei residui costituito da un banco di osservatori di Luenberger, i cui guadagni sono ottenuti risolvendo un problema di ottimizzazione multi-obiettivo risolto attraverso l'utilizzo delle LMI.

Il **Capitolo 4** è dedicato alla definizione di strategie diagnostiche per il settore automotive. Nel dettaglio, partendo da un'accurata descrizione del modello non lineare del motore a combustione interna, viene proposta e validata un'innovativa modellazione LPV del motore basata sull'interpolazione di una famiglia di modelli linearizzati. Inoltre, sono proposti e confrontati due schemi diagnostici LPV, entrambi basati sulla teoria degli osservatori alla Luenberger.

Nel **Capitolo 5** sono proposti esempi applicativi relativi alle strategie FDI basate su modello per sistemi ibridi ed a salti markoviani.

Infine, i risultati ottenuti sono brevemente riassunti nel **Capitolo 6**.

Indice

| | | |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Tecniche di Diagnosi e di Individuazione Guasti | 1 |
| 1.1 | Introduzione | 1 |
| 1.2 | Nozioni di Base | 4 |
| 1.3 | Tecniche di Rilevazione ed Isolamento dei Guasti basate sul Modello | 5 |
| 1.4 | Metodologie di Rilevazione ed Isolamento dei Guasti basate sul Modello | 12 |
| 1.4.1 | Approccio basato su Osservatore Dinamico | 12 |
| 1.4.2 | Approccio nello Spazio di Parità | 15 |
| 1.4.3 | Approccio mediante Identificazione dei Parametri..... | 18 |
| 1.5 | Conclusioni | 21 |
| 2 | Sistemi Ibridi e Markoviani: modellistica lineare tempo-variante | 23 |
| 2.1 | Introduzione | 23 |
| 2.2 | Sistemi Lineari Tempo-Varianti dipendenti da Parametro | 24 |
| 2.2.1 | Modellazione LPV basata sul Metodo della Linearizzazione..... | 26 |
| 2.2.2 | Modellazione LPV basata su trasformazione di stato ... | 28 |
| 2.2.3 | Altre metodologie di modellazione LPV | 30 |
| 2.3 | Modellazione di Sistemi Ibridi Lineari a Parametri Varianti ... | 31 |
| 2.4 | Modellazione di Sistemi Lineari a Salti ed a Parametri Varianti | 36 |
| 2.5 | Conclusioni | 40 |
| 3 | Metodologie di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV | 41 |
| 3.1 | Introduzione | 42 |
| 3.2 | Metodologie di Rilevazione ed Isolamento Guasti basate su Modello: Definizione del Problema | 45 |
| 3.3 | Progettazione del Generatore di Residui con prestazioni H_∞/H_- | 47 |

| | | |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.3.1 | Generatore dei Residui basato su Singolo Osservatore Diagnostico | 48 |
| 3.3.2 | Generatore dei Residui basato su Banco di Osservatori Diagnostici | 58 |
| 3.4 | Valutazione dei Residui e Progettazione delle Soglie | 63 |
| 3.5 | Strategie di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV Ibridi | 66 |
| 3.5.1 | Location Observer | 67 |
| 3.5.2 | Continuous Observer | 71 |
| 3.6 | Strategie di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV a Salti | 79 |
| 3.7 | Conclusioni | 88 |
| 4 | Metodologie FDI per Motori a Combustione Interna | 91 |
| 4.1 | Introduzione | 91 |
| 4.2 | I Motori a Combustione Interna | 94 |
| 4.3 | Modello Matematico del Motore a Combustione Interna | 96 |
| 4.3.1 | Funzionamento del Motore a Combustione Interna | 98 |
| 4.4 | Schema Funzionale del Motore a Combustione Interna | 100 |
| 4.4.1 | Sottosistema Aria-Collettore | 101 |
| 4.4.2 | Dinamiche del combustibile | 105 |
| 4.4.3 | Dinamiche dell'Albero Motore | 107 |
| 4.4.4 | Dinamiche del Sensore λ | 109 |
| 4.5 | Identificazione dei Parametri del Motore a Combustione Interna | 109 |
| 4.5.1 | Stima dei parametri | 110 |
| 4.5.2 | Minimi Quadrati e Modelli di Regressione | 110 |
| 4.5.3 | Stima dei Parametri del Motore a Combustione Interna | 112 |
| 4.5.4 | Rappresentazione nello Spazio di Stato e Validazione del Modello Non Lineare | 117 |
| 4.6 | Modellazione LPV del Motore a Combustione Interna | 122 |
| 4.7 | Metodologie FDI per Motori a Combustione Interna: risultati | 130 |
| 4.8 | Conclusioni | 138 |
| 5 | Applicazione di Algoritmi FDI per Sistemi Ibridi ed a Salti | 139 |
| 5.1 | Algoritmi FDI per Sistemi Ibridi: un caso di studio | 139 |
| 5.1.1 | Contesto Deterministico | 141 |
| 5.1.2 | Contesto Stocastico | 150 |
| 5.2 | Conclusioni | 160 |
| 6 | Conclusioni | 161 |
| | Riferimenti bibliografici | 163 |

Elenco delle figure

| | | |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Schema a blocchi della procedura di Rilevazione ed Isolamento Guasti | 5 |
| 1.2 | Sistema Dinamico | 7 |
| 1.3 | Sistema | 8 |
| 1.4 | Osservatore dello Stato | 13 |
| 1.5 | Osservatore dell'Ingresso Sconosciuto | 15 |
| 1.6 | Equazioni di parità basate sulla rappresentazione di stato per un sistema a tempo continuo | 16 |
| 1.7 | Stima dei parametri: equazione di errore | 19 |
| 1.8 | Stima dei parametri: errore d'uscita. | 20 |
| 2.1 | Missile | 30 |
| 2.2 | Sistema Ibrido a quattro stati | 32 |
| 2.3 | Sistema a tre vasche | 34 |
| 2.4 | Configurazione ibrida del sistema a tre vasche | 36 |
| 2.5 | Sistema a Salti a quattro stati | 37 |
| 2.6 | Configurazione a salti per il sistema a tre vasche | 40 |
| 3.1 | Scelta dell'intervallo frequenziale: andamento del minimo valore singolare (linea rossa) e del massimo valore singolare (linea blu). | 51 |
| 3.2 | Scelta dell'intervallo frequenziale: andamento del minimo valore singolare (linea rossa) e del massimo valore singolare (linea blu) a seguito del filtraggio. | 51 |
| 3.3 | Schema FDI basato su banco di osservatori | 58 |
| 3.4 | Schema dell'Osservatore Ibrido | 67 |
| 3.5 | Albero dell'osservatore ibrido | 68 |
| 3.6 | Automa a stati finiti non osservabile: automa a stati finiti M (a) e relativo osservatore O (b). | 69 |
| 3.7 | Schema Location Observer | 69 |

| | | |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.8 | Automa a stati finiti osservabile: automa a stati finiti M (a) e relativo osservatore O (b) | 71 |
| 4.1 | Motore a Combustione Interna | 97 |
| 4.2 | Le quattro fasi di un motore a combustione interna | 99 |
| 4.3 | Schema funzionale del motore a combustione interna | 100 |
| 4.4 | Andamento della funzione β_2 in funzione di p_{man}/p_{amb} | 103 |
| 4.5 | Schema a blocchi del sistema di identificazione dei parametri della benzina | 116 |
| 4.6 | Validazione del modello non-lineare: pressione | 119 |
| 4.7 | Validazione del modello non-lineare: portata d'aria in ingresso al cilindro | 120 |
| 4.8 | Mappa Statica dell'efficienza volumetrica η_{vol} | 120 |
| 4.9 | Mappa Statica del momento M_{fric} generatio dagli attriti | 121 |
| 4.10 | Mappa Statica della frazione X di Film Fluido | 121 |
| 4.11 | Efficienza volumetrica η_{vol} : validazione. | 122 |
| 4.12 | Momento generato dagli attriti M_{fric} : validazione. | 122 |
| 4.13 | Frazione di Film Fluido X : validazione. | 123 |
| 4.14 | Costante di evaporazione del carburante τ_{ff} : validazione. | 123 |
| 4.15 | Variazione dell'angolo di farfalla | 127 |
| 4.16 | Velocità di rotazione dell'albero motore | 128 |
| 4.17 | Errore relativo percentuale (%) sulla velocità di rotazione dell'albero motore | 128 |
| 4.18 | Pressione del collettore di aspirazione | 128 |
| 4.19 | Errore relativo percentuale (%) sulla pressione del collettore di aspirazione | 129 |
| 4.20 | Rapporto normalizzato aria benzina λ | 129 |
| 4.21 | Errore relativo percentuale (%) sul rapporto normalizzato aria benzina | 129 |
| 4.22 | Funzioni normalizzate di interpolazione | 130 |
| 4.23 | Primo Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Perdite nel collettore di aspirazione modellate con un guasto incipiente e guasto improvviso sul sensore di giri). | 132 |
| 4.24 | Primo Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{ri}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore e guasti improvvisi sul sensore giri. | 133 |
| 4.25 | Secondo Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Perdite nel collettore di aspirazione modellate con un guasto incipiente e guasto improvviso sul sensore di pressione). | 134 |
| 4.26 | Secondo Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{ri}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore e guasti improvvisi sul sensore giri. | 134 |

| | | |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.27 | Terzo Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Guasto improvviso sul sensore di pressione e sul sensore giri). | 135 |
| 4.28 | Terzo Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{ri}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore e guasti improvvisi sul sensore giri. | 136 |
| 4.29 | Quarto Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Guasto improvviso sul sensore di pressione e sul sensore giri). | 137 |
| 4.30 | Quarto Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{ri}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore, guasti improvvisi sul sensore giri e guasto intermittente sul sensore di pressione. | 137 |
| 5.1 | Sistema a 3 vasche. | 140 |
| 5.2 | Configurazione ibrida del sistema a tre vasche. | 141 |
| 5.3 | Primo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 146 |
| 5.4 | Secondo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 148 |
| 5.5 | Terzo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 149 |
| 5.6 | Configurazione a salti per il sistema a tre vasche | 150 |
| 5.7 | Primo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 154 |
| 5.8 | Secondo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 155 |
| 5.9 | Terzo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 157 |
| 5.10 | Quarto Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 158 |
| 5.11 | Quinto Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$ | 160 |

Elenco delle tabelle

| | | |
|-----|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1 | Parametri del motore | 102 |
| 4.2 | Valori numerici dei parametri del motore. | 112 |
| 4.3 | Valori numerici della stima dei parametri di η_{vol} | 114 |
| 4.4 | Valori numerici della stima dei parametri di M_f | 115 |
| 4.5 | Valori numerici della stima dei parametri di X e τ_{ff} | 117 |
| 4.6 | Configurazione dei punti di equilibrio selezionati..... | 124 |
| 5.1 | Parametri del Sistema. | 140 |

Tecniche di Diagnosi e di Individuazione Guasti

Scopo di questo capitolo è quello di introdurre le nozioni di base relative all'impiego di metodologie di diagnosi e di individuazione guasti nell'ambito dell'ingegneria dei processi. Partendo dalla considerazione che un sistema fisico, nel suo ciclo di vita, può essere soggetto a guasti o malfunzionamenti che possono comprometterne la normale operatività, si rende necessario introdurre all'interno dell'impianto stesso un dispositivo di diagnosi dei guasti capace di prevenire interruzioni critiche. Un tale dispositivo, capace di individuare l'eventuale presenza di un malfunzionamento all'interno del sistema monitorato, prende il nome di sistema di diagnosi dei guasti. In quel che segue, l'oggetto della discussione riguarderà l'analisi del problema della sintesi di un dispositivo di diagnosi in termini di un approccio basato su modello, verrà introdotta la terminologia di base e si descriverà in maniera formale il problema di Identificazione ed Isolamento guasti.

1.1 Introduzione

È auspicabile che un processo industriale, oltre che essere capace di fornire prestazioni garantite, sia dotato di un elevato livello di affidabilità. Si rende quindi necessario impiegare dispositivi di supervisione e monitoraggio in grado di garantire la sicurezza, l'efficienza e l'affidabilità del processo stesso, [1]. Una tale esigenza coinvolge, in modo particolare, tutti quei processi (impianti chimici, centrali elettriche, sistemi automobilistici, ecc...) per i quali la garanzia di sicurezza in condizioni di normale funzionamento è uno degli obiettivi primari.

La diagnosi tradizionale viene effettuata attraverso la cosiddetta *ridondanza hardware*, [21, 1].

È opportuno precisare che con il termine *ridondanza hardware/sistema* ridondante si intende un sistema in cui una o più componenti vengono replicati. Al fine di verificare la presenza di un malfunzionamento ed eventualmente

individuare la locazione nel *sistema ridondante*, viene impiegato un metodo che prevede l'analisi dei segnali in uscita ai dispositivi ridondanti aggiunti per la diagnosi; se a seguito di tale analisi il valore di uno dei segnali misurati si discosta significativamente dagli altri, allora il componente che lo ha generato viene considerato malfunzionante, [1, 22].

Un altro concetto intrinsecamente legato alla ridondanza hardware è il concetto di *ridondanza parallela*, [23, 7]. Con tale termine si intende un sistema in cui alcuni componenti sono replicati nella stessa forma e con le stesse funzioni. Sistemi di questo tipo non garantiscono una completa affidabilità poichè esiste sempre la possibilità che i componenti replicati, operanti nello stesso ambiente, presentino anomalie simili. In conseguenza di ciò è chiaro che le eventuali ridondanze hardware impiegate devono essere indipendenti.

Da qui la necessità di avere sistemi con *ridondanza dissimile*: lo stesso compito deve essere svolto da più sottosistemi progettati e realizzati secondo differenti principi.

Tra gli approcci di diagnosi tradizionali troviamo la cosiddetta *diagnosi di plausibilità*, [1]. Tale metodo si basa sulla verifica di plausibilità tra il segnale di uscita generato da un componente e la legge fisica che ne regola il funzionamento. Ad esempio, nel settore automobilistico, la diagnosi del sensore di pressione del collettore di aspirazione è basata su una verifica di plausibilità tra il valore misurato dal sensore ed il corrispondente valore calcolato attraverso la legge dei gas perfetti. In presenza di malfunzionamenti il valore misurato non è plausibile con il valore calcolato. Il principale svantaggio nell'uso di un tale approccio consiste nella sua scarsa predisposizione all'isolamento dei malfunzionamenti.

Accanto agli approcci sopra descritti si colloca la diagnosi incentrata su un'*analisi dei segnali* in uscita al processo da monitorare, [1]. Tale metodologia si basa sull'assunzione che, a partire dall'analisi di determinati segnali di uscita di un processo, sia possibile trarre informazioni riguardanti eventuali malfunzionamenti. A tale scopo si verifica l'eventuale superamento di soglie, si analizza la densità spettrale di potenza, si eseguono analisi statistiche, ecc. La principale limitazione nell'uso di questo metodo di diagnosi consiste nel fatto che è applicabile solo in condizioni stazionarie e che la sua efficienza diminuisce per eventuali variazioni dei segnali di ingresso.

I problemi di ingombro e la manutenzione eccessiva richiesta dall'impiego di metodi di ridondanza hardware ed i problemi legati alla perdita di efficienza degli approcci basati su verifiche di plausibilità ed analisi dei segnali hanno motivato lo sviluppo di tecniche analitiche di diagnosi note con il termine di *ridondanza analitica*.

La ridondanza analitica è una forma di ridondanza che, sfruttando le osservazioni ingresso/uscita del sistema e basandosi su un suo modello matematico,

dà la possibilità di ottenere un'efficiente diagnosi dei guasti. Poiché le strategie basate sulla ridondanza analitica prevedono l'impiego del modello matematico del processo da monitorare, esse sono note anche sotto il nome di strategie di diagnosi basate su modello.

In questi casi, il modello matematico del sistema sotto osservazione è impiegato per descrivere la relazione tra le variabili misurate del sistema ed i guasti. Il principale vantaggio nell'uso di questo genere di metodologie, risiede in requisiti legati ad una maggiore potenza di calcolo ed all'assenza di hardware aggiuntivo.

L'obiettivo della ridondanza analitica è quello di generare una serie di "segnali" indicanti una scostamento tra uno stato nominale di funzionamento ed uno stato di anomalia. Tali segnali, noti anche come *residui*, sono il risultato di un confronto di consistenza tra di differenti variabili.

È previsto in sostanza che il segnale caratterizzante il residuo sia pressochè nullo in condizioni di normale funzionamento, e che invece, in condizioni di presenza di anomalie, lo stesso sia significativamente diverso da zero.

La verifica della consistenza nella ridondanza analitica è ottenuta attraverso un confronto tra un segnale misurato ed una sua stima. Quest'ultima è ottenuta a partire da un modello matematico dell'impianto considerato.

Pertanto l'obiettivo che un sistema diagnostico, progettato mediante tecniche di ridondanza analitica, deve perseguire è quello di monitorare il livello dei residui e, in caso di malfunzionamento, di verificarne l'eventuale superamento di opportune soglie adeguatamente progettate.

In letteratura esistono differenti approcci per la progettazione di metodologie di diagnosi basate sulla ridondanza analitica.

Uno degli approcci più noti consiste nell'utilizzare il filtro di individuazione guasti progettato da Beard e Jones (Beard-Jones detection (BJD) filter) il quale, attraverso un'opportuna scelta dei guadagni del filtro, consente di generare dei residui ognuno dei quali è associato ad un differente guasto, [6, 7]. Esiste una ricca letteratura, [2, 3, 4, 5], riguardante le metodologie di diagnosi basate su modello matematico del sistema per le quali, sulla base di diverse specifiche di progetto, sono state presentate differenti strategie di progettazione. Tra queste è possibile citare le metodologie basate sulla stima dei parametri, sulle equazioni di parità e sugli osservatori dedicati per le quali saranno forniti maggiori dettagli nei paragrafi che seguono.

Nel contesto dei sistemi lineari tempo-invarianti (LTI) incerti, sono stati proposti differenti approcci per la rilevazione dei guasti [8, 24, 25, 26, 5].

In particolare in [8] viene proposta una procedura basata sull'ottimizzazione di un indice di costo, risolta attraverso l'utilizzo di disequazioni lineari matriciali (LMI), congiuntamente ad un procedura di progettazione di soglie di valutazione dipendente dalle condizioni operative del sistema monitorato.

In [24] viene presentato un approccio frequenziale di rilevazione guasti robusto basato su vincoli H_∞/H_- per la cui risoluzione si utilizza una procedura

basata sulle LMI.

Un ampio studio riguardante varie metodologie robuste di rilevazione guasti può essere trovato nel libro di Chen e Patton [3].

Altre metodologie si basano su approcci di tipo statistico che rendono possibile diagnosticare la presenza di un malfunzionamento attraverso test sulla bianchezza, sulla media e sulla covarianza dei residui, [27].

Molto spesso, inoltre, si fa riferimento a sistemi la cui definizione è incentrata attorno ad una particolare composizione di dinamiche continue e discrete. Tali sistemi prendono il nome di *sistemi ibridi* e sono caratterizzati dal mostrare un'evoluzione continua e "salti occasionali" che corrispondono a variazioni nella configurazione del sistema stesso.

Per tali sistemi, in [28] viene proposta una strategia di diagnosi basata sulle equazioni di parità, mentre, per quel che riguarda il settore dei sistemi distribuiti, in [29] viene presentata una metodologia di rilevazione guasti per sistemi lineari markoviani a tempo discreto.

Nel paragrafo che segue, prima di passare alla definizione formale del problema di rilevazione ed isolamento dei guasti basato su modello, verranno brevemente introdotte le nozioni di base nelle tecniche di diagnostica. Quindi, si entrerà nel merito delle principali metodologie sviluppate in letteratura quali, l'approccio nello stato di parità, l'approccio ad identificazione dei parametri e l'approccio basato sugli osservatori dello stato.

1.2 Nozioni di Base

Prima di approfondire gli argomenti relativi alla progettazione delle metodologie di diagnosi, è opportuno introdurre le nozioni e le definizioni di base usate in tale ambito.

Il concetto di diagnosi dei guasti può essere schematizzato attraverso le fasi di seguito riportate:

- **Individuazione del Guasto - Fault detection:** individuazione di un guasto all'interno del sistema monitorato e dell'istante in cui esso si manifesta;
- **Isolamento del Guasto - Fault isolation:** determinazione del tipo di guasto e del componente soggetto al guasto. Questa fase è immediatamente successiva alla fase di individuazione del guasto.
- **Identificazione del Guasto - Fault analysis or identification:** determinazione della dimensione del guasto e del suo comportamento nel tempo. Questa fase è successiva alla fase di isolamento del guasto.

Nel seguito sono brevemente riportate le principali definizioni usate nella stesura di questo lavoro di tesi.

1. Stati di funzionamento e Segnali

- **Guasto:** Deviazione di almeno un parametro del sistema dalle sue condizioni di normale funzionamento.
 - **Interruzione:** Incapacità da parte del sistema di raggiungere un determinato obiettivo in particolari condizioni operative, dovuta ad un'interruzione permanente.
 - **Disturbo:** Segnale esogeno di ingresso non manipolabile direttamente.
 - **Residuo:** Indicatore della presenza di un guasto, basato sullo scostamento tra le misure del sistema e le stime ottenute a partire dal modello matematico del processo sotto osservazione.
2. **Proprietà del Sistema**
- **Affidabilità:** è definita come la capacità di un sistema di eseguire una specifica funzione sotto determinate specifiche ed in un dato intervallo temporale.
 - **Sicurezza:** è definita come la capacità di un sistema di non causare pericolo agli utilizzatori, ai componenti del sistema stesso ed all'ambiente.
3. **Categorie dei Guasti e dipendenza temporale**
- **Guasti improvvisi:** sono guasti in grado di provocare variazioni improvvise dalle condizioni di normale funzionamento di un componente. Causano il blocco immediato del componente stesso.
 - **Guasti incipienti:** sono guasti in grado di provocare variazioni continue dalle condizioni di normale funzionamento di un componente. Possono essere causati dalla degradazione di un componente oppure da un errore di calibrazione dei sensori.
 - **Guasti intermittenti:** sono guasti in grado di provocare variazioni casuali e di durata limitata dalle condizioni di normale funzionamento di un componente. Possono essere causati da perdite di connessione su sensori.

1.3 Tecniche di Rilevazione ed Isolamento dei Guasti basate sul Modello

Un tipico sistema di diagnosi dei guasti basato su modello si compone essenzialmente di tre parti (figura 1.1): un generatore di residui, un modulo il cui scopo è quello di valutare i residui generati, una logica di decisione.



Figura 1.1. Schema a blocchi della procedura di Rilevazione ed Isolamento Guasti

- Il compito del **generatore dei residui** è quello di fornire un segnale (o un insieme di segnali) chiamato residuo, a partire dalle informazioni ingresso/uscita dell'impianto. La principale caratteristica del residuo sta nel fatto che, in assenza di malfunzionamenti nel sistema monitorato, il suo valore nominale in condizioni di funzionamento a regime è pressochè nullo. Per converso, il residuo diverge significativamente da zero nel momento in cui il sistema monitorato è soggetto a malfunzionamenti.
- Il modulo di **valutazione dei residui** ha il compito di individuare, usando un'adeguata serie di test, un'eventuale discostamento del residuo dal valore teorico nullo.
- La **logica di decisione**, a partire dall'analisi dei residui, indica quale componente all'interno del sistema monitorato deve essere classificato come malfunzionante.

L'insieme dei tre sotto-sistemi precedentemente descritti prende il nome di schema di Rilevazione ed Isolamento del guasto (Fault Detection and Isolation-FDI scheme).

Le strategie FDI basate sul modello fanno riferimento a strategie di diagnosi eseguite *in linea*, cioè, a quelle diagnosi grazie alle quali l'eventuale presenza di un guasto viene rilevata durante il ciclo di funzionamento del sistema.

Il modello matematico richiesto da questo tipo di strategie di diagnosi, è il modello *a ciclo aperto* del sistema anche in presenza di anello di retroazione, [1]. Quindi, poichè le informazioni richieste sono quelle relative ad ingressi ed uscite del sistema a ciclo aperto, gli ingressi dello schema FDI saranno costituiti dalle uscite misurate dai sensori e dagli ingressi agli attuatori.

D'altra parte esiste la possibilità che l'informazione relativa agli ingressi agli attuatori non sia disponibile; in questi casi l'unica scelta possibile è quella di considerare come segnali di ingresso allo schema di diagnosi il segnale di riferimento e le uscite del sistema in considerazione, cioè il modello a ciclo chiuso. Quindi, il controllore gioca un ruolo chiave nella progettazione dello schema di diagnosi in quanto un controllore robusto potrebbe desensibilizzare gli effetti dei guasti e rendere molto difficile l'individuazione di un guasto, [1]. In questa situazione, una possibile soluzione per il progettista è quella di realizzare congiuntamente lo schema FDI ed il controllore. In [30] si propone un particolare ed innovativo schema congiunto di diagnosi e controllo tollerante i guasti che, a partire dall'analisi dello stato del controllore stesso, è in grado di garantire una corretta individuazione dei malfunzionamenti. Nello specifico, si richiede che lo schema di diagnosi sia posposto allo schema di controllo e sia attivato dalle riconfigurazioni del controllore dovute alla presenza di un guasto.

Il primo passo nella progettazione di una strategia FDI è la definizione del modello matematico del sistema da monitorare.

Sebbene nessun sistema reale si comporti rigorosamente in modo lineare e sebbene alcuni parametri caratteristici del sistema stesso possano variare nel tempo per ragioni di varia natura, spesso, si tende a rappresentarli attraverso l'utilizzo di sistemi dinamici lineari. Sulla base di quanto appena detto, quindi, risulta lecito descrivere un sistema reale attraverso la classe dei sistemi lineari tempo-invarianti (LTI), i quali sono sistemi dinamici che godono delle proprietà di linearità e stazionarietà. Ciò è basato anche sulla considerazione che le variazioni a cui possono essere soggetti i parametri del sistema spesso risultano essere assai più lente rispetto ai tempi di interesse, così da poter essere trascurate (ipotesi di tempo-invarianza).

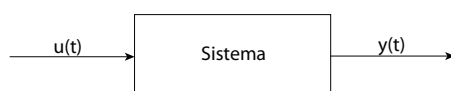


Figura 1.2. Sistema Dinamico

Da un punto di vista matematico un sistema LTI può essere descritto sia attraverso una funzione di trasferimento, sia attraverso una rappresentazione nello spazio di stato.

La funzione di trasferimento costituisce una descrizione nel dominio della frequenza del comportamento dinamico di un sistema LTI. Utilizzando questo formalismo è possibile esprimere in modo diretto il legame ingresso-uscita del sistema come:

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (1.1)$$

in cui $U(s)$ e $Y(s)$ sono, rispettivamente, la trasformata di Laplace dei vettori di ingresso $u(t)$ e di uscita $y(t)$ e $G(s)$ è la funzione di trasferimento del sistema.

Dall'altro lato, attraverso la rappresentazione nello spazio di stato ci si avvale di un certo numero di variabili ausiliare, dette variabili di stato ($x(t)$), per esprimere il legame tra il vettore degli ingressi ($u(t)$) e il vettore delle uscite ($y(t)$). Pertanto, una volta individuate le variabili di stato, è possibile descrivere un sistema LTI attraverso:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), & x(0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.2)$$

in cui $x(t) \in \mathbb{R}^n$ costituisce il vettore di stato, x_0 le condizioni iniziali del sistema, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ il vettore degli ingressi, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ l'uscita del sistema e A, B, C, D sono matrici costanti reali di dimensioni appropriate.

Nella definizione del modello bisogna anche tenere in conto che il comportamento di un sistema reale può mutare per diverse ragioni. Ad esempio il sistema in considerazione potrebbe essere soggetto a perturbazioni esterne oppure le misure dei sensori potrebbero essere affette da rumore. In questi casi, facendo riferimento alla (1.2) è possibile considerare tali perturbazioni modellandole attraverso un vettore di ingressi sconosciuti:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + D_d d(t) \end{cases} \quad (1.3)$$

in cui $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ individua il vettore degli ingressi sconosciuti e B_d e D_d sono matrici costanti di dimensioni appropriate.

Per avere un'idea generale delle strategie FDI basate sul modello è possibile considerare un sistema modellato attraverso la (1.3) e soggetto a malfunzionamenti di attuatori, processo e sensori come mostrato in figura 1.3:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) + B_f f(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + D_d d(t) + D_f f(t) \end{cases} \quad (1.4)$$

in cui

- $x(t) \in \mathbb{R}^n$ denota lo stato, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ l'ingresso di controllo e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ le uscite misurate;
- $f(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$ indica il segnale di guasto, $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ un ingresso esogeno.

Come mostrato in figura 1.3, è possibile distinguere tre categorie di malfunzionamenti:

- malfunzionamenti che causano un cambiamento sul funzionamento degli attuatori (f_a);
- malfunzionamenti all'interno del processo (f_p);
- malfunzionamenti che provocano anomalie sulle misure dei sensori (f_s).

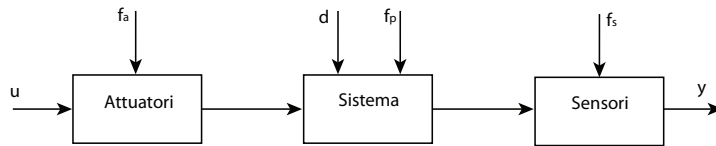


Figura 1.3. Sistema

Dalle equazioni (1.4) risulta inoltre evidente che, le matrici B_f e D_f indicano dove il guasto si presenta e la sua influenza sui componenti del sistema.

È importante notare che nella rappresentazione (1.4) si fa riferimento a **guasti di tipo additivo**.

Inoltre, è necessario evidenziare che l'occorrenza di un guasto di tipo additivo non influenza la stabilità del sistema, indipendentemente dalla presenza dell'anello di controllo all'interno del sistema monitorato.

Dal punto di vista modellistico, i malfunzionamenti degli attuatori possono essere descritti scegliendo $B_f = B$ e $D_f = D$:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)) + E_d d(t) \\ y(t) = Cx(t) + D(u(t) + f_a(t)) + D_d d(t) \end{cases} \quad (1.5)$$

D'altra parte, i malfunzionamenti all'interno del processo possono essere modellati attraverso $B_f = B_p$ e $D_f = D_p$, con B_p e D_p scelti in modo opportuno.

Accanto ai guasti di tipo additivo si collocano i **guasti di tipo moltiplicativo**, la cui occorrenza può causare cambiamenti nei parametri del modello. Tale categoria di guasti, utilizzata per rappresentare malfunzionamenti nei componenti, viene modellata come segue:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A f_p(t))x(t) + Bu(t) + B_d d(t) + B_f f_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + D_d d(t) + D_f f(t) \end{cases} \quad (1.6)$$

dove ΔA , modella in maniera moltiplicativa l'anomalia del sistema monitorato.

Inoltre, si assume che

$$\Delta A = \sum_{i=1}^{l_A} A_i \theta_{A_i} \quad (1.7)$$

in cui le matrici A_i , $i = 1, \dots, l_A$ sono note e di appropriate dimensioni, e i θ_{A_i} , $i = 1, \dots, l_A$ sono, in genere, *funzioni del tempo non note*.

È importante notare che l'occorrenza di un guasto di tipo moltiplicativo, descritta da ΔA , è caratterizzata dalla sua possibile influenza diretta sulla stabilità del sistema.

Infine, i malfunzionamenti riguardanti i sensori, descritti attraverso guasti additivi, possono essere modellati attraverso una procedura che prevede l'aggiunta di uno stato fittizio al sistema.

Tale procedura è presentata brevemente di seguito.

Guasti di sensore

Nelle equazioni (1.4) i guasti su sensore vengono modellati come termini additivi sul segnale di uscita $y(t)$.

Al fine di isolare tali guasti, la procedura descritta in [25, 31], prevede un aumento dello stato sistema attraverso l'aggiunta di uno stato ausiliario, atto a descrivere il comportamento del guasto.

Quindi, le equazioni di uscita derivanti da tali modifiche, non contengono il segnale associato al guasto che, invece, appare come termine aggiuntivo nelle equazioni di stato e pertanto può essere considerato al pari di un guasto di attuatore.

Consideriamo, per semplicità, il sistema lineare descritto dalle equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_{f_s}f(t) \end{cases} \quad (1.8)$$

L'obiettivo di isolare il guasto $f(t)$ può essere ottenuto se si tiene in considerazione una nuova rappresentazione di stato descritta da:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B} \begin{pmatrix} u(t) \\ \eta(t) \end{pmatrix} \\ \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \end{cases} \quad (1.9)$$

in cui $\bar{x}(t) \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\bar{A} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$, $\bar{B} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (r+1)}$, $\bar{C} \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$ e $f(t) \in \mathbb{R}$ sono definiti da:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ f(t) \end{bmatrix} \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

$$\bar{C} = [C \ D_{f_s}]$$

$$\eta(t) = \dot{f}(t) - \alpha f(t)$$

dove 0 è una matrice nulla di dimensioni appropriate.

Si noti che tale procedura può essere facilmente estesa alla classe di sistemi descritti dalle equazioni (1.4).

Esempio 1.1

In questo esempio si fa riferimento in quanto riportato in [1].

L'obiettivo è quello di analizzare dal punto di vista modellistico guasti di tipo additivo e moltiplicativo.

Consideriamo il modello lineare di un servo-attuatore elettro-idraulico espresso nella sua rappresentazione di stato

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.11)$$

in cui

$$x = \begin{bmatrix} \dot{y}_{sv} \\ \dot{x}_p \\ y_{sv} \\ \Delta p \\ x_p \end{bmatrix}, \quad u = i_{sv}, \quad y = \begin{bmatrix} \Delta p \\ x_p \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2d_{sv}\omega_{sv} & 0 & -\omega_{sv}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-f_v - d_{lin}}{m_p} & 0 & \frac{A_p}{m_p} & \frac{c_a}{m_p} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2A_p}{C_H} & \frac{2C_y}{C_H} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} k_{sv}\omega_{sv}^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(1.12)

Il significato ed i valori dei termini riportati nella 1.12 possono essere reperiti in [1].

Per il sistema in questione è possibile considerare differenti categorie di guasti:

- guasti di tipo moltiplicativo la cui occorrenza si riflette direttamente sui parametri delle matrici A e B :

$$\Delta A_F = A_1 \theta_{A_1}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} \delta_{sv}\omega_{sv} & 0 & \omega_{sv} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_H} & \frac{C_y}{C_H} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta B_F = \begin{bmatrix} \omega_{sv} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \theta_{B_1}, \theta_{B_1} = \theta_{A_1}$$

- guasti additivi di sensore indicati con f_1 ed f_2

In definitiva, per descrivere le dinamiche del sistema in presenza dei guasti sopra citati ed in presenza di un carico esterno (disturbo - $d(t)$), si utilizza il seguente modello

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A_F)x(t) + (B + \Delta B_F)u(t) + B_d d(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_f f(t) \end{cases} \quad (1.13)$$

con

$$f(t) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, D_f = I_{2 \times 2}$$

Naturalmente i guasti di sensore possono essere convertiti in guasti di attuatore attraverso la procedura descritta nel Paragrafo 1.3.

In [1] viene dimostrato che i guasti di tipo moltiplicativo possono essere trattati come guasti di tipo additivo; per questo motivo in questo lavoro di tesi si porrà l'accento sull'individuazione e l'isolamento di guasti di tipo additivo.

1.4 Metodologie di Rilevazione ed Isolamento dei Guasti basate sul Modello

A partire dalla fine degli anni 80, nell'ambito delle tecnologie applicabili ai sistemi diagnostici, sono stati sviluppati differenti approcci che prevedono l'utilizzo del modello matematico del processo da supervisionare, [2, 32, 33, 3, 5]. L'idea alla base di tali metodologie prevede la rilevazione e l'isolamento di guasti di processo, attuatori e sensori, attraverso l'utilizzo di dipendenze tra i differenti segnali misurabili espresse mediante il modello matematico del processo.

Quindi, sulla base dei valori dei segnali di ingresso $u(t)$ e di uscita $y(t)$, tali metodologie diagnostiche prevedono la generazione di residui $r(t)$, stime dei parametri del sistema $\hat{\Theta}$ o stime dello stato del sistema $\hat{x}(t)$.

Pertanto, in base al criterio di progettazione scelto, possono essere sviluppate differenti strategie diagnostiche. Una possibile scelta potrebbe essere condizionata dall'eventuale mancanza di informazioni relative ai parametri del sistema; in una tale situazione una metodologia appropriata si basa su una stima dei parametri del sistema la cui analisi ci consente di esprimerci sull'eventuale presenza di un guasto.

Nei paragrafi che seguono saranno presentate le metodologie più usate in letteratura quali l'approccio basato su un Osservatore Dinamico, l'approccio nello Spazio di Parità e l'approccio basato sulla Stima dei Parametri.

1.4.1 Approccio basato su Osservatore Dinamico

Tra gli approcci più comunemente usati in ambito FDI, individuamo l'approccio che si basa sulla sintesi di un osservatore dinamico.

Una tale procedura, applicabile nel caso in cui si abbia completa conoscenza dei parametri del sistema da monitorare, consente due possibilità di progettazione, [34].

- La prima prevede la costruzione di un osservatore dello stato in grado di garantire sia un adeguato livello di reiezione dei disturbi, sia un adeguato livello di sensitività ai guasti.
- La seconda, utile nel caso in cui la ricostruzione delle variabili di stato non rivesta particolare interesse, prevede la progettazione di osservatori dipendenti esclusivamente dal guasto agente sul sistema.

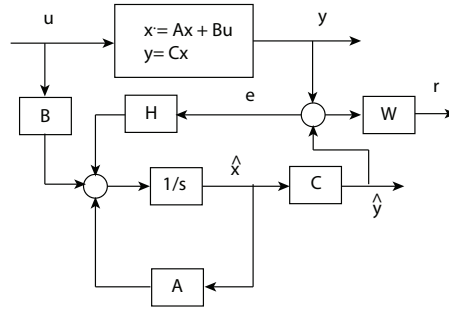


Figura 1.4. Osservatore dello Stato

Facendo riferimento alla figura 1.4 e supponendo che il sistema sia influenzato da un ingresso esogeno $d(t)$ e sia soggetto a guasti di tipo additivo sugli ingressi $f_a(t)$ e sulle uscite misurabili $f_s(t)$

$$f(t) = \begin{bmatrix} f_a(t) \\ f_s(t) \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

possiamo definire le equazioni di stato per il modello e per l'osservatore diagnostico:

$$M : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) + B_f f(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_d d(t) + D_f f(t) \end{cases} \tag{1.15}$$

$$O : \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + He(t) \\ e(t) = y(t) - C\hat{x}(t) \\ r(t) = We(t) \end{cases} \tag{1.16}$$

In quel che segue, a partire dalle equazioni (1.15)-(1.16), saranno brevemente descritti i principali metodi di generazione dei residui in presenza di processi a più uscite.

Osservatori dello Stato

- **Osservatori Dedicati per processi a più uscite**

- *Osservatori con in ingresso una sola uscita*: l'osservatore in questione riceve in ingresso l'uscita di un solo sensore. Le altre uscite $y(t)$ sono ricostruite e confrontate con le uscite misurate $y(t)$. Questo approccio consente l'individuazione di un singolo guasto di sensore [35].
- *Banco di osservatori con in ingresso tutte le uscite*: la metodologia in questione prevede la progettazione di un banco di osservatori dello stato per un guasto ben definito. La rilevazione del guasto avviene attraverso ipotesi test [2].
- *Banco di osservatori con in ingresso una sola uscita*: la metodologia in questione prevede la progettazione di un banco di osservatori dello stato, ognuno dei quali riceve in ingresso l'uscita di un singolo sensore. La stima dell'uscita $\hat{y}(t)$, quindi, viene confrontata con l'uscita misurata $y(t)$; ciò consente di identificare ed isolare guasti multipli sui sensori [35] (DOS - Dedicated Observer Scheme).
- *Banco di osservatori con in ingresso tutte le uscite eccetto una*: questa metodologia è simile alla precedente; in questo caso però ogni osservatore riceve in ingresso tutte le uscite dei sensori eccetto quella da monitorare, [36].

- **Filtri per l'individuazione dei Guasti (filtri sensibili ai guasti) per processi a più uscite**

In tali filtri, la matrice di retroazione dell'osservatore di stato è scelta in modo tale che, particolari segnali di guasto (guasti di sensori) cambiano in una ben definita direzione ed altri segnali di guasto (guasti di processo) in un piano ben definito (filtri BJD).

Osservatori dell'Ingresso Sconosciuto

Un'altra possibile metodologia di progettazione consiste nell'uso degli osservatori dell'ingresso sconosciuto (UIO - Unknown Input Observers) i quali trovano impiego nel caso in cui non risulta di interesse la ricostruzione delle variabili di stato $x(t)$.

Facendo riferimento alla figura 1.5 è possibile considerare una trasformazione lineare che porta all'introduzione di una nuova variabile di stato ζ .

Pertanto, i residui $r(t)$ sono progettati in modo tale da rigettare gli ingressi esogeni $d(t)$ ed essere indipendenti dallo stato $x(t)$ e dall'ingresso $u(t)$. Tali proprietà sono garantite attraverso un'opportuna definizione delle matrici di

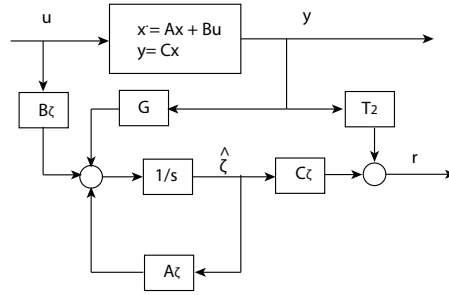


Figura 1.5. Osservatore dell’Ingresso Sconosciuto

progetto C_ζ e T_2 , grazie a cui si ottengono residui dipendenti esclusivamente dai guasti.

Con riferimento alle equazioni (1.14)-(1.15), prendiamo come base il seguente modello dell’osservatore:

$$O : \begin{cases} \dot{\hat{\zeta}} &= A_\zeta \hat{\zeta} + B_\zeta u(t) + H_\zeta y(t) \\ \eta(t) &= C_\zeta \hat{\zeta} \\ \zeta(t) &= T_1 x(t) : \text{trasformazione} \\ r(t) &= C_\zeta \zeta(t) - T_2 y(t) \end{cases} \quad (1.17)$$

in cui le equazioni di progetto sono definite da:

$$\begin{cases} T_1 A - A_\zeta T_1 = H_\zeta C \\ B_\zeta = H_1 B \\ T_1 V = 0 \\ C_\zeta T_1 - T_2 C = 0 \end{cases} \quad (1.18)$$

1.4.2 Approccio nello Spazio di Parità

L’approccio nello spazio di parità è generalmente considerato come uno dei più importanti approcci per la generazione di residui, [32].

Esso si basa sul controllo della consistenza di un ‘set’ di equazioni che si ottengono dal sistema a partire dalle misure a disposizione. Si ottengono equazioni di parità che contengono solo gli errori dovuti ai guasti, indipendentemente dal valore reale della misura.

È importante notare che con questo metodo è possibile rilevare un singolo guasto tra p componenti, a patto che siano definite $(p - 1)$ relazioni di parità.

Consideriamo il sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) + B_f f(t) \quad (1.19)$$

$$y(t) = Cx(t) + D_d n(t) + D_f f(t) \quad (1.20)$$

in cui $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^q$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$, $f(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$, $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$, $n(t) \in \mathbb{R}^{n_n}$ e le matrici A , B , C , B_d , B_f , D_d , D_f hanno dimensioni appropriate. $d(t)$ rappresenta l'ingresso esogeno, $n(t)$ rumore di misura e $f(t)$ rappresenta segnali di guasto sugli ingressi $f_a(t)$ e sulle uscite $f_s(t)$:

$$f(t) = \begin{bmatrix} f_a(t) \\ f_s(t) \end{bmatrix}$$

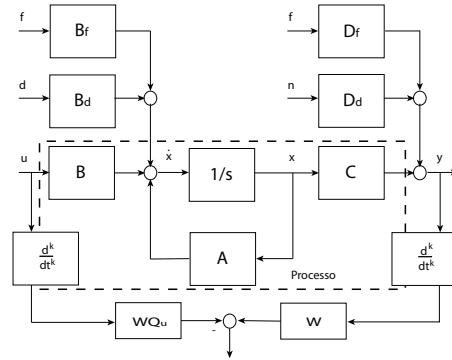


Figura 1.6. Equazioni di parità basate sulla rappresentazione di stato per un sistema a tempo continuo

Eseguendo un'operazione di derivata nell'equazione (1.20) e sostituendo in essa la (1.19) si ottiene:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= C\dot{x}(t) + D_d\dot{n}(t) + D_f\dot{f}(t) \\ &= CAx(t) + CBu(t) + CB_d d(t) + CB_f f(t) + D_d\dot{n}(t) + D_f\dot{f}(t) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Attraverso il calcolo della derivata seconda otteniamo:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) &= C\ddot{x}(t) + D_d\ddot{n}(t) + D_f\ddot{f}(t) \\ &= CA^2x(t) + CABu(t) + CB\dot{u}(t) + CAD_d d(t) + CD_d\dot{d}(t) \\ &\quad + D_d\ddot{n}(t) + CAB_f f(t) + CB_f\dot{f}(t) + D_f\ddot{f}(t) \end{aligned} \quad (1.22)$$

Così facendo, per lo stesso istante di tempo t , si introduce ridondanza nelle equazioni.

Derivando $q \leq n$ volte l'equazione di uscita $y(t)$, otteniamo:

$$Y(t) = Tx(t) + Q_U U(t) + Q_d B_d(t) + Q_n D_d(t) + Q_f F(t) \quad (1.23)$$

in cui

$$Y(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \vdots \\ y^{(q)}(t) \end{bmatrix} \quad U(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \\ \vdots \\ u^{(q)}(t) \end{bmatrix} \quad B_d(t) = \begin{bmatrix} d(t) \\ \dot{d}(t) \\ \vdots \\ d^{(q)}(t) \end{bmatrix} \quad F(t) = \begin{bmatrix} f(t) \\ \dot{f}(t) \\ \vdots \\ f^{(q)}(t) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

e

$$T = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^q \end{bmatrix} \quad Q_U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ CA^{q-1}B & CA^{q-2}B & \dots & CB & 0 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$Q_d = \begin{bmatrix} D_d & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB_d & D_d & 0 & \dots & 0 \\ CAB_d & CB_d & D_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ CA^{q-1}B_d & CA^{q-2}B_d & \dots & CB_d & D_d \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$$Q_f = \begin{bmatrix} D_f & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB_f & D_f & 0 & \dots & 0 \\ CAB_f & CB_f & D_f & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ CA^{q-1}B_f & CA^{q-2}B_f & \dots & CB_f & D_f \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Per un sistema di ordine n con p ingressi, p_d disturbi e r uscite queste matrici hanno la seguente cardinalità:

- $Y(t) \in \mathbb{R}^{(q+1)r \times 1}$;
- $U(t) \in \mathbb{R}^{(q+1)p \times 1}$;
- $T \in \mathbb{R}^{(q+1)r \times n}$;
- $Q_U \in \mathbb{R}^{(q+1)r \times (q+1)p}$;
- $Q_d \in \mathbb{R}^{(q+1)r \times (q+1)p_d}$;

Il passo successivo è quello di moltiplicare l'equazione (1.23) per un vettore w^T in modo da ottenere:

$$w^T Y^T = w^T T x(t) + w^T Q_U U(t) + w^T Q_d D_d(t) + w^T Q_n D_f(t) + w^T Q_f F(t) \quad (1.28)$$

Se il vettore di progetto $w^T \in \mathbb{R}^{\times(q+1)r}$ è scelto in modo tale che i seguenti vincoli sono rispettati

$$w^T T = 0 \quad \& \quad w^T Q_d = 0 \quad (1.29)$$

allora è possibile ottenere un vettore di residui pari a:

$$r(t) = w^T Y(t) - w^T Q_U U(t) \quad (1.30)$$

L'equazione (1.29) mostra che una parte degli elementi del vettore w^T è determinata in accordo con l'ordine delle matrici T e Q_d .

Gli elementi restanti del vettore w^T costituiscono ulteriori gradi di libertà per la progettazione delle restanti equazioni di parità.

Tenendo in considerazione le relazioni (1.29) e sostituendo la (1.28) nella (1.30) otteniamo la forma interna delle equazioni di parità

$$r(t) = w^T Q_f F(t) + w^T Q_n D_d(t) \quad (1.31)$$

Le equazioni (1.31) mostrano come il residuo sia influenzato esclusivamente dai guasti $F(t)$ e dal rumore $D_d(t)$. Inoltre, se le relazioni (1.29) sono soddisfatte, il residuo risulta essere indipendente dai disturbi $d(t)$ e dallo stato $x(t)$.

È possibile costruire diverse categorie di residui selezionando differenti valori per il vettore w^T ; quindi costruendo una matrice W contenente le possibili scelte per il vettore di progetto w^T il residuo assume la forma:

$$r(t) = W Y(t) - W Q_U U(t) \quad (1.32)$$

È importante notare che l'ordine della matrice W determina il numero delle equazioni di parità.

1.4.3 Approccio mediante Identificazione dei Parametri

Questa metodologia si basa sulla considerazione che un guasto si riflette sui parametri fisici del sistema e che, pertanto, i residui possono essere generati

andando a stimare tali parametri attraverso un algoritmo di identificazione. La rilevazione di un guasto si basa quindi sulla individuazione di variazioni, repentine e prive di spiegazione fisica, nei parametri stimati, [23]. Nel seguito, presentiamo brevemente i metodi ad equazione di errore ed ad errore di uscita.

Metodo ad equazione di errore

Consideriamo un sistema SISO (*single input, single output*) di ordine n nella sua forma vettoriale:

$$y(t) = \Psi^T \Theta \tag{1.33}$$

dove

$$\Theta^T = [a_1 \dots a_n, b_1 \dots b_n] \tag{1.34}$$

è il vettore dei parametri e

$$\Psi^T = [y(t-1) \dots y(t-n), u(t-1) \dots u(t-n)] \tag{1.35}$$

è il vettore discreto dei dati. Ai fini della stima parametrica, introduciamo

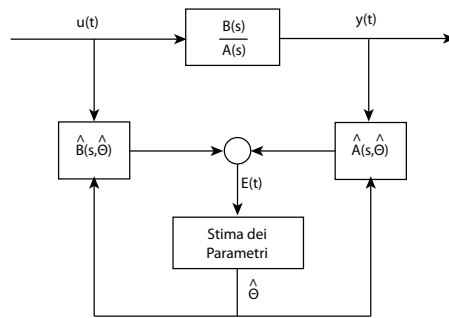


Figura 1.7. Stima dei parametri: equazione di errore

l'equazione di errore $e(t)$

$$e(t) = y(t) - \Psi^T \Theta \tag{1.36}$$

In alternativa, è possibile considerare un sistema nella sua rappresentazione ingresso/uscita.

Se

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} \tag{1.37}$$

è la funzione di trasferimento del processo, l'equazione di errore nel dominio di Laplace diventa

$$e(s) = \hat{B}(s, \hat{\Theta})u(s) - \hat{A}(s, \hat{\Theta})y(s) \tag{1.38}$$

in cui $\hat{A}(s, \hat{\Theta})$ e $\hat{B}(s, \hat{\Theta})$ corrispondono, rispettivamente, alle stime di $A(s)$ e $B(s)$.

La stima ai minimi quadrati (LS)

$$\hat{\Theta} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T y \quad (1.39)$$

la si ottiene se si considera la minimizzazione del seguente indice di costo

$$J(\Theta) = \sum_k e^2(k) = e^T e \quad (1.40)$$

$$\frac{dJ(\Theta)}{d\Theta} = 0 \quad (1.41)$$

È utile osservare che tale stima dei parametri, può essere ottenuta anche attraverso la forma ricorsiva del metodo dei minimi quadrati (RLS). Ulteriori dettagli su tale metodologia sono riportati in [37]

Metodo ad Errore di Uscita

Consideriamo un sistema nella sua rappresentazione ingresso/uscita. Tale metodologia prevede l'uso dell'errore di uscita

$$e(t) = y(t) - y(\hat{\Theta}, t) \quad (1.42)$$

in cui $y(\hat{\Theta}, t)$ è l'antitrasformata di Laplace dell'uscita del sistema:

$$y(\hat{\Theta}, s) = \frac{\hat{B}(s, \hat{\Theta})}{\hat{A}(s, \hat{\Theta})} u(s) \quad (1.43)$$

Sfortunatamente, non è possibile effettuare un calcolo diretto del vettore dei

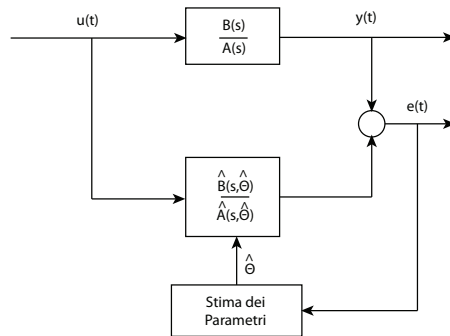


Figura 1.8. Stima dei parametri: errore d'uscita.

parametri Θ , poichè $e(t)$ risulta non lineare nei parametri.

Pertanto, la funzione di costo (1.42) così come la (1.36) deve essere minimizzata attraverso metodi di ottimizzazione numerica. Il carico computazionale di una tale operazione è molto gravoso e pertanto risulta in generale impossibile un suo calcolo *in linea*. Tuttavia, possiamo ottenere stime del vettore dei parametri abbastanza precise.

Supponendo che la comparsa di un guasto provochi cambi in uno o più parametri attraverso variazioni $\Delta\theta$, il segnale di uscita cambia per tali variazioni in accordo con

$$\Delta y(t) = \Psi^T(t)\Delta\theta(t) + \Delta\Psi^T(t)\theta(t) + \Delta\Psi^T(t)\Delta\theta(t) \quad (1.44)$$

Ciò implica che lo stimatore dei parametri, in presenza di un malfunzionamento, indica una variazione $\Delta\theta$.

Generalmente, il vettore dei parametri θ può dipendere da elementi tipici della fisica del processo \mathbf{p} (rigidezza, coefficienti di smorzamento,...)

$$\theta = f(\mathbf{p}) \quad (1.45)$$

attraverso equazioni algebriche non lineari. Se l'inversa della relazione

$$\mathbf{p} = f^{-1}(\theta) \quad (1.46)$$

esiste [32], allora è possibile calcolare le variazioni nei coefficienti del sistema $\Delta\mathbf{p}$. Tali variazioni sono spesso direttamente legati ai guasti.

Quindi, la conoscenza di $\Delta\mathbf{p}$ può costituire un elemento utilissimo nell'operazione di diagnosi di un guasto.

1.5 Conclusioni

In questo capitolo sono stati introdotti i concetti legati ai sistemi di diagnosi dei guasti ed inoltre sono state esposte le principali differenze tra le metodologie di ridondanza software e hardware. Quindi, si è passati alla definizione del problema di rilevazione ed isolamento dei guasti basato sul modello ed a seguire sono state illustrate brevemente le principali metodologie usate nel contesto dell'FDI.

Sistemi Ibridi e Markoviani: modellistica lineare tempo-variante

L'obiettivo di questo capitolo è quello di studiare la modellazione di sistemi fisici, descritti da equazioni differenziali non-lineari, nel contesto dei sistemi lineari tempo-varianti dipendenti da parametro (LPV). Il principale vantaggio nell'uso di approssimazioni LPV sta nel fatto che questo tipo di rappresentazione offre un efficiente paradigma per la modellazione dei sistemi non-lineari. Nel seguito, dopo una breve introduzione, si passerà a fornire le definizioni di base nel contesto dei sistemi lineari tempo-varianti dipendenti da parametro. Verranno quindi descritte alcune procedure per la realizzazione di approssimazioni LPV. Infine, sarà presentata una modellazione LPV per sistemi che presentano al tempo stesso variabili continue e variabili dipendenti da eventi, con riferimento sia ad un contesto deterministico (Sistemi Ibridi) sia ad un contesto stocastico (Sistemi a Salti).

2.1 Introduzione

Le tecniche di analisi e controllo per impianti modellabili attraverso sistemi lineari tempo-varianti dipendenti da parametro (LPV), hanno recentemente attirato un notevole interesse nell'ambito del controllo dei processi.

Un sistema LPV è essenzialmente definito come un sistema lineare le cui dinamiche dipendono da un parametro esogeno tempo-variante $\rho(t)$. Nella definizione di una tale classe di sistemi si assume che il parametro $\rho(t)$ non sia noto *a priori* e possa essere misurato/stimato in tempo reale. Quindi, ciò che principalmente differenzia un sistema LPV da un sistema lineare tempo variante (LTV) è la 'non conoscenza' a priori del parametro $\rho(t)$, [38].

Le strategie di controllo LPV si inseriscono nel contesto delle tecniche Gain-Scheduling e garantiscono stabilità e prestazioni anche al di fuori dei punti di lavoro su cui tale approssimazione è realizzata.

Logicamente, il primo passo per l'applicazione di queste metodologie consiste nel trasformare il modello non-lineare del sistema in un modello LPV; è ovvio

quindi, che la modellazione LPV gioca un ruolo chiave nella progettazione del controllore [48].

In [39, 40, 41], sono presentati diversi metodi per la definizione di sistemi LPV a partire da rappresentazioni non lineari di un sistema. Tra queste metodologie, risultano di notevole interesse sia la metodologia di approssimazione basata sulla linearizzazione attorno a punti di equilibrio/operativi, sia la metodologia basata su trasformazioni di stato.

Nei paragrafi che seguono si introdurranno le definizioni usate nel contesto dei sistemi LPV e verranno brevemente descritte alcune procedure per la modellazione di tale classe di sistemi. In seguito, si definirà un'approssimazione LPV per sistemi che presentano al tempo stesso variabili continue e variabili dipendenti da eventi, con riferimento sia ad un contesto deterministico (Sistemi Ibridi) sia ad un contesto stocastico (Sistemi a Salti).

2.2 Sistemi Lineari Tempo-Varianti dipendenti da Parametro

Attraverso l'uso del termine Sistema LPV si definisce la classe di sistemi lineari a dimensione finita, la cui funzione generatrice o funzione di transizione ad un passo dipende linearmente da un vettore di parametri tempo-varianti $\rho(t)$.

Il presupposto che sta alla base della definizione di tale classe di sistemi prevede che le traiettorie del segnale $\rho(t)$, benchè non note, siano comunque misurabili/stimabili in tempo reale e vincolate *a priori* all'interno di uno specifico intervallo. Si osservi che $\rho(t)$ è detto anche variabile di scheduling.

I sistemi LPV possono essere indifferentemente sia a tempo continuo che a tempo discreto; in questo lavoro di tesi si prenderanno in considerazione sistemi LPV a tempo continuo definiti come di seguito,[40]:

Definizione 2.1 *Sistemi LPV.* Un sistema LPV di ordine n è definito come:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) \\ y(t) = C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

in cui $x(t) \in \mathbb{R}^n$ rappresenta lo stato, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ l'ingresso, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ l'uscita e $A(\rho(t))$, $B(\rho(t))$, $C(\rho(t))$, $D(\rho(t))$ sono matrici di dimensioni appropriate che dipendono linearmente da un parametro tempo variante $\rho(t)$ misurabile in tempo reale. Il vettore dei parametri $\rho(t)$ è tale che:

$$\begin{aligned} \rho(t) &\triangleq [\rho_1(t), \rho_2(t), \dots, \rho_l(t)] \\ \Omega &\triangleq \left\{ \rho(t) \in \mathbb{R}^l \mid \sum_{i=1}^l \rho_i = 1, 0 \leq \rho_i \leq 1, i = 1, \dots, l \right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Inoltre:

$$\begin{bmatrix} A(\rho(t)) & B(\rho(t)) \\ C(\rho(t)) & D(\rho(t)) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^l \rho_i(t) \begin{bmatrix} A^i & B^i \\ C^i & D^i \end{bmatrix}$$

Si noti che, se la variabile di scheduling selezionata, $\rho(t)$, contiene uno o più stati del sistema, allora il sistema lineare tempo-variante dipendente da parametro si definisce con l'attributo di quasi-LPV (qLPV).

Di seguito si riporta la definizione di sistema qLPV, [40]:

Definizione 2.2 Sistemi Quasi-LPV. Dato un sistema lineare tempo-variante dipendente da parametro (vedi (2.1)), esso è un sistema Quasi-LPV se il vettore di stato $x(t)$, può essere suddiviso in stati schedulabili, $z(t)$, e non schedulabili, $w(t)$.

$$x(t) = [z(t) \ w(t)]^T$$

Pertanto, un modello qLPV è definito da:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_{11}(\rho(t))z(t) + A_{12}(\rho(t))w(t) + B_1(\rho(t))u(t) \\ \dot{w}(t) = A_{21}(\rho(t))z(t) + A_{22}(\rho(t))w(t) + B_2(\rho(t))u(t) \\ y(t) = C_1(\rho(t))z(t) + C_2(\rho(t))w(t) + D(\rho(t))u(t) \end{cases} \quad (2.3)$$

in cui il vettore di scheduling è formato da $\rho(t) = [z(t) \ \Omega(t)]$ con $\Omega(t)$ variabili di scheduling esogene.

Lemma 2.1 Stabilità asintotica. Il sistema (2.5) è asintoticamente stabile se e solo se esiste una funzione quadratica $V(x) = x'Px$, con $P = P'$ definita positiva, tale che

$$A(\rho(t))'P + PA(\rho(t)) \prec 0 \quad \forall \rho(t) \in \Omega \quad (2.4)$$

È importante notare che nell'approssimazione di un sistema fisico attraverso una modellazione LPV, la scelta del parametro di scheduling $\rho(t)$ gioca un ruolo chiave per la validità e per la qualità dell'approssimazione stessa.

Quindi, nel processo di formulazione di un modello LPV, la questione più importante riguarda quali variabili del sistema originario debbano essere scelte come variabili di scheduling.

Esistono differenti approcci per la modellazione LPV; in [39] è possibile trovare un ampio studio su tali tecniche di modellazione.

Nelle sezioni (2.2.1)-(2.2.2) saranno presentate due metodologie di modellazione LPV a partire da un modello non lineare del sistema. Più precisamente nella (2.2.1) si mostrerà una metodologia basata sull'interpolazione di una famiglia di modelli linearizzati attorno a differenti punti di equilibrio/operativi, nella (2.2.2) un approccio basato su trasformazioni di stato.

2.2.1 Modellazione LPV basata sul Metodo della Linearizzazione

Sia dato il seguente modello non-lineare nella sua rappresentazione nello spazio di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.5)$$

La metodologia che si presenta di seguito prevede l'applicazione della teoria della linearizzazione ad una data rappresentazione di stato di un sistema non lineare (2.5). L'obiettivo è quello di ottenere una serie di modelli LTI relativi a differenti punti di equilibrio/operativi, che dovranno essere opportunamente interpolati al fine di realizzare un'approssimazione LPV, [40, 39, 42, 43]. Tale approccio è noto anche come metodo dello Jacobiano.

L'applicazione del metodo dello Jacobiano richiede che ogni linearizzazione, ottenuta attraverso uno sviluppo in serie di Taylor del primo ordine, corrisponda ad un punto di equilibrio/operativo della (2.5).

Pertanto l'approssimazione LPV è ottenuta come segue.

Innanzitutto, una volta selezionati i punti di equilibrio/operativi (x_i, u_i) , occorre eseguire l'operazione di linearizzazione della (2.5) attorno a tali punti, in modo da ottenere

$$A_i = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_i, u_i} \quad B_i = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x_i, u_i} \quad C_i = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x_i, u_i} \quad D_i = \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{x_i, u_i} \quad (2.6)$$

Sviluppando in serie di Taylor nell'intorno di (x_i, u_i) e trascurando i termini di ordine superiore al primo, si ottiene la seguente approssimazione lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \approx A_i x(t) + B_i u(t) - \gamma_x; \\ y(t) \approx C_i x(t) + D_i u(t) - \gamma_y. \end{cases} \quad (2.7)$$

in cui

$$\begin{aligned} \gamma_x &= A_i x_i + B_i u_i; \\ \gamma_y &= C_i x_i + D_i u_i - g(x_i, u_i). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Il sistema LTI (2.7) prende il nome di *sistema linearizzato di (2.5) nell'intorno di (x_i, u_i)* .

Il passo successivo prevede la definizione di un insieme di funzioni normalizzate di interpolazione $\rho_i(t)$ tali che:

$$\begin{cases} \rho_i(t) \in [0, 1]; \\ \sum_{i=1}^n \rho_i(t) = 1 \end{cases} \quad (2.9)$$

dove $i = 1, \dots, n$ rappresentano i vertici su cui viene effettuata l'approssimazione.

Il passo conclusivo riguarda la definizione del sistema a parametri varianti:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(t) A_i x(t) + \sum_{i=1}^n \rho_i(t) B_i u(t) - \gamma_x(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(t) C_i x(t) + \sum_{i=1}^n \rho_i(t) D_i u(t) - \gamma_y(t). \end{cases} \quad (2.10)$$

in cui $x(t)$ e $y(t)$ costituiscono l'approssimazione dei segnali originali descritti dalla (2.5) e

$$\begin{aligned} \gamma_x(t) &= \sum_{i=1}^n \rho_i(t) (A_i x_i + B_i u_i); \\ \gamma_y(t) &= \sum_{i=1}^n \rho_i(t) (C_i x_i + D_i u_i - g(x_i, u_i)). \end{aligned} \quad (2.11)$$

rappresentano gli offset dovuti ai punti di equilibrio/operativi schedulati (x_i, u_i) .

È ovvio che per $[x(t), u(t)] = [x_i, u_i]$ l'equazione (2.10) è equivalente alla (2.7), cioè in ogni punto di equilibrio il modello LPV globale è equivalente alla corrispondente rappresentazione LTI.

La metodologia esposta, come già detto, è applicabile sia a punti di equilibrio che a punti di lavoro che possono non essere equilibri del sistema non-lineare. In molte situazioni pratiche, applicare il metodo dello Jacobiano a punti di lavoro consente di migliorare in modo significativo le dinamiche transitorie dell'approssimazione LPV, [39, 44, 45].

Esempio 2.1

In questo esempio si fa riferimento a quanto riportato in [46].

Consideriamo il sistema non lineare descritto da:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -|x_2(t)| x_2(t) - 10 \end{bmatrix} \\ y(t) &= [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

È importante tenere presente che un tale modello mostra delle non linearità che spesso vengono riscontrate in applicazioni reali. Un caso tipico è quello riguardante la definizione del modello di un missile autopilotato reperibile in [47] una cui semplificazione è riportata nel Paragrafo 2.2.2.

Linearizzando la (2.12) otteniamo la seguente approssimazione nell'intorno di (x_i, u_i) :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \delta \dot{x}_1(t) \\ \delta \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2|x_2| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1(t) \\ \delta x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta u(t) \\ \delta y(t) &= [0 \ 1] \begin{bmatrix} \delta x_1(t) \\ \delta x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Dalle equazioni (2.12)-(2.13) si evince che è possibile definire un modello LPV andando a linearizzare su differenti punti di equilibrio. Più precisamente, data la particolare struttura del modello non lineare in considerazione è possibile selezionare come parametro di scheduling $\rho(t) = |x_2|$ ed assumere che

$$0 \leq \rho(t) \leq 10$$

Applicando l'operazione di linearizzazione per $\rho(t) = 0$ e $\rho(t) = 10$ e definendo la funzione di interpolazione

$$\alpha = (10 - \rho(t))/10$$

si ottiene la seguente approssimazione LPV:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} &= A(\rho(t)) \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + Bu(t) \\ y(t) &= C \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

in cui:

$$A(\rho(t)) = \alpha A_{\rho(t)=0} + (1 - \alpha) A_{\rho(t)=10}$$

2.2.2 Modellazione LPV basata su trasformazione di stato

La modellazione LPV basata su trasformazione di stato poggia sull'idea di eseguire un cambiamento di coordinate nelle equazioni non-lineari del sistema (2.15). Tale tecnica benchè consenta di ottenere una rappresentazione qLPV, può essere applicata solo a sistemi non lineari espressi attraverso la seguente rappresentazione di stato, [38, 39, 40, 41]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_1(x_1(t)) \\ f_2(x_1(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11}(x_1(t)) & A_{21}(x_1(t)) \\ A_{21}(x_1(t)) & A_{22}(x_1(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} B_1(x_1(t)) \\ B_2(x_1(t)) \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Per ottenere una rappresentazione qLPV della (2.15) si seleziona un vettore di scheduling $\rho(t)$ contenente lo stato schedulabile del sistema $x_1(t)$. Per poter applicare tale approccio è necessario che il numero degli stati schedulabili sia pari al numero degli ingressi $u(t)$. Inoltre, si assume che esistano le funzioni differenziabili γ_x e γ_u tali che per ogni $\rho(t) = x_1(t)$ il sistema (2.15) si trovi in uno stato stazionario:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1(t)) \\ f_2(x_1(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11}(x_1(t)) & A_{12}(x_1(t)) \\ A_{21}(x_1(t)) & A_{22}(x_1(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \gamma_x(x_1(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(x_1(t)) \\ B_2(x_1(t)) \end{bmatrix} \gamma_u(x_1(t)) \quad (2.16)$$

Quindi, definendo una nuova rappresentazione di stato:

$$\begin{aligned} \xi_1(t) &:= x_1(t) \\ \xi_2(t) &:= x_2(t) - \gamma_x(x_1(t)) \\ v(t) &:= u(t) - \gamma_u(x_1(t)) \\ \tilde{A}_{22}(\xi_1(t)) &:= A_{22}(\xi_1(t)) - \frac{\partial \gamma_u(x_1(t))}{\partial x_1(t)} A_{12}(\xi_1(t)) \\ \tilde{B}_2(\xi_1(t)) &:= B_2(\xi_1(t)) - \frac{\partial \gamma_u(x_1(t))}{\partial x_1(t)} B_1(\xi_1(t)) \end{aligned} \quad (2.17)$$

si ottiene il sistema qLPV:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1(t) \\ \dot{\xi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A_{12}(\xi_1(t)) \\ 0 & \tilde{A}_{22}(\xi_1(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1(\xi_1(t)) \\ \tilde{B}_2(\xi_1(t)) \end{bmatrix} v(t) \quad (2.18)$$

con parametro di scheduling $\rho(t) = x_1(t) = \xi_1(t)$.

Esempio 2.2

In questo esempio si fa riferimento a quanto riportato in [48]. Consideriamo il modello non lineare di un missile autoguidato (Figura 2.1), descritto da:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= f \frac{g \cos(\alpha/f)}{WV} [(\phi_Z(\alpha) + b_Z \delta) Q S] + q \\ \dot{q} &= f [(\phi_m(\alpha) + b_m \delta) Q S d] / I_{yy} \end{aligned} \quad (2.19)$$

in cui

$$\begin{aligned} \phi_m(\alpha) &= 0.000215\alpha^3 - 0.0195\alpha|\alpha| + 0.051\alpha \\ \phi_Z(\alpha) &= 0.000103\alpha^3 - 0.0094\alpha|\alpha| - 0.170\alpha \end{aligned}$$

Il modello (2.19) può essere riscritto come:

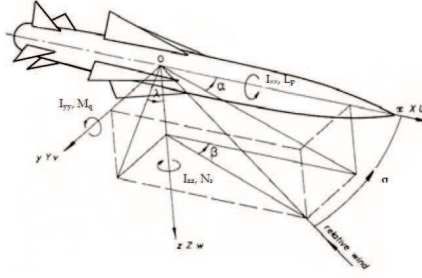


Figura 2.1. Missile

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{fgQS\cos(\alpha/f)}{WV} \phi_Z(\alpha) \\ \frac{fQSd}{I_{yy}} \phi_m(\alpha) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{fgQSb_z\cos(\alpha/f)}{WV} \\ \frac{fQSdb_m}{I_{yy}} \end{bmatrix} \delta \quad (2.20)$$

Si noti che il sistema (2.20) è nella forma (2.15). Quindi scegliendo:

$$\begin{aligned} \delta_{eq}(\alpha) &= -\phi_m(\alpha)/b_m \\ q_{eq}(\alpha) &= -\frac{fgQS\cos(\alpha/f)}{WV} \left[\phi_z(\alpha) - \frac{b_z}{b_m} \phi_m(\alpha) \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

è possibile ricavare un sistema qLPV della forma (2.18).

2.2.3 Altre metodologie di modellazione LPV

In letteratura, oltre alle metodologie illustrate nei paragrafi precedenti, sono reperibili altri metodi di modellazione LPV, [39, 40, 41, 49, 50]. Tra questi ricordiamo il *metodo delle sostituzioni* ed il metodo basato su *linearizzazioni multiple attorno ad un unico punto di equilibrio*, [49, 39].

- **Metodo delle sostituzioni:** è basato sulla sostituzione delle cosiddette funzioni di scomposizione con funzioni lineari dipendenti da un vettore di scheduling. Si precisa che una funzione di scomposizione è definita come una combinazione di tutti i termini del sistema non lineare che:

1. non sono affini rispetto agli stati non schedulabili del sistema ed agli ingressi di controllo;
2. non sono funzioni del solo vettore di scheduling.

La scomposizione è ottenuta attraverso una procedura di minimizzazione basata sulla risoluzione di una serie di problemi di ottimizzazione numerica, [40, 41].

- **Linearizzazioni multiple attorno ad un unico punto di equilibrio:** è applicato nel contesto dei cosiddetti sistemi Fuzzy allo scopo di realizzare

modelli lineari TS (*Takagi-Sugeno*), [39]. Si noti che i modelli TS possono essere visti come sistemi qLPV. L'idea alla base di tale metodo è quella di eseguire una serie di operazioni di linearizzazione su più punti nell'intorno dello stesso punto di equilibrio. Quindi i modelli lineari ottenuti vengono interpolati in modo simile a quanto visto nel paragrafo (2.2.1). Attraverso tale approccio si riesce a realizzare un modello LPV capace di alte prestazioni anche durante i transitori. Il principale svantaggio nell'applicazione di tale metodologia è che la sua validità è limitata all'intorno del punto di equilibrio in considerazione.

2.3 Modellazione di Sistemi Ibridi Lineari a Parametri Varianti

I sistemi ibridi [51, 52, 53] sono sistemi in cui una dinamica ad eventi discreti, definita da variabili discrete (rappresentabile ad esempio con un automa a stati finiti) interagisce strettamente con una dinamica a tempo continuo, definita da variabili continue (rappresentabile ad esempio con una equazione differenziale). Sistemi di questo tipo si ritrovano in svariati campi applicativi: automotive (trasmissione automatica, regolatore di velocità, sospensioni semi-attive), sistemi meccanici (marce, modelli di attriti, sistemi a commutazione di guadagno), processi chimici (reattori batch), sistemi elettrici (convertitori statici, sistemi con interruttori o non linearità), telecomunicazione (controllo di buffer, reti wireless), automazione (controllo tramite PLC, controllo supervisivo, processi produttivi), trasporti (modellazione e controllo di traffico urbano e reti ferroviarie), sistemi embedded.

Quindi, un Sistema Ibrido è caratterizzato dall'avere dinamiche continue e *salti* occasionali. I salti, corrispondano al cambiamento di stato in un automa le cui transizioni possono essere dovute sia ad eventi esterni (controllabili e non controllabili) che ad evoluzioni continue. Un esempio di sistema ibrido è riportato in figura (2.2).

Ad ogni stato dell'automata è associata una dinamica continua, descritta attraverso equazioni differenziali, che può avere una diversa struttura per ogni stato discreto ed una condizione iniziale determinata all'atto transizione da uno stato all'altro dell'automata.

Bench'è questa descrizione sommaria renda in modo adeguato l'idea di come si componga un sistema ibrido, la sua definizione formale risulta essere alquanto complessa.

Definizione 2.3 Sistema Ibrido. *Un sistema ibrido H è una tupla*

$$H = (Q, \Sigma, \Psi, \varphi, \phi, \eta, X, U, Y, f, h, r) \quad (2.22)$$

in cui $Q = \{q_1, \dots, q_N\}$ è un insieme finito di stati discreti con $N = |Q|$, Σ è un insieme finito dei possibili ingressi ed eventi interni, Ψ è l'insieme finito

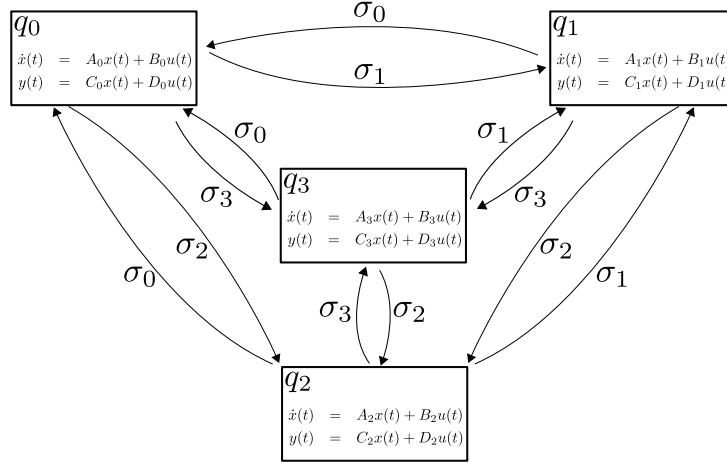


Figura 2.2. Sistema Ibrido a quattro stati

di uscite discrete, $X \subseteq \mathbb{R}^n$, $U \subseteq \mathbb{R}^m$, $Y \subseteq \mathbb{R}^p$ rappresentano rispettivamente i domini dello stato continuo, degli ingressi di controllo e delle uscite continue.

Le funzioni φ , ϕ ed η caratterizzano, invece, le dinamiche degli stati discreti del sistema e sono definite come di seguito:

$$q(k+1) \in \varphi(q(k), \sigma(k+1)) \tag{2.23}$$

$$\sigma(k+1) \in \phi(q(k), x(t_{k+1}), u(t_{k+1})) \tag{2.24}$$

$$\psi(k+1) = \eta(q(k), \sigma(k+1)) \tag{2.25}$$

in cui $q(k) \in Q$ e $\psi(k) \in \Psi$ sono, rispettivamente, lo stato e l'uscita discreta a seguito del k -esimo evento di ingresso $\sigma(k) \in \Sigma$ e t_k rappresenta l'istante di tempo sconosciuto in cui tale evento compare.

L'insieme finito Σ si compone sia di eventi interni, generati autonomamente dal sistema ibrido sulla base dei valori assunti dagli stati continui $x(t)$ e dagli ingressi di controllo $u(t)$, sia da eventi di ingresso esogeni, le cui condizioni di abilitazione possono non dipendere da $x(t)$ ed $u(t)$.

Le funzioni $\varphi : Q \times X \rightarrow 2^{Q,1}$ e $\eta : Q \times \Sigma \times Q \rightarrow \Psi$ costituiscono rispettivamente la funzione di transizione e la funzione di uscita.

La funzione $\phi : Q \times X \times U \rightarrow 2^{\Sigma \cup \epsilon}$ è l'insieme delle funzioni che specificano un possibile evento in ogni stato discreto, per un dato valore dello stato continuo $x(t) \in X$ e dell'ingresso di controllo $u(t) \in U$ del sistema.

L'evento ϵ costituisce il cosiddetto *evento silenzioso* che viene introdotto per

¹ Per qualunque insieme A si definisce insieme delle parti o insieme potenza di A e si indica con $P(A)$ o 2^A l'insieme che ha come elementi tutti e soli i sottoinsiemi di A . Ad esempio, se $A = \{a, b, c\}$ allora il suo insieme delle parti è costituito da $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A\}$.

modellare particolari situazioni relative alle dinamiche discrete.

Per quel che riguarda le dinamiche continue associate alle funzioni $f : Q \times X \times U \rightarrow \mathbb{R}^n$ ed $h : Q \times X \rightarrow Y$, si assume che esse siano rappresentate da un sistema lineare a parametri varianti (LPV):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(q_i, x(t), u(t)) = A_{q_i}(\rho(t))x(t) + B_{q_i}(\rho(t))u(t) \\ y(t) = h(q_i, x(t), u(t)) = C_{q_i}(\rho(t))x(t) + D_{q_i}(\rho(t))u(t) \end{cases} \quad (2.26)$$

in cui $y(t) \in Y$ costituisce l'uscita continua del sistema e $A_{q_i}(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{q_i}(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_{q_i}(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $D_{q_i}(\rho(t)) \in \mathbb{R}^{p \times m}$ dipendono dallo stato discreto corrente q_i e da un parametro $\rho(t)$ il cui significato è analogo a quanto esposto nel paragrafo (2.2).

Quindi, per ogni possibile valore di $q_i = i$, $i \in Q$, è possibile ottenere:

$$\begin{bmatrix} A_{q_i}(\rho(t)) & B_{q_i}(\rho(t)) \\ C_{q_i}(\rho(t)) & D_{q_i}(\rho(t)) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^l \rho_j(t) \begin{bmatrix} A_i^j & B_i^j \\ C_i^j & D_i^j \end{bmatrix}$$

Infine, la funzione $r : Q \times Q \times X \rightarrow X$ descrive i *reset* degli stati continui associati ad ogni transizione del sistema ibrido da uno stato all'altro.

Un concetto di notevole rilevanza è quello riguardante la stabilità di un sistema ibrido. Infatti la sola stabilità dei sottosistemi costituenti il sistema ibrido non garantisce la stabilità globale del sistema complessivo.

Definizione 2.4 Stabilità Globale. [17]. Consideriamo il sistema lineare ibrido definito da:

$$\dot{x}(t) = A_{q_i}x(t) \quad (2.27)$$

in cui $q_i \in Q$ è un insieme finito di stati discreti. Il sistema (2.27) è globalmente esponenzialmente stabile se esistono $c \geq 1$ e $\mu > 0$ tali che per ogni stato iniziale $x(0)$ e per ogni evento $\sigma \in \Sigma$ che porta il sistema (2.27) dallo stato discreto q_i allo stato q_j , la soluzione di (2.27) soddisfa la seguente:

$$\|x(t)\| \leq ce^{-\mu t} \|x(0)\| \quad \forall t \geq 0 \quad (2.28)$$

Un sistema ibrido (H-LPV) per come definito nella (2.3) rappresenta una vasta classe di sistemi dinamici. Per analizzare proprietà quali l'osservabilità è opportuno considerare definizioni specifiche. In particolare si rende necessario introdurre il concetto di *dwell-time minimo*, cioè il tempo minimo prima che avvenga una transizione nel sistema ibrido, ed il concetto di *dwell-time massimo*, cioè il tempo massimo oltre il quale è garantita una transizione.

Definizione 2.5 Dwell-time minimo e massimo, [55]. Consideriamo un sistema ibrido H e supponiamo che esso sia soggetto a salti negli istanti t_1, \dots, t_N . Allora esistono $\delta_m, \delta_M > 0$ tali che $0 < \delta_m \leq t_{j+1} - t_j \leq \delta_M$,

per ogni esecuzione che porta H da uno stato all'altro. Si noti che δ_m rappresenta il dwell-time minimo e δ_M il dwell-time massimo. Inoltre δ_M può assumere un valore finito o infinito. Nel secondo caso il sistema ibrido H non è soggetto a transizioni.

Dalla definizione precedente si intuisce che il dwell-time minimo gioca un ruolo fondamentale nella definizione di stabilità di un sistema ibrido. Pertanto allo scopo di avere un sistema ibrido globalmente asintoticamente stabile è necessario che ogni transizione sia tale che $t_{j+1} - t_j \geq \delta_m, \forall j$. Pertanto è possibile fornire la definizione seguente.

Definizione 2.6 [17]. Se per ogni $\sigma \in \Sigma$ esiste $c_\sigma \geq 1$ e $\mu_\sigma > 0$ tali che

$$\|e^{A_\sigma t}\| \leq c_\sigma e^{-\mu_\sigma t} \quad \forall t \geq 0 \quad (2.29)$$

allora per ogni evento che porta il sistema (2.27) dallo stato discreto q_i allo stato q_j con un dwell-time

$$\delta > \sup_{\sigma \in \Sigma} \left\{ \frac{\log c_\sigma}{\mu_\sigma} \right\}$$

il sistema (2.27) è globalmente esponenzialmente stabile, con

$$c = \sup_{\sigma \in \Sigma} \{c_\sigma\}, \quad \mu = \inf_{\sigma \in \Sigma} \left\{ \mu_\sigma - \frac{\log c_\sigma}{\delta} \right\}$$

Esempio 2.3

In questo esempio si fa riferimento a quanto riportato in [18].

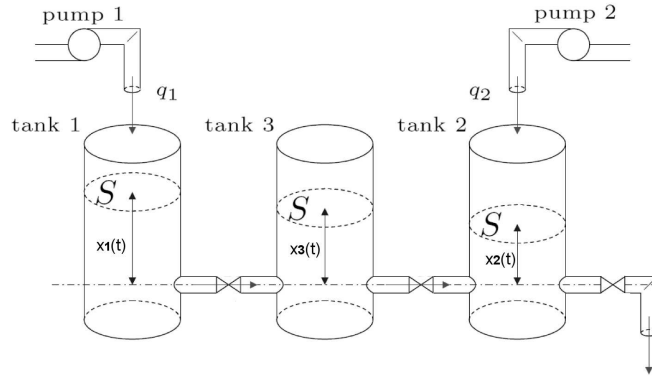


Figura 2.3. Sistema a tre vasche

Consideriamo il seguente modello non-lineare relativo al sistema riportato in figura 2.3:

$$S : \begin{cases} S\dot{x}_1 = q_1 - s_{13}\sqrt{2g(x_1 - x_3)} - s_l\sqrt{2gx_1} \\ S\dot{x}_2 = q_2 - s_{32}\sqrt{2g(x_3 - x_2)} - s_0\sqrt{2gx_2} \\ S\dot{x}_3 = s_{13}\sqrt{2g(x_1 - x_3)} - s_l\sqrt{2gx_3} - s_{32}\sqrt{2g(x_3 - x_2)} \end{cases} \quad (2.30)$$

Linearizzando la (2.30) si ottiene:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} - \frac{s_l g}{S\sqrt{2gx_1}} & 0 & \frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} \\ 0 & -\frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} - \frac{s_0 g}{S\sqrt{2gx_2}} & \frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} \\ \frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} & \frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} & -\frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} - \frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} - \frac{s_l g}{\sqrt{2gx_3}} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Per il modello in questione è possibile realizzare una modellazione LPV ibrida, se si tiene in conto che possano avvenire salti nella configurazione del sistema e che i livelli di liquido all'interno delle tre vasche siano tali che

$$x_i^- \leq x_i \leq x_i^+, \quad i = 1, 2, 3$$

Pertanto, per tale modello è possibile considerare una configurazione ibrida che consente al sistema di “muoversi” all'interno di tre configurazioni distinte (Figura 2.4):

- la configurazione S_1 in cui entrambe le pompe sono attive. In questo caso i livelli di liquido $x_1(t)$ e $x_2(t)$ sono al di sotto del valore massimo consentito. Pertanto le portate in ingresso assumono valori:

$$q_1 > 0 \ \& \ q_2 > 0.$$

- la configurazione S_2 in cui è attiva la sola pompa 2. Tale configurazione previene che il livello di liquido $x_1(t)$ superi il valore massimo di liquido contenibile nella vasca corrispondente. Quindi:

$$q_1 = 0 \ \& \ q_2 > 0$$

- la configurazione S_3 in cui è attiva la sola pompa 1. Tale configurazione previene che il livello di liquido $x_2(t)$ superi il valore massimo di liquido contenibile nella vasca corrispondente. Quindi:

$$q_1 > 0 \ \& \ q_2 = 0$$

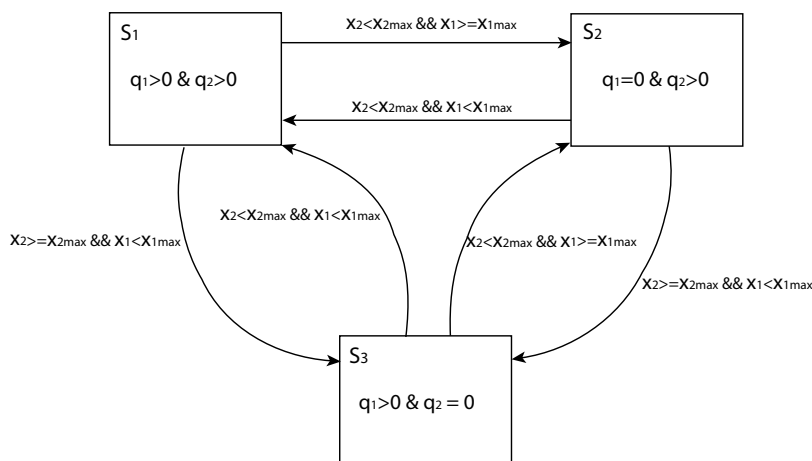


Figura 2.4. Configurazione ibrida del sistema a tre vasche

2.4 Modellazione di Sistemi Lineari a Salti ed a Parametri Varianti

Una delle principali peculiarità di un sistema di controllo è quella di garantire un comportamento accettabile ed un prefissato livello di prestazioni del sistema controllato, anche in presenza di cambiamenti *bruschi* nelle dinamiche del sistema stesso. Queste variazioni brusche, potrebbero essere dovute, ad esempio, a guasti sui componenti, cambiamenti nelle interconnessioni dei vari sottosistemi, brusche variazioni nei punti di lavoro di un sistema non-lineare, etc..

Esempi di questo tipo, vengono spesso riscontrati, nei sistemi di controllo degli aerei, nei manipolatori robotici, etc..

Gran parte dei sistemi di controllo sono progettati a partire da un modello del sistema da controllare, il quale deve descrivere accuratamente il comportamento del processo stesso.

Nella maggior parte dei casi, un processo può essere rappresentato attraverso un modello LTI, anche se soggetto a variazioni dovute a cause sconosciute. Se tali variazioni, anche se brusche, hanno una piccola influenza sul comportamento del sistema, attraverso un approccio basato sull'analisi di sensitività classica è possibile garantire un adeguato livello di controllo.

Se invece, tali variazioni alterano in modo significativo il comportamento dinamico del sistema, è preferibile usare un modello stocastico in grado di dare indicazioni quantitative della verosimiglianza relativa di ogni possibile scenario, [56].

Per illustrare al meglio tale situazione, consideriamo un sistema dinamico che possa essere descritto da un modello G_1 . Supponiamo che in determinato momento il sistema sia soggetto ad una brusca variazione che porti il sistema ad

essere descritto da un modello G_2 .

Più in generale, possiamo immaginare che il sistema sia soggetto ad una serie di variazioni che lo portino a variare, nel tempo, in un insieme finito di possibili modelli che lo rappresentano, ad esempio, $\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$. Ad ognuno di questi modelli è possibile associare un *modo operativo* o più semplicemente un *modo*; quindi, la situazione sopra descritta, ci porta a considerare un sistema che *salta* da un modo all'altro o che ci siano delle *transizioni* tra tali modi. Si faccia riferimento alla figura (2.5) per un esempio di sistema a salti, [56].

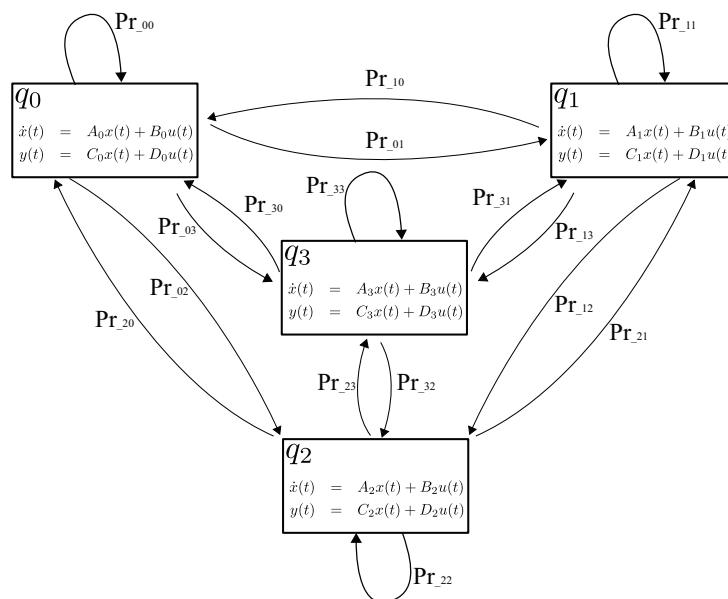


Figura 2.5. Sistema a Salti a quattro stati

Spesso, questi sistemi possono essere modellati attraverso l'utilizzo di un insieme di sistemi lineari a tempo continuo, caratterizzati da *transizioni modali* governate da Catene di Markov. Una tale classe di sistemi in letteratura è nota come classe dei Sistemi a Salti Markoviani (MJLS-Markov Jump Linear Systems).

Inoltre, è possibile considerare il caso in cui un sistema non solo sia soggetto a transizioni modali, ma allo stesso tempo sia soggetto a variazioni nei parametri che lo descrivono.

In una tale situazione, il sistema può essere modellato attraverso l'utilizzo del cosiddetto paradigma *MJ-LPV*, cioè attraverso il paradigma dei sistemi lineari a parametri varianti caratterizzati dall'essere soggetti a salti nelle dinamiche

che lo descrivono,[20, 57].

Più precisamente, è possibile considerare la classe dei sistemi lineari multi-modello tempo varianti in uno spazio completo di probabilità (Ω, \mathcal{F}, P) , in cui le matrici di stato dipendono linearmente da un parametro deterministico e da un termine stocastico, la cui evoluzione è governata da una Catena di Markov. Supponiamo, inoltre, che sia il parametro deterministico che quello stocastico agiscano come termini di scheduling e che siano entrambi accessibili in tempo reale.

Definizione 2.7 Sistemi Lineari a Salti ed a Parametri Varianti. Una tale classe di sistemi può essere definita attraverso la seguente rappresentazione:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\xi(\rho(t))x(t) + B_\xi(\rho(t))u(t) \\ y(t) = C_\xi(\rho(t))x(t) + D_\xi(\rho(t))u(t) \end{cases} \quad (2.32)$$

Nelle equazioni (2.32) $x(t) \in \mathbb{R}^n$ denota lo stato del sistema, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ l'ingresso di controllo e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ l'uscita misurata.

Inoltre, per il sistema (2.32) si assume che $\xi_t \in \{1, \dots, N\}$ sia una catena di Markov omogenea con una data probabilità di transizione:

$$\Pr \{\xi_{t+h} = j \mid \xi_t = i\} = \begin{cases} \gamma_{ij} h + O(h), & i \neq j \\ 1 + \gamma_{ii} h + O(h) \end{cases} \quad (2.33)$$

$i, j = 1, \dots, N$, in cui $O(h)$ rappresenta una quantità che tende a zero più velocemente di h , mentre $\gamma_{ij} \geq 0$, $i \neq j$ denota la *velocità di transizione* da un modo i , al tempo t , ad un modo j , al tempo $t + h$, e

$$\gamma_{ii} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N \gamma_{ij}. \quad (2.34)$$

$\rho(t)$, è un parametro tempo variante il cui significato è analogo a quanto esposto nel paragrafo (2.2) supposto misurabile in tempo reale.

Si noti che, essendo $\xi(t)$ una catena di Markov omogenea, la famiglia di sistemi (2.32) consiste in un insieme finito di modelli tempo-varianti deterministici; inoltre per ogni possibile valore di $\xi_t = i$, $i \in \{1, \dots, N\}$, è possibile ottenere:

$$\begin{bmatrix} A_\xi(\rho(t)) & B_\xi(\rho(t)) \\ C_\xi(\rho(t)) & D_\xi(\rho(t)) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^l \rho_j(t) \begin{bmatrix} A_i^j & B_i^j \\ C_i^j & D_i^j \end{bmatrix}$$

Definizione 2.8 Stocastica stabilità. Consideriamo la seguente funzione di Lyapunov "stocastica"

$$V(t) = x^T(t) P_\xi x(t), \quad (2.35)$$

in cui $P_\xi = P_\xi^T > 0$ individua una matrice definita positiva, relativa al modo ξ della catena di Markov, che gode della seguente proprietà:

$$P_\xi = P_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad \text{when } \xi = i \quad (2.36)$$

Consideriamo il sistema lineare a salti definito da

$$\dot{x}(t) = A_\xi x(t) \quad (2.37)$$

in cui ξ rappresenta una catena di Markov di dimensione N con velocità di transizione pari a γ_{ij} , $i, j = 1, \dots, N$. Il sistema (2.37) è **stocasticamente stabile** se esiste una funzione di Lyapunov della forma (2.35) tale che

$$\mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV}{dt} \right] \leq 0 \quad (2.38)$$

$\forall t \geq 0$. Si osservi che:

- il simbolo $\mathbb{E}_\xi [\cdot]$ denota l'operatore **valore atteso**. Sia $(\Omega, \mathfrak{S}, \mathbb{P})$ uno spazio di probabilità ed X una variabile aleatoria a valori reali su tale spazio. Il valore atteso di X è definito come l'integrale di X rispetto alla misura di probabilità \mathbb{P} :

$$\mathbb{E}(X) := \int_{\Omega} X(\omega) d\mathbb{P}(\omega).$$

- l'operazione di derivata è effettuata per ogni evento "condizionato" della Catena di Markov.

Esempio 2.4

Facendo riferimento al sistema non lineare riportato nel paragrafo (2.3), è possibile definire per tale modello un'approssimazione LPV a salti.

Per poter definire una tale approssimazione si suppone che durante il funzionamento del sistema, ad ogni istante di tempo, le uscite corrispondano con i valori misurati dal sensore di livello della vasca 1 o in alternativa con i valori misurati dal sensore di livello della vasca 2, in accordo con il modello probabilistico definito dalla catena di Markov riportata in Figura 5.6. Tale situazione è tipica delle comunicazioni di dati attraverso reti wireless.

Si assume che la catena di Markov abbia probabilità di transizione $p_{1,1} = p_{2,1} = p = 0.5$ e $p_{1,2} = p_{2,2} = (1 - p) = 0.5$.

La matrice di probabilità di transizione è pari a:

$$P = [p_{ij}] = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} \\ p_{2,1} & p_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

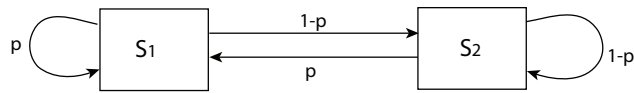


Figura 2.6. Configurazione a salti per il sistema a tre vasche

Quindi i modi della catena di Markov

$$\xi = i, \quad i = 1, 2$$

corrispondono a condizioni operative in cui sono disponibili solo le misure relative al sensore di livello della vasca i -sima.

Inoltre, al fine di ottenere un'approssimazione J-LPV, si assume che i livelli di liquido nelle tre vasche, per ogni modo ξ della catena di Markov, siano limitati così come riportato di seguito:

$$x_i^- \leq x_i \leq x_i^+, \quad i = 1, 2, 3$$

2.5 Conclusioni

In questo capitolo sono stati passati in rassegna i concetti legati ai sistemi lineari a parametri varianti; inoltre per tale classe di sistemi è stata proposta una modellazione ibrida, cioè caratterizzata dall'aver sia dinamiche continue che discrete, sia in un contesto deterministico che in un contesto stocastico.

Un tale approccio alla modellazione di sistemi è stato considerato in virtù del fatto che nei capitoli che seguono, saranno proposti algoritmi di Identificazione ed Isolamento dei Guasti per sistemi fisici appartenenti alle classi di sistemi descritte in questo capitolo.

Metodologie di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV

L'obiettivo di questo capitolo è quello di studiare metodologie FDI basate su modello nel contesto dei sistemi LPV. Il principale vantaggio nell'uso di tali metodologie sta nel fatto che consentono sia di rilevare la presenza di eventuali malfunzionamenti senza dover ricorrere ad hardware aggiuntivo, sia di ridurre al minimo l'occorrenza di *falsi e mancati allarmi* grazie all'impiego di funzioni di valutazione e di soglie opportunamente progettate.

Nel seguito, dopo una breve introduzione, si definirà il problema FDI nel contesto dei sistemi LPV. Si proporrà, quindi, una metodologia di diagnosi in grado di garantire sia un adeguato livello di rilevazione dei disturbi sia un adeguato livello di sensibilità ai guasti. A tale scopo, verrà proposto un generatore dei residui costituito da un banco di osservatori di Luenberger, i cui guadagni sono ottenuti risolvendo un problema di ottimizzazione multi-obiettivo soggetto a vincoli H_∞/H_- . A seguire si definiranno le funzioni di valutazione dei residui e le relative soglie. In conclusione, sarà presentato uno schema diagnostico per Sistemi Ibridi (H-LPV) e a Salti (J-LPV).

Notazioni

In questa sezione si riportano alcune notazioni utilizzate nei paragrafi seguenti.

- Data una matrice quadrata $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$He(A) = A + A^T$$

indica l'operatore Hermitiano.

- Attraverso la notazione

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$$

si caratterizza la funzione di trasferimento $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$.

- Dato un insieme A si definisce insieme delle parti o insieme potenza di A e si indica con $P(A)$ o 2^A l'insieme che ha come elementi tutti e soli i sottoinsiemi di A . Ad esempio, se $A = \{a, b, c\}$ allora il suo insieme delle parti è costituito da $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A\}$.

3.1 Introduzione

Il termine “malfunzionamento”, denota in generale una variazione anomala, spesso non prevedibile, del comportamento di un processo fisico. Come già ampiamente discusso nel Capitolo 1, un tale fenomeno, spesso dovuto a deterioramento dei componenti o ad interruzioni nel sistema, richiede una corretta e pronta individuazione al fine di garantire la massima efficienza dell'impianto monitorato.

Le procedure FDI basate su modello matematico sono caratterizzate dall'avere una serie di proprietà che ne favoriscono un largo impiego, [34].

Esse infatti:

1. danno la possibilità di individuare correttamente anche guasti di piccola entità;
2. sono procedure “software based” e sfruttano i dati acquisiti dall'hardware esistente;
3. rappresentano una soluzione economicamente vantaggiosa in quanto non richiedono hardware aggiuntivo;

L'idea di fondo delle tecniche FDI basate su modello prevede che, a partire dal modello matematico del sistema da monitorare, vengano generati una serie di segnali che sono confrontati in tempo reale con le corrispondenti quantità misurate, [2, 3, 4, 5]. Ogni discrepanza tra il segnale generato ed il segnale reale prende il nome di *residuo*. Quest'ultimo viene quindi analizzato attraverso una logica di decisione per individuare un'eventuale presenza di malfunzionamenti.

L'obiettivo di questo lavoro è quello di definire nuove strategie FDI *model based* applicabili in ambito industriale con riferimento al settore *automotive* ed ai motori a combustione interna. Questa scelta è giustificata dal fatto che le industrie automotive hanno necessità di equipaggiare i propri veicoli di sistemi diagnostici di bordo sempre più efficienti. Tale esigenza è necessaria sia per ottemperare a quanto previsto dalla normativa vigente in materia di inquinanti (EOBD-II) sia per ridurre i costi di manutenzione.

Gli approcci di diagnosi usati in questo contesto sono spesso basati sul superamento di soglie di normale funzionamento: ad esempio, se il segnale di un sensore supera un prefissato valore di soglia, che può dipendere da particolari condizioni operative, allora viene generato un allarme.

Un'alternativa a questa tipologia di diagnosi è offerta dalle diagnosi basate su modello. In letteratura, sono presenti diversi contributi in materia

[58, 60, 62, 64]. Gli approcci proposti sono applicabili solo in particolari condizioni di funzionamento perchè basati su rappresentazioni matematiche del motore valide solo per determinati punti operativi.

Lo scopo è quindi quello di definire nuove metodologie FDI in grado di operare sull'intero range di funzionamento del sistema motore. Tali strategie FDI sono basate su una rappresentazione LPV del motore a combustione interna (si veda il Capitolo 4 per ulteriori dettagli) e sfruttando le variazioni di alcuni parametri caratteristici del motore sono in grado di garantire un elevato livello di prestazioni per differenti punti di lavoro del sistema stesso.

Un altro aspetto di notevole rilevanza riguardante questo lavoro di tesi, è relativo alla definizione di metodologie FDI nel contesto applicativo dei sistemi ibridi. Benchè in letteratura siano presenti diversi contributi nell'ambito della progettazione di osservatori per sistemi ibridi ([15, 17, 16] per citarne alcuni), essi sono per lo più rivolti al solo caso di stima dello stato del sistema e non affrontano il problema dell'FDI. Pertanto, è sembrato opportuno sviluppare nuove strategie FDI nel settore dei Sistemi Ibridi con riferimento sia ad un contesto deterministico (H-LPV) sia ad un contesto stocastico (J-LPV).

In quel che segue, l'oggetto della discussione sarà rivolto alla progettazione di strategie di rilevazione ed isolamento guasti per sistemi lineari tempo-varianti dipendenti da parametro. L'obiettivo è quello di progettare un generatore di residui, basato su osservatori diagnostici alla Luenberger, capace di soddisfare i seguenti due insiemi di specifiche fra di loro, in generale, in contrasto, [24]:

1. reiezione dei disturbi;
2. sensitività ai guasti.

È importante precisare che i segnali di disturbo in considerazione sono ad energia finita.

Nella fattispecie si procederà alla definizione di osservatori diagnostici in grado di garantire il soddisfacimento dei requisiti 1 e 2 attraverso la risoluzione di un problema di ottimizzazione standard di minimizzazione della norma H_∞ . In particolare, si darà forma ad una procedura in grado di garantire reiezione dei disturbi attraverso la minimizzazione della massima energia sui residui generati, [3, 8]. Il fine è quello di raggiungere un compromesso tra il requisito di reiezione dei disturbi ed il requisito di sensitività ai guasti su intervallo frequenziale definito a-priori.

Pertanto i guadagni dell'osservatore sono ottenuti risolvendo un problema di ottimizzazione multi-obiettivo soggetto a vincoli H_∞/H_- (reiezione dei disturbi / sensitività ai guasti). Si precisa che, per ogni vertice della rappresentazione LPV considerata, i vincoli H_∞/H_- sono riformulati in termini di disuguaglianze lineari matriciali (LMI), così come descritto in [8, 24].

Inoltre, per rendere minima l'occorrenza di mancati e falsi allarmi, i livelli di reiezione dei disturbi e di sensitività ai guasti, ottenuti dalla risoluzione del problema di cui sopra, sono utilizzati per la definizione delle soglie.

Una volta delineato il problema di rilevazione ed isolamento guasti per sistemi LPV, si passerà a definire strategie FDI nel contesto dei sistemi ibridi (H-LPV) ed a salti (J-LPV).

In molte applicazioni pratiche, un sistema è soggetto a variazioni di alcuni parametri fondamentali ed a “commutazioni” tra diverse modalità operative (H-LPV). Sulla base di queste considerazioni si definirà una nuova strategia FDI H_∞/H_- , in cui il generatore dei residui, progettato in accordo con la teoria degli osservatori alla Luenberger, presenta una struttura che varia in accordo con le variazioni dei parametri del sistema e con le commutazioni a cui il sistema stesso è soggetto. Per garantire la stabilità dell’intero schema FDI si prenderanno in considerazione condizioni riguardanti il *dwell-time* sulle transizioni tra due commutazioni consecutive. Tali condizioni costituiscono un’estensione del framework relativo a sistemi LTI proposto in [59].

Le architetture dei sistemi di controllo si sono sviluppate ed evolute nel corso degli anni passando da schemi centralizzati a *sistemi distribuiti e diffusi*. In tali sistemi, poichè le informazioni tra sensori ed attuatori sono scambiate attraverso collegamenti di rete, si potrebbero riscontrare i seguenti problemi:

- perdita di informazioni causate da errori di quantizzazione e codifiche;
- ritardi di comunicazione;
- ampiezza di banda limitata.

Partendo da queste considerazioni, l’obiettivo è quello di proporre una nuova strategia FDI H_∞/H_- per sistemi distribuiti descritti da una classe di modelli lineari tempo-varianti le cui matrici “saltano” in accordo con una catena di Markov e sono funzioni di un parametro misurabile in linea (J-LPV). Infatti, in molte applicazioni pratiche, un sistema distribuito è soggetto a variazioni di alcuni parametri fondamentali (LPV) e le perdite di informazioni nelle scambio di dati tra sensori ed attuatori possono portare a “commutazioni” improvvise che è possibile modellare efficientemente attraverso il framework delle catene di Markov. Si suppone, inoltre, che sia il vettore caratterizzante le variazioni dei parametri sia il modo della catena di Markov sono accessibili ad ogni istante di tempo. Si definirà quindi un osservatore alla Luenberger la cui struttura varia in accordo con il modo della catena di Markov e con le variazioni dei parametri del sistema. Pertanto si dimostrerà che, grazie al principio di separazione e ricorrendo alla definizione di stabilità stocastica, i requisiti di reiezione dei disturbi (H_∞) e di sensitività ai guasti (H_-) possono essere riscritti in termini di disuguaglianze lineari matriciali.

3.2 Metodologie di Rilevazione ed Isolamento Guasti basate su Modello: Definizione del Problema

In questo paragrafo si definisce il problema di rilevazione ed isolamento guasti per impianti modellabili mediante il paradigma LPV.

Si suppone che tale classe di sistemi sia soggetta a malfunzionamenti appartenenti a q -classi/categorie distinte.

Pertanto, poichè l'obiettivo è quello di rilevare ed isolare malfunzionamenti appartenenti alla j -sima classe, $j = 1, \dots, q$, si consideri il seguente modello LPV

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) + B_a(\rho(t))d(t) + B_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{B}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \\ y(t) = C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) + D_a(\rho(t))d(t) + D_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

in cui

- $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ rappresentano rispettivamente lo stato, l'ingresso e l'uscita del sistema;
- $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$ rappresenta l'insieme dei disturbi;
- $f_j(t) \in \mathbb{R}^q$ e $\hat{f}_j(t) \in \mathbb{R}^{q-1}$ rappresentano rispettivamente il segnale di guasto appartenente alla j -sima classe ed i segnali di guasto appartenenti a classi $k \neq j$, $k = 1, \dots, q$;
- le matrici B_{f_j} , D_{f_j} raggruppano le colonne di B_f , D_f relative a malfunzionamenti appartenenti alla j -sima classe, mentre le matrici \hat{B}_{f_j} , \hat{D}_{f_j} raggruppano tutte le altre colonne.

$$\begin{aligned} B_f &= [B_{f_j} \hat{B}_{f_j}] \\ D_f &= [D_{f_j} \hat{D}_{f_j}] \\ f(t) &= [f_j(t) \hat{f}_j(t)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

dove

$$\begin{aligned} \hat{B}_{f_j} &\doteq [B_{f_1}, \dots, B_{f_{j-1}}, B_{f_{j+1}}, \dots, B_{f_q}] \\ \hat{D}_{f_j} &\doteq [D_{f_1}, \dots, D_{f_{j-1}}, D_{f_{j+1}}, \dots, D_{f_q}] \\ \hat{f}_j(t) &\doteq [f_1(t), \dots, f_{j-1}(t), f_{j+1}(t), \dots, f_q(t)] \end{aligned}$$

È opportuno evidenziare che, così come discusso nel paragrafo 1.3, adottando le procedure FDI standard i guasti di sensore possono essere opportunamente convertiti in guasti di attuatore, [25, 31].

Nella formulazione del problema assumiamo inoltre che:

- il segnale di guasto $f_j(t)$ e il disturbo $d(t)$ siano segnali ad energia finita, tali che

$$\begin{aligned}\Omega_{f_j} &\triangleq \left\{ f_j(\cdot) \mid \exists \varepsilon_f > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^\infty \|f(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_f \right\}, \\ \Omega_d &\triangleq \left\{ d(\cdot) \mid \exists \varepsilon_d > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^\infty \|d(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_d \right\}\end{aligned}\quad (3.3)$$

- $\rho(t)$ sia misurabile in tempo reale e

$$\Omega \triangleq \left\{ \rho(t) \in \mathbb{R}^l \mid \sum_{i=1}^l \rho_i = 1, 0 \leq \rho_i \leq 1, i = 1, \dots, l \right\} \quad (3.4)$$

$$\begin{bmatrix} A(\rho(t)) & B(\rho(t)) & B_d(\rho(t)) & B_f(\rho(t)) \\ C(\rho(t)) & D(\rho(t)) & D_d(\rho(t)) & D_f(\rho(t)) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^l \rho_i(t) \begin{bmatrix} A^i & B^i & B_d^i & B_f^i \\ C^i & D^i & D_d^i & D_f^i \end{bmatrix}$$

in cui

$$\begin{bmatrix} A^i & B^i & B_d^i & B_f^i \\ C^i & D^i & D_d^i & D_f^i \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, l$$

sono tali che $A^i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B^i \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C^i \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D^i \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $B_d^i \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $B_f^i \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $D_d^i \in \mathbb{R}^{p \times n_d}$, $D_f^i \in \mathbb{R}^{p \times q}$.

- ogni coppia $\{A^i, C^i\}$, $i = 1, \dots, l$, sia osservabile.

Tutto ciò premesso, l'obiettivo è quello di progettare una procedura FDI basata su modello tale che, per ogni guasto appartenente alla j -sima classe, $j = 1, \dots, q$:

1. l'influenza sui residui da parte dei disturbi e dei guasti non appartenenti alla j -sima classe sia opportunamente minimizzata;
2. l'influenza sui residui da parte dei guasti appartenenti alla j -sima classe sia opportunamente massimizzata;
3. l'occorrenza di falsi allarmi sia minima.

Il raggiungimento di tali requisiti può essere ottenuto progettando un insieme di residui $r_j(t)$, ($j = 1, \dots, q$), il cui j -simo elemento dovrà essere pressochè nullo in assenza di guasti appartenenti alla j -sima classe, dovrà discostarsi significativamente da zero nel caso di occorrenza di un guasto appartenente alla j -sima classe.

A tale scopo è possibile considerare due diversi approcci di progettazione, il primo basato su un singolo osservatore diagnostico LPV, il secondo basato su un banco di osservatori LPV. È importante precisare che nella progettazione di un osservatore l'obiettivo primario è quello di garantire la convergenza dello stesso agli stati osservati.

Prima di vedere in dettaglio le strategie FDI proposte è opportuno riportare il cosiddetto **Bounded Real Lemma** che sarà utilizzato in questo capitolo per esprimere il problema del calcolo della norma H_∞ sotto forma di problema di ottimizzazione basato sulle disuguaglianze lineari matriciali (LMI).

Lemma 3.1 Bounded Real Lemma. Consideriamo il seguente sistema LTI.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_d d(t) \\ y(t) &= Cx(t) + D_d d(t)\end{aligned}\tag{3.5}$$

in cui A , B_d , C e D_d sono matrici di dimensioni appropriate. Le affermazioni che seguono sono equivalenti:

1. il sistema è asintoticamente stabile (gli autovalori della matrice A sono a parte reale negativa ($\Re(\lambda_i(A)) < 0$) e $\|D_d + C(sI - A)^{-1}B_d\|_\infty < \gamma$;
2. Esiste una matrice $P = P^T$ ed uno scalare $\gamma > 0$ tale che la seguente LMI

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + C^T C P B_d + C^T D_d \\ (P B_d + C^T D_d)^T \quad D_d D_d - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0\tag{3.6}$$

ammette soluzione.

3.3 Progettazione del Generatore di Residui con prestazioni H_∞/H_-

Consideriamo il sistema LPV (3.1). Sfruttando l'ipotesi che il parametro $\rho(t)$ sia misurabile senza errore ad ogni istante, l'idea progettuale prevede la definizione di due strategie FDI:

- la prima basata su singolo osservatore diagnostico LPV del tipo:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A(\rho(t))\hat{x}(t) + B(\rho(t))u(t) + L(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C(\rho(t))\hat{x}(t) + D(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = W_j(y(t) - \hat{y}(t)), \quad j = 1, \dots, q \end{cases}\tag{3.7}$$

- la seconda basata su banco di osservatori diagnostici LPV del tipo:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A(\rho(t))\hat{x}(t) + B(\rho(t))u(t) + L(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}_j(t) = C_j(\rho(t))\hat{x}(t) + D_j(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = y_j(t) - \hat{y}_j(t), \quad j = 1, \dots, q \end{cases}\tag{3.8}$$

Si noti che le strategie sopracitate prevedono la progettazione di generatori di residui (3.7)-(3.8), i cui guadagni sono ottenuti attraverso la risoluzione di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo soggetto a vincoli H_∞/H_- . I guadagni devono esseri progettati in modo tale che i residui siano

$$\begin{cases} r_j(t) \approx 0 \text{ se } f_j(t) = 0 \\ r_j(t) \neq 0 \text{ se } f_j(t) \neq 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

La strategia di progetto prevede inoltre che, per poter rendere minima l'occorrenza di falsi allarmi, i residui ottenuti devono essere valutati attraverso la seguente logica di decisione

$$\begin{cases} J_{r_j}(t) < J_{th,j} \text{ se } f_j(t) = 0 \\ J_{r_j}(t) \geq J_{th,j} \text{ se } f_j(t) \neq 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

in cui:

- J_{r_j} è una funzione di valutazione associata al residuo $r_j(t)$
- $J_{th,j}$ rappresenta una data soglia relativa ad ogni classe di guasto.

La definizione delle funzioni di valutazione $J_{r_j}(t)$ e delle relative soglie $J_{th,j}$ gioca un ruolo chiave per una corretta diagnosi dei guasti. Ciò è dovuto al fatto che grazie all'uso di opportune funzioni di valutazione è possibile diminuire l'occorrenza di falsi allarmi causati dall'influenza di disturbi e incertezze di modello. In [1] sono descritte strategie di definizione di funzioni di valutazione *norm based* ($J_{r,RMS}$, $J_{r,PEAK}$) a partire dalle quali è possibile definire le relative soglie.

È opportuno osservare che, da un punto di visto ingegneristico, la progettazione delle soglie consiste nel cercare il limite di tolleranza di un sistema in condizioni *fault-free*, rispetto a disturbi ed incertezze di modello.

Esiste tutta una serie di fattori che hanno un certo peso nella definizione di tali soglie, tra questi:

- le scelte fatte in sede di progettazione del generatore di residui;
- il modo in cui i disturbi e le incertezze di modello sono valutati (livello di energia di un segnale, ecc...).

In [1] sono descritte differenti strategie di progettazione delle soglie, ognuna delle quali risponde ad un preciso criterio ed è legata alla definizione della funzione di valutazione ($J_{th,RMS}$, $J_{th,PEAK}$).

Ulteriori dettagli riguardanti la definizione del generatore dei residui, delle funzioni di valutazione e delle relative soglie sono riportati nei paragrafi che seguono.

3.3.1 Generatore dei Residui basato su Singolo Osservatore Diagnostico

Consideriamo il sistema LPV per come definito nel Paragrafo 3.2:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) + B_d(\rho(t))d(t) + B_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{B}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \\ y(t) = C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) + D_d(\rho(t))d(t) + D_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Sfruttando l'ipotesi che il parametro $\rho(t)$ sia misurabile, l'idea è quella di introdurre un generatore di residui lineare tempo-variante del tipo, [61, 63, 24]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}(t) = A(\rho(t))\hat{x}(t) + B(\rho(t))u(t) + L(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C(\rho(t))\hat{x}(t) + D(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = W_j(y(t) - \hat{y}(t)), \quad j = 1, \dots, q \end{array} \right. \quad (3.12)$$

in cui

- $r_j(t)$ indica il residuo atto ad isolare un guasto appartenente alla j -sima classe;
- W_j è la matrice di segnatura dei guasti, [21]:

$$W_j = I - C\hat{B}_{f_j}(C\hat{B}_{f_j})^+ \quad (3.13)$$

si noti che l'operatore (+) indica la pseudo-inversa destra;

- la matrice di guadagno $L(\rho(t))$ presenta la seguente struttura:

$$L(\rho(t)) = \sum_{j=1}^l L^j \rho^j(t). \quad (3.14)$$

Dalla precedente si evince che la matrice di guadagno ha una struttura schedulante rispetto ai parametri.

Se il generatore dei residui (3.12) è applicato al sistema (3.11), allora l'errore di stima $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ ed il residuo $r_j(t)$ rispettano la seguente rappresentazione nello spazio di stato:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = (A(\rho(t)) - L(\rho(t))C(\rho(t)))e(t) + (B_{f_j}(\rho(t)) - L(\rho(t))D_{f_j}(\rho(t)))f_j(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j}(\rho(t)) - L(\rho(t))\hat{D}_{f_j}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) + (B_d(\rho(t)) - L(\rho(t))D_d(\rho(t)))d(t) \\ r_j(t) = W_j C(\rho(t))e(t) + W_j D_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + W_j \hat{D}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) + W_j D_d(\rho(t))d(t) \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Il filtro così ottenuto (3.15) deve garantire che il residuo relativo alla j -sima classe di guasto abbia le seguenti proprietà:

1. minimizzazione degli effetti dei disturbi e degli effetti relativi ai guasti appartenenti a classi $k \neq j$;
2. massimizzazione della sensitività alla j -sima classe di guasto.

In generale i requisiti 1 e 2 sono tra di loro in contrasto.

È opportuno evidenziare inoltre che se gli effetti dei segnali di disturbo e dei segnali di guasto ricadono su intervalli frequenziali non sovrapposti, allora, il problema di definizione del guadagno dell'osservatore ammette soluzione, [3]. Quindi, risulta necessario sagomare gli effetti di rumore e guasti attraverso l'uso di "filtri" definiti su opportune bande di frequenza.

Pertanto, sulla base di quanto detto, per poter ottenere un generatore dei residui che goda delle proprietà sopramenzionate, ci si propone di risolvere un problema di ottimizzazione multi-obiettivo su intervallo frequenziale definito a-priori.

Problema FDI-LPV-1 - Dato il sistema (3.11) ed il generatore dei residui ad esso associato (3.12), l'obiettivo è quello di trovare il guadagno dell'osservatore $L(\rho(t))$ tale che

$$\begin{aligned} & \inf_{L^i} \left\{ \sup_{\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f} \bar{\sigma}(G_{rd}^{(i)}(j\omega)) \right\}, \quad i = 1, \dots, l \\ & \inf_{L^i} \left\{ \sup_{\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f} \bar{\sigma}(G_{rf}^{(i)}(j\omega)) \right\}, \quad i = 1, \dots, l \\ & \sup_{L^i} \left\{ \inf_{\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f} \underline{\sigma}(G_{rf}^{(i)}(j\omega)) \right\}, \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (3.16)$$

in cui

$$G_{rd}^{(i)}(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A^i - L^i C^i & B_d^i - L^i D_d^i \\ \hline W_j C^i & W_j D_d^i \end{array} \right] \quad (3.17)$$

$$G_{rf}^{(i)}(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A^i - L^i C^i & \hat{B}_{f_j}^i - L^i \hat{D}_{f_j}^i \\ \hline W_j C^i & W_j \hat{D}_{f_j}^i \end{array} \right] \quad (3.18)$$

$$G_{rf}^{(i)}(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A^i - L^i C^i & B_{f_j}^i - L^i D_{f_j}^i \\ \hline W_j C^i & W_j D_{f_j}^i \end{array} \right] \quad (3.19)$$

sono rispettivamente le realizzazioni sui vertici della funzione di trasferimento dal residuo al disturbo, dal residuo all' k -simo guasto ($k \neq j, k = 1, \dots, q$) e dal residuo al j -simo guasto ($j = 1, \dots, q$), mentre $\bar{\sigma}(\cdot)$ e $\underline{\sigma}(\cdot)$ indicano rispettivamente il massimo ed il minimo valore singolare.

Così come previsto dalle strategie FDI basate sul modello, [65, 3], le risposte in frequenza di $G_{rd}^i(s)$, $G_{rf}^i(s)$ e $G_{rf}^i(s)$ devono essere sagomate attraverso filtri opportuni, $Q_i(s)$, $i = 1, 2$, caratterizzanti gli effetti dei disturbi e dei guasti in uno specifico range di frequenza $[\omega_0, \omega_f]$.

In particolare, la scelta dell'intervallo frequenziale $[\omega_0, \omega_f]$ è fatta in modo tale che, così come mostrato in Figura 3.1, il minimo valore singolare $\underline{\sigma}(\cdot)$ sia sempre al di sopra del massimo valore singolare $\bar{\sigma}(\cdot)$.

In Figura 3.2 sono riportati i grafici relativi al minimo valore singolare $\underline{\sigma}(Q_1 G_{rd}^{(i)}(j\omega))$ e $\underline{\sigma}(Q_2 G_{rf}^{(i)}(j\omega))$. Pertanto è possibile riformulare la (3.16)

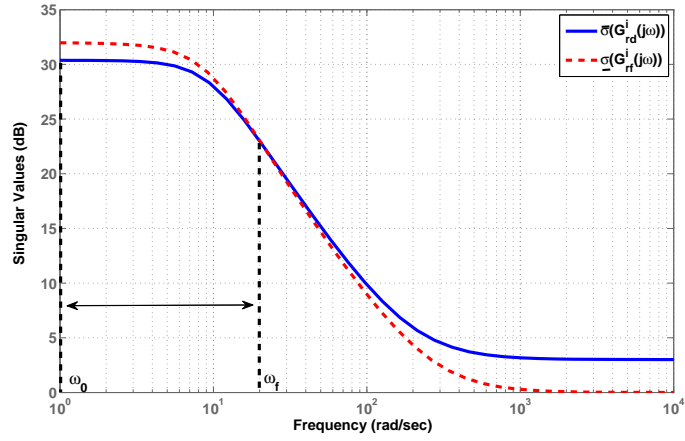


Figura 3.1. Scelta dell'intervallo frequenziale: andamento del minimo valore singolare (linea rossa) e del massimo valore singolare (linea blu).

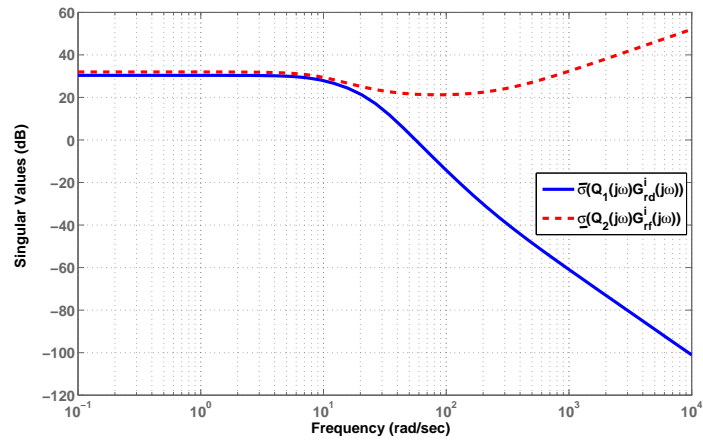


Figura 3.2. Scelta dell'intervallo frequenziale: andamento del minimo valore singolare (linea rossa) e del massimo valore singolare (linea blu) a seguito del filtraggio.

come

$$\begin{aligned} & \inf_{L_i} \left\| Q_1(j\omega)(G_{rd}^{(i)}(j\omega)) \right\|_{\infty}, \quad i = 1, \dots, l \\ & \inf_{L_i} \left\| Q_2(j\omega)(G_{rf}^{(i)}(j\omega)) \right\|_{\infty}, \quad i = 1, \dots, l \\ & \sup_{L_i} \left\| Q_2(j\omega)(G_{rf}^{(i)}(j\omega)) \right\|_{-}, \quad i = 1, \dots, l \end{aligned} \quad (3.20)$$

È opportuno precisare che nella (3.20) il minimo valore singolare non è una vera e propria norma bensì un indice che può essere utilizzato come valida misura del livello di sensitività ai guasti, [3, 26].

Introduciamo tre *variabili di slack* positive α_d , $\alpha_{\hat{f}}$ e β_f , ognuna della quale indica rispettivamente:

- il livello di reiezione dei disturbi;
- il livello di reiezione alla k -sima classe di guasto ($k \neq j, k = 1, \dots, q$);
- il livello di sensitività al j -simo guasto.

È quindi possibile risolvere un problema di ottimizzazione scalarizzato la cui soluzione è anche una soluzione ammissibile per il *Problema FDI-LPV-1*, [24]:

$$\min_{L(\rho)} a_1 \alpha_d^2 + a_2 \alpha_{\hat{f}}^2 - a_3 \beta_f^2 \quad (3.21)$$

tale che

$$\left\| Q_1(j\omega)(G_{rd}^{(i)}(j\omega)) \right\|_{\infty}^2 \leq \alpha_d^2, \quad i = 1, \dots, l \quad (3.22)$$

$$\left\| Q_2(j\omega)(G_{rf}^{(i)}(j\omega)) \right\|_{\infty}^2 \leq \alpha_{\hat{f}}^2, \quad i = 1, \dots, l \quad (3.23)$$

$$\left\| Q_2(j\omega)(G_{rf}^{(i)}(j\omega)) \right\|_{-}^2 \geq \beta_f^2, \quad i = 1, \dots, l \quad (3.24)$$

Si noti che nella (3.21) a_1 , a_2 e a_3 sono scalari positivi utilizzati per ottenere un buon compromesso tra reiezione dei disturbi e guasti appartenenti a classi $k \neq j$ e sensitività ai guasti appartenenti alle classe j .

Considerando le rispettive realizzazioni sui vertici, i vincoli (3.22)-(3.24) possono essere riscritti come:

$$\left\| \begin{bmatrix} A^i - L^i C^i & B_d^i - L^i D_d^i \\ W_j C^i & W_j D_d^i \end{bmatrix} \right\|_{\infty}^2 \leq \alpha_d^2 \quad i = 1, \dots, l \quad j = 1, \dots, q \quad (3.25)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} A^i - L^i C^i & \hat{B}_{f_j}^i - L^i \hat{D}_{f_j}^i \\ W_j C^i & W_j \hat{D}_{f_j}^i \end{bmatrix} \right\|_{\infty}^2 \leq \alpha_{\hat{f}}^2 \quad i = 1, \dots, l \quad j = 1, \dots, q \quad (3.26)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} A^i - L^i C^i & B_{f_j}^i - L^i D_{f_j}^i \\ W_j C^i & W_j D_{f_j}^i \end{bmatrix} \right\|_-^2 \geq \beta_f^2 \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \quad (3.27)$$

Si noti che le (3.25)-(3.27) rappresentano i vincoli relativi alla realizzazione nello spazio di stato, rispettivamente, delle $[Q_1(s)G_{rd}^i(s)]$, $[Q_2(s)G_{r\hat{f}}^i(s)]$ e $[Q_2(s)G_{rf}^i(s)]$.

Il teorema seguente consente di ricavare i vincoli LMI grazie a cui la funzione obiettivo (3.21) soggetta a vincoli (3.25)-(3.27) può essere minimizzata.

Teorema 3.1 *Il problema FDI-LPV-1 può essere risolto se il seguente problema di ottimizzazione convessa, espresso in termini di LMI con matrice incognita $P = P^T > 0$ e guadagni $K^i \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = \dots, l$,*

$$\min_{P, K^i, \alpha_d, \alpha_f, \beta_f} a_1 \alpha_d^2 + a_2 \alpha_f^2 - a_3 \beta_f^2 \quad (3.28)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} He(PA^i - K^i C^i) + C^{T,i} W_j^T W_j C^i & P B_d^i - K^i W_j D_d^i \\ * & D_d^{T,i} W_j^T W_j D_d^i - \alpha_d^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.29)$$

$$i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, q$$

$$\begin{bmatrix} He(PA^i - K^i C^i) + C^{T,i} W_j^T W_j C^i & P \hat{B}_f^j - K^i W_j \hat{D}_f^j \\ * & \hat{D}_f^{T,j} W_j^T W_j \hat{D}_f^j - \alpha_f^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.30)$$

$$i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, q$$

$$\begin{bmatrix} He(PA^i - K^i C^i) + C^{T,i} W_j^T W_j C^i & P B_f^j - K^i W_j D_f^j \\ * & -D_f^{T,j} W_j^T W_j D_f^j + \beta_f^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.31)$$

$$i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, q$$

ammette soluzione.

Inoltre, il guadagno dell'osservatore diagnostico (3.12) è dato da $L^i = P^{-1} K^i$, $i = 1, \dots, l$.

Prima di entrare nel merito della dimostrazione del Teorema 3.1 è opportuno richiamare alcuni concetti della teoria dei sistemi dissipativi che risultano utili per ricavare il vincolo LMI sulla norma H_∞ , [66].

I sistemi dissipativi sono quei sistemi che, a causa di fenomeni fisici interni, durante il normale funzionamento, dissipano una parte dell'energia utile in energia di perdita, cioè non riutilizzabile. Un possibile esempio di sistemi dissipativi riguarda quei sistemi in cui si tiene conto degli attriti. Infatti,

in questo caso, una parte dell'energia fornita in ingresso viene dissipata, cioè trasformata in calore o in altra forma non riutilizzabile, a causa della presenza degli attriti. È possibile stabilire se un sistema LTI è dissipativo attraverso la veridicità della seguente disuguaglianza (*dissipation inequality*) [66]:

$$V(x(t_0)) + \int_{t_0}^{t_1} s(w(t), z(t))dt \geq V(x(t_1)) \quad (3.32)$$

in cui

- la funzione $V(x_t)$ prende il nome di *storage function* e rappresenta una generalizzazione della funzione energia per un sistema dissipativo;
- la funzione $s(w(t), z(t))$ prende il nome di *supply function* e rappresenta la velocità con il quale il sistema assorbe energia.

Quindi è possibile interpretare la (3.32) affermando che la variazione di energia interna $V(x(t_1)) - V(x(t_0))$, nell'intervallo $[t_0, t_1]$, non è mai maggiore dell'integrale di $s(w(t), z(t))$.

Tutto ciò premesso, nel seguito si mostrerà come ricavare i vincoli LMI sulla norma H_∞ .

In accordo con l'introduzione appena fatta, in questo contesto interpreteremo la norma H_∞ come una misura dell'energia di picco che si ottiene dalla risposta in frequenza del sistema.

Pertanto l'obiettivo sarà quello di fissare un limite superiore sulla norma H_∞ , in modo da garantire sia l'asintotica stabilità sia un livello prestabilito γ sul picco massimo della risposta impulsiva (picco di risonanza).

Formalmente, sia H il sistema in considerazione, si vuole garantire che la norma H_∞ della f.d.t. del sistema, rispetti la seguente condizione:

$$\|H(j\omega)\|_\infty < \gamma \quad (3.33)$$

Si precisa che la norma H_∞ è definita dalla seguente relazione:

$$\|H\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(H(j\omega)) \quad (3.34)$$

in cui $\bar{\sigma}$ indica il massimo valore singolare della risposta in frequenza del sistema.

Consideriamo la seguente realizzazione LPV dal disturbo al residuo:

$$H_{rd} = \begin{cases} \dot{e}(t) = (A(\rho(t)) - L(\rho(t))C(\rho(t)))e(t) + (B_d(\rho(t)) - L(\rho(t))D_d(\rho(t)))d(t) \\ r_j(t) = W_j C(\rho(t))e(t) + W_j D_d(\rho(t))d(t) \end{cases} \quad (3.35)$$

e supponiamo che il sistema coincida con il suo i -simo vertice.

Partendo dalla definizione della norma H_∞ e riscrivendo la (3.32) in forma differenziale

$$\frac{d}{dt}V(e(t)) \leq s(d(t), r_j(t)) \quad (3.36)$$

è possibile riscrivere il vincolo (3.33) in termini di LMI osservando che:

- $s(d(t), r_j(t))$ è una *supply function* quadratica che possiamo definire riscrivendo il vincolo (3.33) come:

$$\|H\|_\infty < \gamma \rightarrow \frac{\|r_j(t)\|_2}{\|d(t)\|_2} < \gamma \rightarrow \|r_j(t)\|_2 < \gamma \|d(t)\|_2 \quad (3.37)$$

La *supply function* è ottenuta come

$$s(d(t), r_j(t)) = \gamma^2 d^T(t)d(t) - r_j^T(t)r_j(t) \quad (3.38)$$

e può essere riscritta, considerando la rappresentazione nello spazio di stato (3.35),

$$\begin{aligned} s(d(t), W_j C_i e(t) + W_j D_{d_i} d(t)) = \\ = \gamma^2 d^T(t)d(t) - (W_j C_i e(t) + W_j D_{d_i} d(t))^T (W_j C_i e(t) + W_j D_{d_i} d(t)), \end{aligned} \quad (3.39)$$

$\forall i, j$.

- $V(e(t)) = e^T(t)Pe(t)$ con $P = P^T$, rappresenta la *storage function* associata alla *supply function* quadratica. Si noti che tale funzione coincide con una funzione di Lyapunov *candidata*. Esprimendo tale funzione in forma differenziale si ottiene:

$$\frac{d}{dt}V(e(t)) = \dot{e}^T(t)Pe(t) + e^T(t)P\dot{e}(t) \quad (3.40)$$

Sostituendo la prima equazione della (3.35) nella (3.40) otteniamo la relazione in termini di matrici ingresso-stato:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V(e(t)) = [(A_i - L_i C_i)e + (B_{d_i} - L_i D_{d_i})d]^T Pe + \\ e^T P [(A_i - L_i C_i)e + (B_{d_i} - L_i D_{d_i})d], \quad \forall i, j. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Quindi sostituendo nella (3.35) le relazioni (3.39) e (3.41) si ottiene

$$\begin{aligned} [(A_i - L_i C_i)e + (B_{d_i} - L_i D_{d_i})d]^T Pe + e^T P [(A_i - L_i C_i)e + (B_{d_i} - L_i D_{d_i})d] + \\ (W_j C_i e + W_j D_{d_i} d)^T (W_j C_i e + W_j D_{d_i} d) - \gamma^2 d^T d \leq 0, \quad \forall i, j. \end{aligned} \quad (3.42)$$

in cui, per semplicità di notazione, è stata trascurata la dipendenza temporale. Dopo opportuni passaggi si perviene a

$$\begin{aligned} e^T [(A_i - L_i C_i)^T P + P(A_i - L_i C_i) + C_i^T W_j^T W_j C_i] e + e^T P (B_{d_i} - L_i D_{d_i}) d + \\ d^T (B_{d_i} - L_i D_{d_i}) P e + d^T (D_{d_i}^T W_j^T W_j D_{d_i} - \gamma^2) d \leq 0, \quad \forall i, j. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Si osservi che, sviluppando la precedente, il prodotto tra i termini L e P rende la (3.43) *non-lineare*. Pertanto si rende necessario effettuare la seguente trasformazione di congruenza:

$$Q := P^{-1} > 0 \quad (3.44)$$

ottenendo:

$$e^T [Q(A_i - L_i C_i)^T + (A_i - L_i C_i)Q + C^T W_j^T W_j C_i] e + e^T (B_{d_i} - L_i D_{d_i}) Q d + d^T Q (B_{d_i} - L_i D_{d_i})^T e + d^T (D_{d_i}^T W_j^T W_j D_{d_i} - \gamma^2) d \leq 0, \quad \forall i, j. \quad (3.45)$$

che risulta essere pari a:

$$e^T [Q A_i^T - Q C_i^T L_i^T + A_i Q - L_i C_i Q + C^T W_j^T W_j C_i] e + e^T (B_{d_i} Q - L_i D_{d_i} Q) d + d^T (Q B_{d_i}^T - Q D_{d_i}^T L_i^T) e + d^T (D_{d_i}^T W_j^T W_j D_{d_i} - \gamma^2) d \leq 0, \quad \forall i, j. \quad (3.46)$$

La disuguaglianza (3.46) è ancora non-lineare. Quindi si introduce una nuova variabile $K_i = L_i Q$ che consente di definire una nuova disuguaglianza lineare, nelle variabili $Q > 0$ e K

$$e^T [Q A_i^T - K_i^T C_i^T + A_i Q - K_i C_i + C^T W_j^T W_j C_i] e + e^T (B_{d_i} Q - K_i D_{d_i}) d + d^T (Q B_{d_i}^T - K_i^T D_{d_i}^T) e + d^T (D_{d_i}^T W_j^T W_j D_{d_i} - \gamma^2) d \leq 0. \quad \forall i, j \quad (3.47)$$

Si osservi che

$$L_i = K_i Q^{-1}, \quad \forall i \quad P = Q^{-1} \quad (3.48)$$

Infine, è possibile riscrivere la (3.47) come

$$\begin{bmatrix} e \\ d \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_i^T Q + A_i Q - K_i^T C_i^T - K_i C_i + C_i^T W_j^T W_j C_i & B_{d_i} Q - K_i D_{d_i} \\ (B_{d_i} Q - K_i D_{d_i})^T & D_{d_i}^T W_j^T W_j D_{d_i} - \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ d \end{bmatrix} < 0, \quad \forall i, j. \quad (3.49)$$

Si osservi che

$$\begin{bmatrix} A_i^T Q + A_i Q - K_i^T C_i^T - K_i C_i + C_i^T W_j^T W_j C_i & B_{d_i} Q - K_i D_{d_i} \\ (B_{d_i} Q - K_i D_{d_i})^T & D_{d_i}^T W_j^T W_j D_{d_i} - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \forall i, j. \quad (3.50)$$

rappresenta la (3.25) espressa in termini di LMI.

Dimostrazione. [24, 8]

La dimostrazione del Teorema 3.1 è basata sull'equivalenza tra il problema di minimo (3.21) soggetto a vincoli (3.25)-(3.27) ed il problema di minimo (3.21) soggetto a vincoli (3.29)-(3.31). Tale equivalenza consente di risolvere un problema di ottimizzazione multi-obiettivo soggetto a vincoli esprimibili in termini di LMI,.

Equivalenza tra le relazioni (3.22) e (3.29).

L'asintotica stabilità di un sistema a ciclo chiuso che soddisfa la relazione (3.22) può essere facilmente dimostrata prendendo in considerazione il Bounded Real Lemma, [67].

Di conseguenza, applicando tale lemma alla (3.17) e sotto l'ipotesi che il sistema coincida con il suo i -esimo vertice, si può facilmente verificare che $A^i - L^i C^i$ è asintoticamente stabile e

$$\|G_{rd}^i(s)\|_\infty = \|W_j C^i [(sI - (A^i - L^i C^i))]^{-1} (B_d^i - L^i D_d^i) + W_j D_d^i\|_\infty < \gamma, \quad \forall i, j.$$

se e solo se esiste una matrice simmetrica e definita positiva tale che

$$\begin{bmatrix} (A^i - L^i C^i)^T P + P(A^i - L^i C^i) + C^{i,T} W_j^T W_j C^i P (B_d^i - L^i D_d^i) + C^{i,T} D_d^i \\ (P(B_d^i - L^i D_d^i) + C^{i,T} D_d^i)^T & D_d^{i,T} W_j^T W_j D_d^i - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad \forall i. \quad (3.51)$$

ammette soluzione.

Infine, introducendo una matrice $K^i = PL^i$ è possibile ottenere la disuguaglianza espressa dalla relazione (3.29).

In modo del tutto analogo è possibile dimostrare l'equivalenza tra le relazioni (3.23) e (3.30).

Equivalenza tra le relazioni (3.24) e (3.31).

Consideriamo la funzione di trasferimento $G_{rf}(s)$ espressa dalla (3.24). A partire dalla definizione di norma $\|\cdot\|_-$, e sotto l'ipotesi che il sistema coincida con il suo i -esimo vertice allora

$$\begin{aligned} \|Q_2(j\omega)G_{rf}^i(j\omega)\| &\triangleq \inf_{\omega} \{ \underline{\sigma}(Q_2(j\omega)G_{rf}^i(j\omega)) \}^2 \\ &= \inf_{\|f\|_2 \neq 0} \frac{\int_0^\infty r_i^*(j\omega)r_i(j\omega)d\omega}{\int_0^\infty f_i^*(j\omega)f_i(j\omega)d\omega} \geq \beta^2 \quad \forall i \end{aligned} \quad (3.52)$$

Applicando il teorema di Parseval alla (3.52) è possibile mostrare che la (3.24) è equivalente a

$$\int_0^t (\beta^2 f^T(\tau)f(\tau) - r_i^T(\tau)r_i(\tau))d\tau < 0, \quad \forall t, i \quad (3.53)$$

La condizione necessaria e sufficiente per garantire l'asintotica stabilità della $G_{rf}^i(j\omega)$ è data dall'esistenza di una funzione di Lyapunov $V(z(t)) \triangleq z(t)^T P z(t)$, ($P = P^T > 0$), tale che che la seguente condizione sulla derivata temporale

$$dV(z(t))/dt < 0$$

sia valida per tutte le traiettorie $z(t)$ del sistema considerato.

La stabilità è garantita scegliendo:

$$V(z(t)) = z(t)^T P z(t) + \int_0^t (\beta^2 f^T(\tau)f(\tau) - r_i^T(\tau)r_i(\tau))d\tau \quad \forall i \quad (3.54)$$

Il calcolo della derivata della (3.54), a partire da condizioni iniziali nulle per $r_i(t)$ e $f(t)$, è dato da:

$$\dot{z}(t)^T P z(t) + z(t)^T P \dot{z}(t) + \beta^2 f^T(t) f(t) - r_i^T(t) r_i(t) < 0 \quad \forall i \quad (3.55)$$

Quindi riprendendo la realizzazione nello stato di spazio di $Q_2(s)G_{r,f}^i(s)$, attraverso opportuni passaggi, otteniamo

$$\begin{bmatrix} z \\ f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (A^i - L^i C^i)^T P + P(A^i - L^i C^i) & P(B_{fj}^i - L^i D_{fj}^i) - W_j C^{i,T} D_{fj}^i \\ (P(B_{fj}^i - L^i D_{fj}^i) - W_j C^{i,T} D_{fj}^i)^T & -D_{fj}^{i,T} W_j^T W_j D_{fj}^i + \beta^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ f \end{bmatrix} < 0, \quad (3.56)$$

$\forall i, j.$

Infine, introducendo una matrice $K^i = PL^i$ è possibile ottenere la disuguaglianza espressa dalla relazione (3.31).

□

3.3.2 Generatore dei Residui basato su Banco di Osservatori Diagnostici

Nel paragrafo precedente è stata descritto un paradigma di diagnosi dei guasti basato su un singolo osservatore il cui obiettivo è quello di individuare ed isolare determinati comportamenti anomali all'interno del sistema da monitorare. In questo paragrafo si descrive un approccio basato su un banco di osservatori diagnostici (Figura 3.3), spesso usato in letteratura nel momento in cui l'insieme dei guasti che devono essere rilevati ed isolati cresce in dimensioni e tipologie, [25].

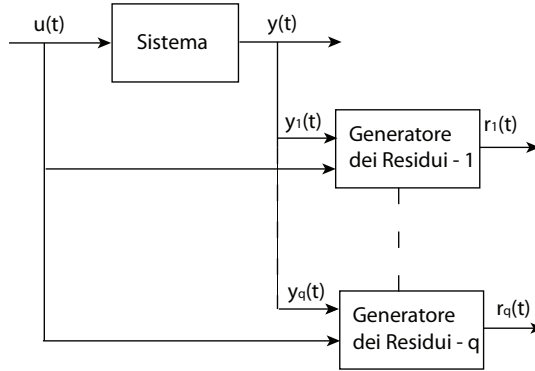


Figura 3.3. Schema FDI basato su banco di osservatori

Consideriamo il sistema LPV per come definito nel Paragrafo 3.2 e riscriviamo il segnale di uscita $y(t)$ come un insieme di q segnali, in cui q indica il numero di classi di guasto distinte da considerare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) + B_d(\rho(t))d(t) + B_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{B}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \\ y_1(t) = C_1(\rho(t))x(t) + D_1(\rho(t))u(t) + D_{d,1}(\rho(t))d(t) + D_{f_1}(\rho(t))f_1(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_1}(\rho(t))\hat{f}_1(t) \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ y_q(t) = C_q(\rho(t))x(t) + D_q(\rho(t))u(t) + D_{d,q}(\rho(t))d(t) + D_{f_q}(\rho(t))f_q(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_q}(\rho(t))\hat{f}_q(t) \end{array} \right. \quad (3.57)$$

Si osservi che nella rappresentazione (3.57), le matrici $C_j(\rho(t))$, $D_j(\rho(t))$, $D_{d,j}(\rho(t))$, $D_{f_j}(\rho(t))$, $\hat{D}_{f_j}(\rho(t))$, $j = 1, \dots, q$, indicano un insieme di righe estratte rispettivamente dalle matrici di uscita $C(\rho(t))$, $D(\rho(t))$, $D_d(\rho(t))$, $D_f(\rho(t))$, $\hat{D}_f(\rho(t))$.

Nel caso specifico inoltre, si assume che ogni coppia (A^i, C_j^i) , $i = 1, \dots, l$, $j = 1, \dots, q$ sia osservabile.

Sfruttando l'ipotesi che il parametro $\rho(t)$ sia misurabile, l'idea è quella di progettare un banco di q osservatori diagnostici tali che, a partire dalle osservazioni $(u(\cdot), y_j(\cdot))$, il guasto appartenente alla j -sima classe sia opportunamente rilevato ed isolato dal j -simo osservatore diagnostico, $j = 1, \dots, q$.

Di conseguenza si richiede che il j -simo osservatore diagnostico sia sensibile al j -simo guasto ed allo stesso tempo sia in grado di distinguere il j -simo guasto dagli altri k guasti, ($k \neq j$, $k = 1, \dots, q$), e dai disturbi.

L'uscita di ogni osservatore diagnostico è un residuo $r_j(t)$, ($j = 1, \dots, q$) il cui valore è pressochè nullo in assenza di guasti appartenenti alla j -sima classe, si discosta significativamente da zero nel caso di occorrenza di guasti appartenente alla classe j .

Consideriamo il j -simo osservatore diagnostico LPV di seguito riportato

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}(t) = A(\rho(t))\hat{x}(t) + B(\rho(t))u(t) + L_j(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}_j(t) = C_j(\rho(t))\hat{x}(t) + D_j(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = y_j(t) - \hat{y}_j(t) \end{array} \right. \quad (3.58)$$

in cui $r_j(t)$ costituisce il residuo atto ad individuare il j -simo guasto ed il guadagno del filtro possiede la seguente struttura schedulante rispetto ai parametri:

$$L_j(\rho(t)) = \sum_{i=1}^l \rho_i(t) L_{i,j} \quad (3.59)$$

Se il generatore dei residui (3.58) è applicato al sistema (3.57) allora l'errore di stima $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ ed il residuo $r_j(t)$ rispettano la seguente rappresentazione nello spazio di stato:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = (A(\rho(t)) - L_j(\rho(t))C_j(\rho(t)))e(t) + (B_{f_j}(\rho(t)) - L_j(\rho(t))D_{f_j}(\rho(t)))f_j(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j}(\rho(t)) - L_j(\rho(t))\hat{D}_{f_j}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) + \\ \quad (B_{d,j}(\rho(t)) - L_j(\rho(t))D_{d,j}(\rho(t)))d(t) \\ r_j(t) = C_j(\rho(t))e(t) + D_{f_j}(\rho(t))f_j(t) + \hat{D}_{f_j}(\rho(t))\hat{f}_j(t) + D_{d,j}(\rho(t))d(t) \end{cases} \quad (3.60)$$

Il filtro ottenuto (3.60) deve pertanto garantire che il residuo $r_j(t)$ abbia le seguenti proprietà:

- minimizzazione degli effetti dei disturbi e degli effetti relativi ai guasti appartenenti a classi $k \neq j$;
- massimizzazione della sensitività alla j -sima classe di guasto.

Per poter ottenere un generatore dei residui che goda delle proprietà sopramenzionate, ci si propone di risolvere il problema di ottimizzazione multi-obiettivo di seguito presentato.

Problema FDI-LPV-2

Dato il sistema (3.57) ed il j -simo generatore dei residui associato al j -simo segnale di uscita, l'obiettivo è quello di trovare il guadagno dell'osservatore $L_j(\rho(t))$ tale che

$$\begin{aligned} & \inf_{L_{i,j}} \left\{ \sup_{\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f} \bar{\sigma}(G_{rd}^{(i,j)}(j\omega)) \right\}, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \\ & \inf_{L_{i,j}} \left\{ \sup_{\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f} \bar{\sigma}(G_{rf}^{(i,j)}(j\omega)) \right\}, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \\ & \sup_{L_{i,j}} \left\{ \inf_{\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f} \underline{\sigma}(G_{rf}^{(i,j)}(j\omega)) \right\}, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \end{aligned} \quad (3.61)$$

in cui

$$G_{rd}^{(i,j)}(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A^i - L^{(i,j)}C^{(i,j)} & B_d^i - L^{(i,j)}D_d^{(i,j)} \\ \hline C^{(i,j)} & D_d^{(i,j)} \end{array} \right] \quad (3.62)$$

$$G_{rf}^{(i,j)}(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A^i - L^{(i,j)}C^{(i,j)} & \hat{B}_{f_j}^i - L^{(i,j)}\hat{D}_{f_j}^{(i,j)} \\ \hline C^{(i,j)} & \hat{D}_{f_j}^{(i,j)} \end{array} \right] \quad (3.63)$$

$$G_{rf}^{(i,j)}(s) \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A^i - L^{(i,j)}C^{(i,j)} & B_{f_j}^i - L^{(i,j)}D_{f_j}^{(i,j)} \\ \hline C^{(i,j)} & D_{f_j}^{(i,j)} \end{array} \right] \quad (3.64)$$

sono rispettivamente le realizzazioni sui vertici della funzione di trasferimento dal disturbo al j -simo residuo, dal k -simo guasto ($k \neq j, k = 1, \dots, q$) al

j -simo residuo e dal j -simo guasto ($j = 1, \dots, q$) al j -simo residuo, mentre $\bar{\sigma}(\cdot)$ e $\underline{\sigma}(\cdot)$ indicano rispettivamente il massimo ed il minimo valore singolare.

Così come previsto dalle strategie FDI basate su modello, [65, 3], le $G_{rd}^{(i,j)}(s)$, $G_{rf}^{(i,j)}(s)$ e $G_{rf}^{(i,j)}(s)$ devono essere sagomate attraverso filtri opportuni $Q_{d,j}(s)$, $Q_{f,j}(s)$, ($j = 1, \dots, q$), caratterizzanti gli effetti dei disturbi e dei guasti in uno specifico intervallo di frequenza $[\omega_0, \omega_f]$.

In particolare, la scelta di $[\omega_0, \omega_f]$ è fatta in modo tale che, così come mostrato in Figura 3.1, il minimo valore singolare $\underline{\sigma}(\cdot)$ sia sempre al di sopra del massimo valore singolare $\bar{\sigma}(\cdot)$.

Pertanto è possibile riformulare la (3.61) come

$$\begin{aligned} & \inf_{L_{i,j}} \left\| Q_{d,j}(j\omega)(G_{rd}^{(i,j)}(j\omega)) \right\|_\infty, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \\ & \inf_{L_{i,j}} \left\| Q_{f,j}(j\omega)(G_{rf}^{(i,j)}(j\omega)) \right\|_\infty, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \\ & \sup_{L_{i,j}} \left\| Q_{f,j}(j\omega)(G_{rf}^{(i,j)}(j\omega)) \right\|_-, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \end{aligned} \quad (3.65)$$

Introduciamo le *variabili di slack* positive $\alpha_{d,j}$, $\alpha_{f,j}$ e $\beta_{f,j}$, ognuna della quale indica rispettivamente:

- il livello di reiezione dei disturbi;
- il livello di reiezione alla k -sima classe di guasto ($k \neq j, k = 1, \dots, q$);
- il livello di sensitività al j -simo guasto.

È quindi possibile risolvere un problema di ottimizzazione scalarizzato la cui soluzione è anche una soluzione ammissibile per il *Problema FDI-LPV-2*:

$$\min_{L_j(\rho)} a_1 \alpha_{d,j}^2 + a_2 \alpha_{f,j}^2 - a_3 \beta_{f,j}^2 \quad (3.66)$$

soggetto a

$$\left\| Q_{d,j}(j\omega)(G_{rd}^{(i,j)}(j\omega)) \right\|_\infty^2 \leq \alpha_{d,j}^2, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \quad (3.67)$$

$$\left\| Q_{f,j}(j\omega)(G_{rf}^{(i,j)}(j\omega)) \right\|_\infty^2 \leq \alpha_{f,j}^2, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \quad (3.68)$$

$$\left\| Q_{f,j}(j\omega)(G_{rf}^{(i,j)}(j\omega)) \right\|_-^2 \geq \beta_{f,j}^2, \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \quad (3.69)$$

Si noti che nella (3.66) a_1 , a_2 e a_3 sono scalari positivi utilizzati per ottenere un buon compromesso tra reiezione dei disturbi e guasti appartenenti a classi $k \neq j$ e sensitività ai guasti appartenenti alle classe j .

Quindi, considerando le rispettive realizzazioni sui vertici, i vincoli (3.67)-(3.69) possono essere riscritti come:

$$\left\| \begin{bmatrix} A^i - L^{(i,j)}C^{(i,j)} & B_d^i - L^{(i,j)}D_d^{(i,j)} \\ C^{(i,j)} & D_d^{(i,j)} \end{bmatrix} \right\|_{\infty}^2 \leq \alpha_{d,j}^2 \quad i = 1, \dots, l \quad j = 1, \dots, q \quad (3.70)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} A^i - L^{(i,j)}C^{(i,j)} & \hat{B}_{f_j}^i - L^{(i,j)}\hat{D}_{f_j}^{(i,j)} \\ C^{(i,j)} & \hat{D}_{f_j}^{(i,j)} \end{bmatrix} \right\|_{\infty}^2 \leq \alpha_{f,j}^2 \quad i = 1, \dots, l \quad j = 1, \dots, q \quad (3.71)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} A^i - L^{(i,j)}C^{(i,j)} & B_{f_j}^i - L^{(i,j)}D_{f_j}^{(i,j)} \\ C^{(i,j)} & D_{f_j}^{(i,j)} \end{bmatrix} \right\|_{-}^2 \geq \beta_{f,j}^2 \quad i = 1, \dots, l; \quad j = 1, \dots, q \quad (3.72)$$

Si noti che le (3.70)-(3.72) rappresentano i vincoli relativi alla realizzazione nello spazio di stato delle $[Q_{d,j}(s)G_{rd}^{(i,j)}(s)]$, $[Q_{f,j}(s)G_{rf}^{(i,j)}(s)]$ e $[Q_{f,j}(s)G_{rf}^{(i,j)}(s)]$. Il teorema seguente consente di ricavare i vincoli LMI grazie a cui la funzione obiettivo (3.66) soggetta a vincoli (3.70)-(3.72) può essere minimizzata.

Teorema 3.2 *Il problema FDI-LPV-2 può essere risolto se il seguente insieme di q problemi di ottimizzazione convessa, espressi in termini di LMI con matrici incognite $P_j = P_j^T > 0$ e guadagni $K^{(i,j)} \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = \dots, l$, $j = 1, \dots, q$,*

$$\min_{P_j, K^{(i,j)}, \alpha_{d,j}, \alpha_{f,j}, \beta_{f,j}} a_1 \alpha_{d,j}^2 + a_2 \alpha_{f,j}^2 - a_3 \beta_{f,j}^2 \quad (3.73)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} He \left(P_j A^i - K^{(i,j)} C^{(i,j)} \right) + C^{T,(i,j)} C^{(i,j)} & P_j B_d^i - K^{(i,j)} D_d^{(i,j)} \\ * & D_d^{T,(i,j)} D_d^{(i,j)} - \alpha_{d,j}^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.74)$$

$$i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, q$$

$$\begin{bmatrix} He \left(P_j A^i - K^{(i,j)} C^{(i,j)} \right) + C^{T,(i,j)} C^{(i,j)} & P_j \hat{B}_{f_j}^i - K^{(i,j)} \hat{D}_{f_j}^{(i,j)} \\ * & \hat{D}_{f_j}^{T,(i,j)} \hat{D}_{f_j}^{(i,j)} - \alpha_{f,j}^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.75)$$

$$i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, q$$

$$\begin{bmatrix} He \left(P_j A^i - K^{(i,j)} C^{(i,j)} \right) + C^{T,(i,j)} C^{(i,j)} & P_j B_{f_j}^i - K^{(i,j)} D_{f_j}^{(i,j)} \\ * & -D_{f_j}^{T,(i,j)} D_{f_j}^{(i,j)} + \beta_{f,j}^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.76)$$

$$i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, q$$

ammette soluzione.

Inoltre, il guadagno dell'osservatore diagnostico (3.58) è dato da $L^{(i,j)} = P_j^{-1}K^{(i,j)}$, ($i = 1, \dots, l$, $j = 1, \dots, q$).

Dimostrazione. La dimostrazione di tale teorema è analoga alla dimostrazione del Teorema 3.1 riportato nel paragrafo precedente.

□

3.4 Valutazione dei Residui e Progettazione delle Soglie

Per poter garantire una diagnosi efficiente è necessario che il dispositivo di diagnosi sia in grado di discriminare un guasto da un falso allarme dovuto a segnali esogeni e/o incertezze di modello. A tale scopo, è opportuno progettare un meccanismo di valutazione dei residui e soglie opportune, in grado di rendere minime le occorrenze di falsi allarmi.

Partendo dall'analisi del sistema in considerazione, in [1], sono descritti due diversi approcci per la definizione del meccanismo di valutazione dei residui. Il primo basato su test di natura statistica che, ovviamente, è utilizzato nel contesto degli approcci di diagnosi di tipo statistico. Il secondo basato sull'analisi del residuo ($r_j(t)$) attraverso opportune funzioni di valutazione ($J_{r_j}(t)$) e sull'uso di una logica di decisione del tipo

$$\begin{cases} J_{r_j}(t) < J_{th,j} \text{ se } f_j(t) = 0 \\ J_{r_j}(t) \geq J_{th,j} \text{ se } f_j(t) \neq 0 \end{cases} \quad (3.77)$$

in cui $J_{th,j}$ indica un insieme di soglie ognuna delle quali è relativa ad una classe di guasto j , ($j = 1, \dots, q$).

La funzione di valutazione dei residui ($J_{r_j}(t)$) può essere calcolata in vario modo, [1, 24].

Un primo approccio prevede il calcolo di $J_{r_j}(t)$ attraverso una metodologia basata sul calcolo della norma RMS del residuo ($\|\cdot\|_{RMS}$ - *Root-Mean-Square*), il cui significato è legato al concetto di misura dell'energia media di un segnale nell'intervallo temporale $(0, t)$.

Formalmente:

$$J_{r_j}(t) = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t r_j^T(t)r_j(t)dt} \quad (3.78)$$

Il calcolo della soglia ($J_{th,j}$) deve essere ovviamente ottenuto in accordo con la (3.78). Nello specifico si esegue il calcolo della $J_{r_j}(t)$ in assenza di guasti ($f(t) = 0$) e sfruttando la proprietà dei segnali $d(t)$ ed $f(t)$ di essere segnali ad energia finita, si ottengono le relazioni per il calcolo delle soglie relative

alle strategie presentate nei paragrafi precedenti.

Soglia per singolo osservatore diagnostico:

$$J_{r_j(t), f_j(t)=0} = \sup_{d \in \Omega_d} \max_{i=1, \dots, l} \left\| G_{r_j d}^{(i)}(s) \right\|_{\infty} \|d\|_2 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^q \sup_{f_k \in \Omega_{f_k}} \max_{i=1, \dots, l} \left\| G_{r_j f_k}^{(i)}(s) \right\|_{\infty} \|f_k\|_2 \quad (3.79)$$

in cui

- $G_{r_j d}^{(i)}(s) = W_j C^i (sI - A^i + L^i C^i)^{-1} B_d^i, i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, q;$
- $G_{r_j f_k}^{(i)}(s) = W_j C^i (sI - A^i + L^i C^i)^{-1} B_f^i, i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, q, k = 1, \dots, q, k \neq j;$

indicano rispettivamente le funzioni di trasferimento calcolate sui canali disturbo/ j -simo residuo e k -simo guasto/ j -simo residuo ($k \neq j$). È importante osservare che la (3.79) è limitata superiormente in quanto:

1. gli scalari α_d e $\alpha_{\hat{f}}$, soluzioni del problema FDI-LPV, sono *upper-bound* per:

$$\left\| G_{r_j d}^{(i)}(s) \right\|_{\infty} \leq \alpha_d, \quad \forall i, j \quad (3.80)$$

$$\left\| G_{r_j f_k}^{(i)}(s) \right\|_{\infty} \leq \alpha_{\hat{f}}, \quad \forall i, j, k, \quad k \neq j \quad (3.81)$$

2. il segnale di guasto $f_j(t)$ e il disturbo $d(t)$ sono segnali ad energia finita, tali che

$$\Omega_{f_j} \triangleq \left\{ f_j(\cdot) \mid \exists \varepsilon_{f_j} > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^{\infty} \|f(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_{f_j} \right\}, \quad (3.82)$$

$$\Omega_d \triangleq \left\{ d(\cdot) \mid \exists \varepsilon_d > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^{\infty} \|d(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_d \right\}$$

Di conseguenza il calcolo della soglia è ottenuto come segue:

$$J_{r_j(t), f_j(t)=0} \leq \alpha_d \varepsilon_d + \alpha_{\hat{f}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^q \varepsilon_{f_k} =: J_{th,j} \quad (3.83)$$

In modo del tutto analogo a quanto sopra esposto è possibile definire la relazione che consente di calcolare il valore di soglia per la strategia basata su **banco di osservatori diagnostici**.

Un secondo approccio prevede il calcolo delle soglie $J_{th,j}$ in accordo con la seguente funzione di valutazione calcolata in condizioni *fault-free* ($f(t) = 0$):

Soglia per singolo osservatore diagnostico:

$$J_{r_j}(t) \triangleq \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_f - \omega_0)} \int_{\omega_0}^{\omega_f} r_{t,j}^*(j\omega) r_{t,j}(j\omega) d\omega} \quad (3.84)$$

in cui $r_{t,j}(j\omega)$ indica la Trasformata di Fourier del residuo $r_j(t)$ calcolata fino all'istante t e ω_0, ω_f indicano gli estremi dell'intervallo frequenziale di progetto.

A partire dalla (3.84) definiamo la soglia come

$$J_{th,j} \triangleq \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_f - \omega_0)} \left(\sup_{d \in \Omega_d} \max_{i=1, \dots, l} \|G_{r_j}^{(i)}(s)\|_{\infty} \|d\|_2 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^q \sup_{f_k \in \Omega_{f_k}} \max_{i=1, \dots, l} \|G_{r_j}^{(i)}(s)\|_{\infty} \|f_k\|_2 \right)} \quad (3.85)$$

È importante osservare che, così come nel caso basato sul calcolo della norma RMS, la (3.85) è limitata superiormente in quanto:

1. gli scalari α_d e $\alpha_{\hat{f}}$, soluzioni del problema FDI-LPV, sono *upper-bound* per:

$$\|G_{r_j}^{(i)}(s)\|_{\infty} \leq \alpha_d, \quad \forall i, j \quad (3.86)$$

$$\|G_{r_j}^{(i)}(s)\|_{\infty} \leq \alpha_{\hat{f}}, \quad \forall i, j, k, \quad k \neq j \quad (3.87)$$

2. il segnale di guasto $f_j(t)$ e il disturbo $d(t)$ sono segnali ad energia finita, tali che

$$\begin{aligned} \Omega_{f_j} &\triangleq \left\{ f_j(\cdot) \mid \exists \varepsilon_{f_j} > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^{\infty} \|f(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_{f_j} \right\}, \\ \Omega_d &\triangleq \left\{ d(\cdot) \mid \exists \varepsilon_d > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^{\infty} \|d(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_d \right\} \end{aligned} \quad (3.88)$$

Di conseguenza il calcolo della soglia (3.85) è ottenuto come segue:

$$J_{th,j} \leq \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_f - \omega_0)} \left(\alpha_d \varepsilon_d + \alpha_{\hat{f},k} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^q \varepsilon_{f_k} \right)} \quad (3.89)$$

In modo del tutto analogo a quanto sopra esposto è possibile definire la relazione che consente di calcolare il valore di soglia per la strategia basata su **banco di osservatori diagnostici**.

È interessante notare che le soglie (3.83)-(3.89) sono costanti.

Tale scelta è giustificata dal fatto che l'ingresso $u(t)$ del sistema non compare nella formulazione delle (3.83),(3.89) ed è quindi ragionevole considerare soglie fisse anzichè soglie di tipo adattativo.

3.5 Strategie di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV Ibridi

In questo Paragrafo si definiscono strategie FDI *model-based* per sistemi ibridi. I sistemi ibridi [51, 52, 53, 54] sono sistemi in cui una dinamica ad eventi discreti, definita da variabili discrete (rappresentabile ad esempio con un automa a stati finiti) interagisce strettamente con una dinamica a tempo continuo, definita da variabili continue (rappresentabile ad esempio con una equazione differenziale).

Consideriamo la classe dei sistemi LPV ibridi (H-LPV) definita nel Paragrafo 2.3.

$$H_p = (Q, \Sigma, \Psi, \varphi, \phi, \eta, X, U, Y, f, h, r) \quad (3.90)$$

in cui Q è un insieme finito di stati discreti, Σ è un insieme finito dei possibili ingressi ed eventi interni, Ψ è l'insieme finito di uscite discrete, $X \subseteq \mathbb{R}^n$, $U \subseteq \mathbb{R}^m$, $Y \subseteq \mathbb{R}^p$ rappresentano rispettivamente i domini dello stato continuo, degli ingressi di controllo e delle uscite continue.

Le funzioni φ , ϕ ed η caratterizzano, invece, le dinamiche degli stati discreti del sistema mentre le funzioni f e h caratterizzano le dinamiche continue associate ad ogni stato discreto di H_p . Infine, la funzione r descrive i *reset* degli stati continui associati ad ogni transizione del sistema ibrido da uno stato all'altro.

Lo scopo è quello di progettare un osservatore ibrido diagnostico in grado di rilevare ed isolare malfunzionamenti in ogni dinamica continua associata allo stato discreto ($q_i \in Q$) del sistema ibrido (3.90).

Si ricordi inoltre che nella progettazione di un osservatore ibrido bisogna tenere in considerazione il concetto di *dwell-time* che specifica una condizione di 'slow switching' sul segnale $\sigma \in \Sigma$ (si veda il Paragrafo 2.3).

Come mostrato in Figura 3.4, l'osservatore ibrido considerato è costituito da due sottosistemi: il *location observer* ed il *continuous observer*, [15].

Il primo riceve in ingresso gli ingressi (σ, u) e le uscite (φ, y) del sistema ed ha il compito di fornire una stima \tilde{q}_i dello stato discreto q_i al tempo corrente. Tale informazione (\tilde{q}_i), insieme all'ingresso u e all'uscita y , è utilizzata dal *continuous observer* che ha il compito di calcolare la stima \tilde{x} dello stato continuo del sistema ibrido, dalla cui analisi è possibile rilevare la presenza di malfunzionamenti.

Si ribadisce ancora una volta che nella progettazione di un osservatore l'obiettivo primario è quello di garantire la convergenza dello stesso agli stati osservati.

Definizione 3.1 [15]. *Consideriamo il sistema ibrido H_p definito dalle relazioni (2.22)-(2.26). Introduciamo un errore massimo di convergenza $M_0 \geq 0$*

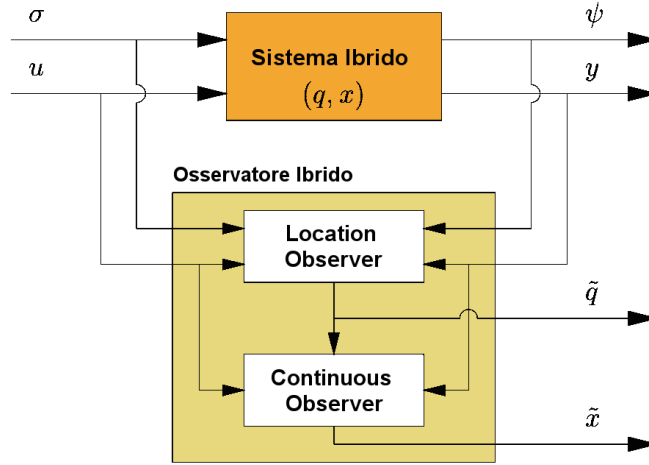


Figura 3.4. Schema dell'Osservatore Ibrido

ed una velocità di convergenza μ . Un osservatore ibrido è **esponenzialmente convergente** se il suo stato discreto $\tilde{q}(k)$ identifica correttamente lo stato del sistema e se l'errore di osservazione $\zeta = \tilde{x} - x$ è tale che

$$\tilde{q}(k) = q(k) \quad \forall k > K \tag{3.91}$$

$$\|\zeta\| \leq e^{-\mu t} \|\zeta(t_k)\| + M_0 \quad \forall t > t_K \tag{3.92}$$

Nei paragrafi che seguono saranno descritte le strategie di progettazione relative alla stima degli stati discreti e continui del sistema ibrido.

3.5.1 Location Observer

Il *Location Observer* è progettato per fornire una stima dello stato corrente q_i del sistema, a partire dall'analisi delle informazioni relative agli ingressi ed alle uscite, sia continue che discrete, di H_p . Di importanza notevole è il concetto di *completa osservabilità* della componente discreta di H_p , in quanto da esso dipendono le scelte di progetto dell'osservatore discreto.

Sia M l'automa a stati finiti associato al sistema ibrido H_p definito da (2.22)-(2.26)

$$\sigma(k+1) \in \hat{\phi}(q(k)) = \bigcup_{x \in X, u \in U} \phi(q(k), x, u)$$

Un osservatore O che restituisce la stima dello stato discreto corrente $q(k)$ di M dopo ogni osservazione $\psi(k)$ è l'automa a stati finiti:

$$\tilde{q}(k+1) \in \varphi_O(\tilde{q}(k), \psi(k+1)) \tag{3.93}$$

$$\psi_O(k+1) = \tilde{q}(k) \tag{3.94}$$

con $Q_O \in 2^Q$, $\Sigma_O = \Phi$, $\Phi_O = Q_O$.

L'osservatore riceve in ingresso l'uscita discreta $\psi(k)$ di M ; l'output prodotto da O è la stima $\tilde{q}(k)$ dello stato discreto $q(k)$, che rappresenta il sottoinsieme di Q dei possibili stati discreti nei quali M potrebbe trovarsi dopo il k -mo evento.

La funzione di transizione dell'osservatore φ_O è costruita per ispezione di M seguendo l'algoritmo per il calcolo dell'albero di osservazione definito in [16]. In Figura 3.5 è mostrato l'albero di osservazione, costruito per ispezione sulla base dell'algoritmo di Caines et al., del sistema ibrido riportato in Figura 2.2. Si precisa che un tale approccio è applicabile solo nel caso di completa osservabilità dell'automa M , [15].

Teorema 3.3 [15] *L'automa a stati finiti M è completamente osservabile se e solo se l'osservatore corrispondente O (3.93)-(3.94) è tale che:*

1. *l'insieme $Q \cap Q_O$ è non-vuoto;*
2. *ogni ciclo primario $Q_c^i \subset Q_O$ è tale che l'insieme $Q_c^i \cap Q_O$ è non-vuoto;*
3. *il sottoinsieme $Q \cap Q_O$ è ρ_O -invariante*

In sostanza, l'automa M è completamente osservabile se esiste un intero K tale che, per ogni condizione iniziale $q_0 \in Q$ e per ogni sequenza di ingresso $\sigma(k)$, lo stato discreto $q(i)$ può essere determinato, per ogni $i > K$, dalla sequenza di osservazione $\psi(k)$ attraverso un qualunque algoritmo di tipo deterministico.

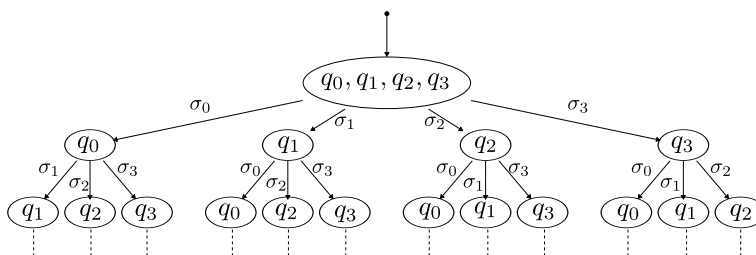


Figura 3.5. Albero dell'osservatore ibrido

Nel caso in cui l'automa a stati finiti che descrive l'evoluzione discreta di H_p non sia completamente osservabile a partire dalle sequenze discrete di input/output, allora, per stimare lo stato discreto corrente si sfrutta l'informazione relativa alla componente continua del sistema, [15].

La Figura 3.6 mostra un automa a stati finiti non osservabile. Si noti, infatti, che dallo Stato 1 è possibile transitare verso gli Stati 2 e 4 con la stessa sequenza ingresso/uscita discreta (1/b).

In particolare, siano N' le dinamiche continue associate al sistema ibrido

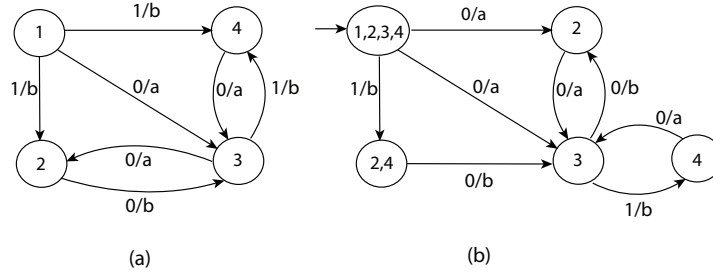


Figura 3.6. Automa a stati finiti non osservabile: automa a stati finiti M (a) e relativo osservatore O (b).

$$(2.26), (A_i(\rho(t)), B_i(\rho(t)), C_i(\rho(t)), D_i(\rho(t))), i = 1, \dots, N'.$$

Se tali dinamiche continue, sono diverse in ogni stato q di H_p , allora, è possibile utilizzare il *Location Observer* riportato in Figura 3.7, per stimare lo stato discreto del sistema.

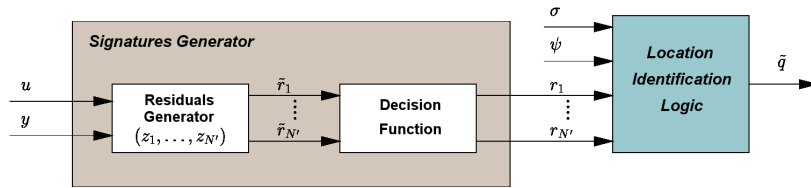


Figura 3.7. Schema Location Observer

Tale osservatore dello stato discreto si compone di due blocchi fondamentali: il *Signatures Generator* ed il *Location Identification Logic*.

Il *Signatures Generator* è costituito da un generatore di residui e da una funzione di decisione (Figura 3.7) ed ha il compito di individuare quale dinamica, tra quelle appartenenti ad un set di dinamiche conosciute, caratterizza il sistema continuo.

Assumiamo che il *Location Observer* abbia stimato in modo corretto lo stato discreto corrente q_i del sistema. Supponiamo, inoltre, che in un determinato istante di tempo t il sistema H_p passi in un nuovo stato discreto $q_m \neq q_i$. Allora il *Location Observer*, sulla base delle informazioni relative alla componente discreta ed alla componente continua del sistema, deve essere in grado di individuare la transizione di stato ed allo stesso tempo rilevare il nuovo stato corrente q_m .

Per raggiungere la completa osservabilità dell'evoluzione discreta di H_p , il *Signatures Generator* deve quindi essere in grado di rilevare N' differenti dinamiche continue.

L'approccio più semplice prevede l'uso di un generatore dei residui costituito da un banco di N' osservatori di Luenberger, ognuno dei quali è associato ad una dinamica del sistema:

$$\begin{aligned}\dot{z}_m(t) &= H_m(\rho(t))z_j(t) + B_m(\rho(t))u(t) + L_m(\rho(t))y(t) \\ \tilde{r}_m(t) &= C_m(\rho(t))z_j(t) + D_m(\rho(t))u(t) - y(t)\end{aligned}\quad (3.95)$$

dove:

- z_m è la stima dello stato continuo di H_p
- \tilde{r}_m è l'errore di stima o residuo
- $L_m(\rho(t))$ è il guadagno dell'osservatore
- $H_m(\rho(t)) = A_m(\rho(t)) - L_m(\rho(t))C_m(\rho(t))$

Il guadagno dell'osservatore deve essere progettato in modo tale da garantire reiezione dei disturbi e guasti. Una possibile scelta progettuale è rappresentata dalla definizione di un osservatore il cui guadagno è ottenuto attraverso un problema di ottimizzazione standard della norma H_∞ .

Gli N' residui \tilde{r}_m sono utilizzati per rilevare la dinamica continua corrente. Inoltre, poichè le dinamiche continue del sistema ibrido potrebbero essere soggette a disturbi e malfunzionamenti il guadagno $L_m(t)$ del generatore dei residui (3.95) deve essere progettato in modo tale da garantire un adeguato livello di reiezione di disturbi e guasti.

In particolare i residui \tilde{r}_m sono elaborati attraverso il modulo *Decision Function*, che genera N' segnali binari sulla base di una logica di decisione del tipo:

$$r_m(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } \|\tilde{r}_m(t)\| \leq \varepsilon \\ 0 & \text{se } \|\tilde{r}_m(t)\| > \varepsilon \end{cases} \quad \text{per } m = 1, \dots, N' \quad (3.96)$$

dove ε è una soglia scelta in modo opportuno.

Il segnale binario così ottenuto viene utilizzato per garantire l'osservabilità dell'automa a stati. In Figura 3.8 è riportato l'automa di Figura 3.6 per il quale, grazie all'introduzione del *Location Observer*, è possibile costruire il relativo osservatore.

In questo caso l'osservabilità è garantita dall'introduzione del segnale binario r_2 .

Il teorema seguente fornisce la condizione sufficiente per garantire che il segnale binario assuma il valore $r_m = 1$ in un intervallo di tempo Δ , a seguito di una transizione del sistema ibrido H_p in un nuovo stato discreto avente dinamiche continue $(A_m(\rho(t)), B_m(\rho(t)), C_m(\rho(t)), D_m(\rho(t)))$.

Teorema 3.4 *Sia $\Delta > 0$ un intervallo di tempo, $\varepsilon > 0$ un valore di soglia e Z_0 un upper-bound per $\|x - z_i\|$. Se il guadagno dell'osservatore $(L_i(\rho(t)))$ (3.95) è scelto in modo tale che*

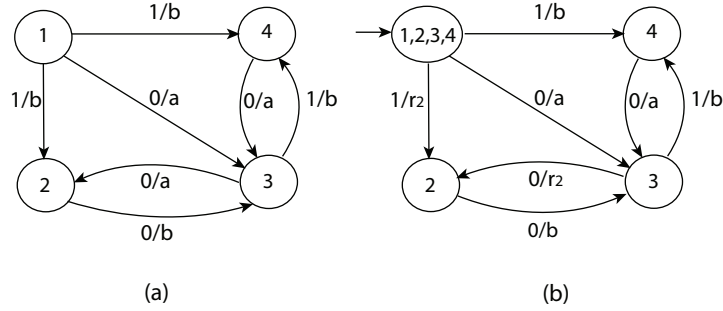


Figura 3.8. Automa a stati finiti osservabile: automa a stati finiti M (a) e relativo osservatore O (b)

$$\alpha(H_i(\rho(t))) \leq \frac{1}{\Delta} \log \frac{n \|C_i(\rho(t))\| k(H_i(\rho(t))) Z_0}{\varepsilon} \quad (3.97)$$

allora r_i assume valore 1 prima che sia trascorso un intervallo di tempo Δ , a seguito di una transizione che porta il sistema ibrido in uno stato discreto caratterizzato da dinamiche continue $(A_m(\rho(t)), B_m(\rho(t)), C_m(\rho(t)), D_m(\rho(t)))$, $m = 1, \dots, N'$, $m \neq i$.

Gli r_m segnali binari generati, congiuntamente alle sequenze ingresso/uscita discrete (σ, ψ) , sono analizzati dal modulo *Location Identification Logic* per la stima lo stato discreto corrente q_m .

Da un punto di vista formale il *Location Identification Logic* non è altro che l'osservatore O definito in (3.93, 3.94) in cui vengono utilizzati come ingressi aggiuntivi i segnali binari r_m in modo da renderlo *current-location* osservabile. Lo stato discreto stimato \tilde{q}_m , restituito dal blocco *Location Identification Logic*, viene utilizzato dal *Continuous Observer* (vedi Figura 3.4) insieme alle sequenze ingresso/uscita continue (u, y) per calcolare la stima \tilde{x} delle variabili continue di H_p .

3.5.2 Continuous Observer

Il *Continuous Observer*, sfruttando la stima \tilde{q}_i dello stato discreto, ha il compito di determinare una stima dello stato continuo \tilde{x} dall'analisi del quale si dovrà individuare l'eventuale presenza di malfunzionamenti.

L'osservatore continuo (H_c) altro non è che un sistema *switching* le cui dinamiche dipendono dalla stima corrente \tilde{q}_i dello stato discreto q_i calcolata dal *Location Observer*. Tale osservatore è essenzialmente un banco di i , ($i = 1, \dots, q$), osservatori diagnostici ognuno dei quali è associato alla i -sima dinamica continua del sistema ibrido da monitorare.

Supponiamo che il sistema ibrido H_p sia soggetto a malfunzionamenti appartenenti a f -classi/categorie distinte.

Poichè l'obiettivo è quello di rilevare ed isolare malfunzionamenti appartenenti alla j -sima classe, $j = 1, \dots, f$, assumiamo che l'evoluzione delle variabili continue del sistema ibrido sia governata dalla seguente rappresentazione LPV

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\tilde{q}_i}(\rho(t))x(t) + B_{\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + B_{d,\tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) + B_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{B}_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \\ y(t) = C_{\tilde{q}_i}(\rho(t))x(t) + D_{\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + D_{d,\tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) + D_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \end{cases} \quad (3.98)$$

in cui per ogni stima \tilde{q}_i , le matrici B_{f_j,\tilde{q}_i} , $\hat{B}_{f_j,\tilde{q}_i}$, D_{f_j,\tilde{q}_i} e $\hat{D}_{f_j,\tilde{q}_i}$ ed i segnali $f_j(t)$ ed $\hat{f}_j(t)$ hanno significato analogo a quanto esposto nel Paragrafo 3.2:

$$\begin{aligned} B_{f,\tilde{q}_i} &= [B_{f_j,\tilde{q}_i} \hat{B}_{f_j,\tilde{q}_i}] \\ D_{f,\tilde{q}_i} &= [D_{f_j,\tilde{q}_i} \hat{D}_{f_j,\tilde{q}_i}] \\ f(t) &= [f_j(t) \hat{f}_j(t)] \end{aligned} \quad (3.99)$$

con

$$\begin{aligned} \hat{B}_{f_j,\tilde{q}_i} &\doteq [B_{f_1,\tilde{q}_i}, \dots, B_{f_{j-1},\tilde{q}_i}, B_{f_{j+1},\tilde{q}_i}, \dots, B_{f_f,\tilde{q}_i}] \\ \hat{D}_{f_j,\tilde{q}_i} &\doteq [D_{f_1,\tilde{q}_i}, \dots, D_{f_{j-1},\tilde{q}_i}, D_{f_{j+1},\tilde{q}_i}, \dots, D_{f_f,\tilde{q}_i}] \\ \hat{f}_j(t) &\doteq [f_1(t), \dots, f_{j-1}(t), f_{j+1}(t), \dots, f_f(t)] \end{aligned}$$

Inoltre, si assume che

- il parametro $\rho(t)$ sia misurabile e per ogni possibile valore di $q_i \in Q$:

$$\begin{bmatrix} A_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) & B_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) & B_{d,\tilde{q}_i}(\rho(t)) & B_{f,\tilde{q}_i}(\rho(t)) \\ C_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) & D_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) & D_{d,\tilde{q}_i}(\rho(t)) & D_{f,\tilde{q}_i}(\rho(t)) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^l \rho_m(t) \begin{bmatrix} A_i^m & B_i^m & B_{d,i}^m & B_{f,i}^m \\ C_i^m & D_i^m & D_{d,i}^m & D_{f,i}^m \end{bmatrix}$$

in cui

$$\begin{bmatrix} A_i^m & B_i^m & B_{d,i}^m & B_{f,i}^m \\ C_i^m & D_i^m & D_{d,i}^m & D_{f,i}^m \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, \tilde{q}_i; \quad m = 1, \dots, l$$

sono tali che $A_i^m \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i^m \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_i^m \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D_i^m \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $B_{d,i}^m \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $B_{f,i}^m \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $D_{d,i}^m \in \mathbb{R}^{p \times n_d}$, $D_{f,i}^m \in \mathbb{R}^{p \times q}$.

- ogni coppia $\{A_i^m, C_i^m\}$, ($i = 1, \dots, \tilde{q}_i$), ($m = 1, \dots, l$), sia osservabile.

Tutto ciò premesso, l'obiettivo è quello di progettare una procedura FDI basata su modello tale che, per ogni stima \tilde{q}_i dello stato discreto di H_p e per ogni guasto appartenente alla j -sima classe, $j = 1, \dots, f$:

1. l'influenza sui residui da parte dei disturbi e dei guasti non appartenenti alla j -sima classe sia opportunamente minimizzata;

2. l'influenza sui residui da parte dei guasti appartenenti alla j -sima classe sia opportunamente massimizzata;
3. l'occorrenza di falsi allarmi sia minima.

Il raggiungimento di tali requisiti, può essere ottenuto progettando un insieme di residui $r_j(t)$, ($j = 1, \dots, f$), il cui j -simo elemento dovrà essere pressochè nullo in assenza di guasti appartenenti alla j -sima classe, dovrà discostarsi significativamente da zero nel caso di occorrenza di un guasto appartenente alla j -sima classe.

Così come riportato nel Paragrafo 3.2, anche in questo caso è possibile definire due strategie per la progettazione dell'osservatore diagnostico: la prima basata su singolo osservatore, la seconda basata su un banco di osservatori.

Generatore dei Residui basato su Singolo Osservatore Diagnostico

In modo analogo a quanto fatto nel caso di sistemi LPV (Paragrafo 3.3.1), per ogni stima \tilde{q}_i dello stato discreto del sistema ibrido q_i , si introduce un generatore di residui lineare tempo-variante del tipo

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_{\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{x}(t) + B_{\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + L_{\tilde{q}_i}(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_{\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{x}(t) + D_{\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = W_{j,\tilde{q}_i}(y(t) - \hat{y}(t)), \quad j = 1, \dots, f \end{cases} \quad (3.100)$$

in cui

- $r_j(t)$ indica il residuo atto ad isolare un guasto appartenente alla j -sima classe, per ogni stima \tilde{q}_i ;
- W_{j,\tilde{q}_i} è la matrice di segnatura dei guasti, [21]:

$$W_{j,\tilde{q}_i} = I - C\hat{B}_{fj,\tilde{q}_i}(C\hat{B}_{fj,\tilde{q}_i})^+ \quad (3.101)$$

- la matrice di guadagno $L_{\tilde{q}_i}(\rho(t))$ presenta la seguente struttura:

$$L_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) = \sum_{j=1}^l L_{\tilde{q}_i}^j \rho^j(t). \quad (3.102)$$

Se il generatore dei residui (3.100) è applicato al sistema (3.98), allora l'errore di stima $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ ed il residuo $r_j(t)$ rispettano la seguente rappresentazione nello spazio di stato:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = (A_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{\tilde{q}_i}(\rho(t))C_{\tilde{q}_i}(\rho(t)))e(t) + \\ \quad (B_{f_j, \tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{\tilde{q}_i}(\rho(t))D_{f_j, \tilde{q}_i}(\rho(t)))f_j(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j, \tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{D}_{f_j, \tilde{q}_i}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) + \\ \quad (B_{d, \tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{\tilde{q}_i}(\rho(t))D_{d, \tilde{q}_i}(\rho(t)))d(t) \\ r_j(t) = W_{j, \tilde{q}_i}C_{\tilde{q}_i}(\rho(t))e(t) + W_{j, \tilde{q}_i}D_{f_j, \tilde{q}_i}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad W_{j, \tilde{q}_i}\hat{D}_{f_j, \tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_j(t) + W_{j, \tilde{q}_i}D_{d, \tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) \end{array} \right. \quad (3.103)$$

Il filtro ottenuto (3.103) deve garantire quindi che il residuo relativo alla j -sima classe di guasto abbia le seguenti proprietà:

- asintotica stabilità in assenza di malfunzionamenti ($f_j(t) = 0$);
- minimizzazione degli effetti dei disturbi e degli effetti relativi ai guasti appartenenti a classi $k \neq j$;
- massimizzazione della sensitività alla j -sima classe di guasto.

Per poter ottenere un generatore dei residui che goda delle proprietà sopramenzionate, ci si propone di risolvere il problema di ottimizzazione multi-obiettivo di seguito presentato.

Problema H-LPV-FDI-1 - Supponiamo che il *Location Observer* abbia stimato correttamente lo stato discreto \tilde{q}_i di H_p . Sia $i = \tilde{q}_i$.

Data una funzione di Lyapunov del tipo

$$V(t) = x^T(t)P_i x(t) \quad (3.104)$$

trovare il guadagno dell'osservatore $L_i^m \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = 1, \dots, q$, $m = 1, \dots, l$ e scalari $\alpha_d > 0$, $\alpha_f > 0$ e $\beta > 0$ tali che:

$$\min_{L_i^m \in \mathbb{R}^{n \times p}} \begin{pmatrix} \alpha_d^2 \\ \alpha_f^2 \\ -\beta^2 \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

s.t.

$$\frac{dV(t)}{dt} < \alpha_d^2 \|d(t)\|_2^2 - \|r_{j,d}(t)\|_2^2, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.106)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} < \alpha_f^2 \|\hat{f}_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.107)$$

$$-\frac{dV(t)}{dt} > \beta^2 \|f_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2, \quad j = 1, \dots, f. \quad (3.108)$$

Così come nel caso dei sistemi LPV, il precedente problema può essere risolto attraverso una procedura di ottimizzazione basata sulle LMI.

Per poter trovare una soluzione ammissibile al problema H -LPV-FDI-1 il vettore caratterizzante la funzione obiettivo deve essere riscritto come

$$a_1\alpha_d^2 + a_2\alpha_f^2 - a_3\beta_f^2 \quad (3.109)$$

Si noti che nella (3.109) a_1 , a_2 e a_3 sono scalari positivi utilizzati per ottenere un buon compromesso tra reiezione dei disturbi e guasti appartenenti a classi $k \neq j$ e sensitività ai guasti appartenenti alla classe j . Inoltre, quanto riportato nel seguente teorema garantisce che il problema H -LPV-FDI-1 ammetta una soluzione unica:

Teorema 3.5 *Il problema H -LPV-FDI-1 può essere risolto se il seguente problema di ottimizzazione convessa, espresso in termini di LMI con matrici incognite $P_i = P_i^T > 0$ e guadagni $K_i^m \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = \dots, \tilde{q}_i$, $m = 1, \dots, l$*

$$\min_{P_i, K_i^m, \alpha_d, \alpha_f, \beta_f} a_1\alpha_d^2 + a_2\alpha_f^2 - a_3\beta_f^2 \quad (3.110)$$

s.t.

$$\begin{bmatrix} He(P_i A_i^m - K_i^m C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m & P_i B_{d,i}^m - K_i^m W_{j,i} D_{d,i}^m \\ * & D_{d,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} D_{d,i}^m - \alpha_d^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.111)$$

$$i = 1, \dots, \tilde{q}_i, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$$

$$\begin{bmatrix} He(P_i A_i^m - K_i^m C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m & P_i \hat{B}_{f_j,i}^m - K_i^m W_{j,i} \hat{D}_{f_j,i}^m \\ * & \hat{D}_{f_j,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} \hat{D}_{f_j,i}^m - \alpha_f^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.112)$$

$$i = 1, \dots, \tilde{q}_i, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$$

$$\begin{bmatrix} He(P_i A_i^m - K_i^m C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m & P_i B_{f_j,i}^m - K_i^m W_{j,i} D_{f_j,i}^m \\ * & -D_{f_j,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} D_{f_j,i}^m + \beta_f^2 I \end{bmatrix} \preceq 0, \quad (3.113)$$

$$i = 1, \dots, \tilde{q}_i, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$$

ammettono soluzione. Inoltre, il guadagno dell'osservatore diagnostico è dato da relazione $L_i^m = P_i^{-1} K_i^m$.

Dimostrazione. La dimostrazione di tale teorema è analoga alla dimostrazione relativa al caso LPV (si veda il Paragrafo 3.3.1 per ulteriori dettagli).

□

Poichè il sistema in considerazione è un sistema ibrido occorre garantire la stabilità non solo sui singoli sottosistemi che lo compongono ma anche durante le transizioni da uno stato discreto all'altro di H_p . A tal fine si consideri il seguente lemma.

Lemma 3.2 *L'osservatore ibrido (location observer/continuous observer) è esponenzialmente convergente, con una velocità μ ed un errore di convergenza $M_0 = 0$, se le matrici di guadagno K_i^m sono tali che*

$$\alpha(A_i^m - K_i^m C_i^m) + \frac{\log [qk(A_i^m - K_i^m C_i^m)]}{D} \leq -\mu \quad (3.114)$$

in cui $\alpha(A)$ è l'ascissa spettrale della matrice A e $k(A) = \|T\| \|T^{-1}\|$ con T tale che $T^{-1}AT$ è nella forma canonica di Jordan.

Dimostrazione. Si veda [15].

□

Generatore dei Residui basato su Banco di Osservatori Diagnostici

Nella sezione precedente è stato descritto un paradigma di diagnosi dei guasti che, ad ogni stima \tilde{q}_i dello stato discreto del sistema ibrido H_p , associa un generatore dei residui basato su singolo osservatore diagnostico. In questa sezione, invece, si descrive un approccio che, ad ogni stima \tilde{q}_i dello stato discreto del sistema ibrido H_p , associa un generatore dei residui basato su un banco di osservatori diagnostici.

Poichè l'obiettivo è quello di rilevare ed isolare malfunzionamenti appartenenti alla j -sima classe, $j = 1, \dots, f$, così come nel caso di sistemi LPV (Paragrafo 3.3.2), introduciamo, per ogni stima \tilde{q}_i dello stato discreto del sistema ibrido q_i , il seguente sistema lineare tempo-variante dipendente da parametro

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A_{\tilde{q}_i}(\rho(t))x(t) + B_{\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + B_{d,\tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) + \\ \quad B_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))f_j(t) + \hat{B}_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \\ y_1(t) = C_{1,\tilde{q}_i}(\rho(t))x(t) + D_{1,\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + D_{d,1,\tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) + \\ \quad D_{f_1,\tilde{q}_i}(\rho(t))f_1(t) + \hat{D}_{f_1,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_1(t) \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ y_f(t) = C_{f,\tilde{q}_i}(\rho(t))x(t) + D_{f,\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + D_{d,f,\tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) + \\ \quad D_{f_f,\tilde{q}_i}(\rho(t))f_f(t) + \hat{D}_{f_f,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_f(t) \end{array} \right. \quad (3.115)$$

dove il segnale di uscita $y(t)$ è riscritto come un insieme di f segnali, in cui f indica il numero di classi distinte da considerare.

Il generatore di residui associato al sistema (3.115), per ogni stima \tilde{q}_i è definito da

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}(t) = A_{\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{x}(t) + B_{\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) + L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}_j(t) = C_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{x}(t) + D_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = y_j(t) - \hat{y}_j(t) \end{array} \right. \quad (3.116)$$

in cui

- $r_j(t)$ costituisce, per ogni stima discreta \tilde{q}_i dello stato discreto di H_p , il residuo il cui compito è quello di individuare ed isolare il j -simo guasto;
- il guadagno del filtro possiede la seguente struttura lineare

$$L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t)) = \sum_{m=1}^l \rho_i(t) L_{m,\tilde{q}_i}^j \quad (3.117)$$

Se il generatore dei residui (3.116) è applicato al sistema (3.115) allora l'errore di stima $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ ed il residuo $r_j(t)$ rispettano la seguente rappresentazione nello spazio di stato:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = (A_{\tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))C_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t)))e(t) + \\ \quad (B_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))D_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t)))f_j(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{D}_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) + \\ \quad (B_{d,\tilde{q}_i}(\rho(t)) - L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))D_{d_j,\tilde{q}_i}(\rho(t)))d(t) \\ r_j(t) = C_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))e(t) + D_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))f_j(t) + \hat{D}_{f_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))\hat{f}_j(t) + D_{d_j,\tilde{q}_i}(\rho(t))d(t) \end{array} \right. \quad (3.118)$$

Pertanto, il filtro ottenuto (3.118) deve garantire che il residuo $r_j(t)$ abbia le seguenti proprietà:

- minimizzazione degli effetti dei disturbi e degli effetti relativi ai guasti appartenenti a classi $k \neq j$;
- massimizzazione della sensitività alla j -sima classe di guasto.

Per poter ottenere un generatore dei residui che goda delle proprietà sopramenzionate, ci si propone di risolvere il problema di ottimizzazione multi-obiettivo presentato di seguito.

Problema H-LPV-FDI-2 - Supponiamo che il *Location Observer* abbia stimato correttamente lo stato discreto \tilde{q}_i di H_p . Dato il j -simo osservatore (3.118), $j = 1, \dots, f$, e la corrispondente funzione di Lyapunov relativa ad ogni stima \tilde{q}_i dello stato discreto q_i

$$\begin{aligned} V(t) &= x^T(t) P_{\tilde{q}_i,j} x(t) \\ \tilde{q}_i &= q_i, \quad q_i \in Q \end{aligned} \quad (3.119)$$

trovare il guadagno dell'osservatore $L_{j,\tilde{q}_i}(\rho(t))$ e scalari $\alpha_{d,j}$, $\alpha_{f,j}$ e β_j tali che:

$$\min_{L_j(\rho(t))} \begin{pmatrix} \alpha_{d,j}^2 \\ \alpha_{f,j}^2 \\ -\beta_j^2 \end{pmatrix} \quad (3.120)$$

s.t.

$$\frac{dV_{\tilde{q}_i}(t)}{dt} < \alpha_{d,j}^2 \|d(t)\|_2^2 - \|r_{j,d}(t)\|_2^2, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.121)$$

$$\frac{dV_{\tilde{q}_i}(t)}{dt} < \alpha_{f,j}^2 \|\hat{f}_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.122)$$

$$-\frac{dV_{\tilde{q}_i}(t)}{dt} > \beta_j^2 \|f_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2, \quad j = 1, \dots, f. \quad (3.123)$$

Così come nel caso dei sistemi LPV, il precedente problema può essere risolto attraverso una procedura di ottimizzazione basata sulle LMI.

Per poter trovare una soluzione ammissibile al problema *H-LPV-FDI-2* il vettore caratterizzante la funzione obiettivo deve essere riscritto come

$$a_1 \alpha_{d,j}^2 + a_2 \alpha_{f,j}^2 - a_3 \beta_j^2 \quad (3.124)$$

Si noti che nella (3.124) a_1 , a_2 e a_3 sono scalari positivi utilizzati per ottenere un buon compromesso tra reiezione dei disturbi e guasti appartenenti a classi $k \neq j$ e sensitività ai guasti appartenenti alla classe j . Inoltre, quanto riportato nel seguente teorema garantisce che il problema *H-LPV-FDI-2* ammetta una soluzione unica:

Teorema 3.6 *Il problema H-LPV-FDI-2 può essere risolto se il seguente insieme di f problemi di ottimizzazione convessa, espressi in termini di LMI con matrici incognite $P_{(i,j)} = P_{(i,j)}^T > 0$ e guadagni $K_{(i,j)}^m \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = \dots, \tilde{q}_i$, $j = 1, \dots, f$, $m = 1, \dots, l$,*

$$\min_{P_{(i,j)}, K_{(i,j)}^m, \alpha_{d,j}, \alpha_{f,j}, \beta_{f,j}} a_1 \alpha_{d,j}^2 + a_2 \alpha_{f,j}^2 - a_3 \beta_{f,j}^2 \quad (3.125)$$

s.t.

$$\left[\begin{array}{c} He(P_{(i,j)} A_i^m - K_{(i,j)}^m C_{(i,j)}^m) + C_{(i,j)}^{T,m} C_{(i,j)}^m \quad P_{(i,j)} B_{d,i}^m - K_{(i,j)}^m D_{d,(i,j)}^m \\ * \quad \quad \quad D_{d,(i,j)}^{T,m} D_{d,(i,j)}^m - \alpha_{d,j}^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.126)$$

$i = 1, \dots, \tilde{q}_i, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c} He (P_{(i,j)} A_i^m - K_{(i,j)}^m C_{(i,j)}^m) + C(i,j)^{T,m} C_{(i,j)}^m P_{(i,j)} \hat{B}_{f_j,i}^m - K_{(i,j)}^m \hat{D}_{f_j,(i,j)}^m \\ * \\ \hat{D}_{f_j,(i,j)}^{T,m} \hat{D}_{f_j,(i,j)}^m - \alpha_{f,j}^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \\
 & \quad i = 1, \dots, \tilde{q}_i, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.127) \\
 & \left[\begin{array}{c} He (P_{(i,j)} A_i^m - K_{(i,j)}^m C_{(i,j)}^m) + C(i,j)^{T,m} C_{(i,j)}^m P_{(i,j)} B_{f_j,i}^m - K_{(i,j)}^m D_{f_j,(i,j)}^m \\ * \\ -D_{f_j,(i,j)}^{T,m} D_{f_j,(i,j)}^m + \beta_{f,j}^2 I \end{array} \right] \succeq 0, \\
 & \quad i = 1, \dots, \tilde{q}_i, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.128)
 \end{aligned}$$

ammettono soluzione. Inoltre, il guadagno dell'osservatore diagnostico è dato da $L_{(i,j)}^m = P_{(i,j)}^{-1} K_{(i,j)}^m$.

Dimostrazione. La dimostrazione di tale teorema è analoga alla dimostrazione relativa al caso LPV (si veda il Paragrafo 3.3.2 per ulteriori dettagli).

□

Lemma 3.3 *L'osservatore ibrido (location observer/continuous observer) è esponenzialmente convergente, con una velocità μ ed un errore di convergenza $M_0 = 0$, se le matrici di guadagno K_i^m sono tali che*

$$\alpha(A_{\tilde{q}_i}^m - K_{\tilde{q}_i,j}^m C_{\tilde{q}_i}^m, j) + \frac{\log [qk(A_{\tilde{q}_i}^m - K_{\tilde{q}_i,j}^m C_{\tilde{q}_i}^m)]}{D} \leq -\mu \quad (3.129)$$

in cui $\alpha(A)$ è l'ascissa spettrale della matrice A e $k(A) = \|T\| \|T^{-1}\|$ con T tale che $T^{-1}AT$ è nella forma canonica di Jordan.

Dimostrazione. Si veda [15].

□

3.6 Strategie di Rilevazione ed Isolamento Guasti per Sistemi LPV a Salti

Nel paragrafo precedente sono state definite strategie FDI *model-based* per sistemi ibridi. Nel presente paragrafo si darà rilevanza a strategie FDI *model-based* per sistemi ibridi definiti in un contesto stocastico. Nella fattispecie si considereranno sistemi a salti markoviani, cioè sistemi ibridi le cui evoluzioni discrete sono governate da catene di Markov.

Consideriamo la classe dei sistemi lineari multi-modello tempo varianti per come definita nel Paragrafo 2.4, in cui le matrici di stato dipendono linearmente da un parametro deterministico e da un termine stocastico (J-LPV).

Supponiamo che tale classe di sistemi sia soggetta a malfunzionamenti appartenenti a f -classi/categorie distinte.

Essendo l'obiettivo quello di rilevare ed isolare malfunzionamenti appartenenti alla j -sima classe di guasto, $j = 1, \dots, f$, consideriamo il seguente modello J-LPV

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\xi(\rho(t)) x(t) + B_\xi(\rho(t)) u(t) + B_{d,\xi}(\rho(t)) d(t) + B_{f_j,\xi}(\rho(t)) f_j(t) + \\ \quad \hat{B}_{f_j,\xi}(\rho(t)) \hat{f}_j(t) \\ y(t) = C_\xi(\rho(t)) x(t) + D_\xi(\rho(t)) u(t) + D_{d,\xi}(\rho(t)) d(t) + D_{f_j,\xi}(\rho(t)) f_j(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t)) \hat{f}_j(t) \end{cases} \quad (3.130)$$

in cui per ogni possibile valore del termine stocastico $\xi_t = i$, $i \in \{1, \dots, N\}$, le matrici $B_{f_j,i}$, $\hat{B}_{f_j,i}$, $D_{f_j,i}$ e $\hat{D}_{f_j,i}$ ed i segnali $f_j(t)$ ed $\hat{f}_j(t)$ hanno significato analogo a quanto esposto nel Paragrafo 3.2:

$$\begin{aligned} B_{f,i} &= [B_{f_j,i} \ \hat{B}_{f_j,i}] \\ D_{f,i} &= [D_{f_j,i} \ \hat{D}_{f_j,i}] \\ f(t) &= [f_j(t) \ \hat{f}_j(t)] \end{aligned} \quad (3.131)$$

con

$$\begin{aligned} \hat{B}_{f_j,i} &\doteq [B_{f_1,i}, \dots, B_{f_{j-1},i}, B_{f_{j+1},i}, \dots, B_{f_f,i}] \\ \hat{D}_{f_j,i} &\doteq [D_{f_1,i}, \dots, D_{f_{j-1},i}, D_{f_{j+1},i}, \dots, D_{f_f,i}] \\ \hat{f}_j(t) &\doteq [f_1(t), \dots, f_{j-1}(t), f_{j+1}(t), \dots, f_f(t)] \end{aligned}$$

Assumiamo inoltre che:

- il parametro $\rho(t)$ sia misurabile, ξ_t sia accessibile e che per ogni possibile valore di $\xi_t = i$, $i \in \{1, \dots, N\}$:

$$\begin{bmatrix} A_\xi(\rho(t)) & B_\xi(\rho(t)) & B_{d,\xi}(\rho(t)) & B_{f,\xi}(\rho(t)) \\ C_{\hat{q}_i}(\rho(t)) & D_\xi(\rho(t)) & D_{d,\xi}(\rho(t)) & D_{f,\xi}(\rho(t)) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^l \rho_m(t) \begin{bmatrix} A_i^m & B_i^m & B_{d,i}^m & B_{f,i}^m \\ C_i^m & D_i^m & D_{d,i}^m & D_{f,i}^m \end{bmatrix}$$

in cui

$$\begin{bmatrix} A_i^m & B_i^m & B_{d,i}^m & B_{f,i}^m \\ C_i^m & D_i^m & D_{d,i}^m & D_{f,i}^m \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, N; \quad m = 1, \dots, l$$

sono tali che $A_i^m \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i^m \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_i^m \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D_i^m \in \mathbb{R}^{p \times m}$, $B_{d,i}^m \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $B_{f,i}^m \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $D_{d,i}^m \in \mathbb{R}^{p \times n_d}$, $D_{f,i}^m \in \mathbb{R}^{p \times q}$.

- ogni coppia $\{A_i^m, C_i^m\}$, ($i = 1, \dots, N$), ($m = 1, \dots, l$), sia osservabile.

Tutto ciò premesso, l'obiettivo è quello di progettare una procedura FDI basata su modello tale che, per ogni guasto appartenente alla j -sima classe, $j = 1, \dots, f$:

1. l'influenza sui residui da parte dei disturbi e dei guasti non appartenenti alla j -sima classe sia opportunamente minimizzata;
2. l'influenza sui residui da parte dei guasti appartenenti alla j -sima classe sia opportunamente massimizzata;
3. l'occorrenza di falsi allarmi sia minima.

Il raggiungimento di tali requisiti, può essere ottenuto progettando un insieme di residui $r_j(t)$, ($j = 1, \dots, f$), il cui j -simo elemento dovrà essere pressochè nullo in assenza di guasti appartenenti alla j -sima classe, dovrà discostarsi significativamente da zero nel caso di occorrenza di un guasto appartenente alla j -sima classe.

Così come riportato nel Paragrafo 3.2, anche in questo caso è possibile definire due strategie per la progettazione dell'osservatore diagnostico: la prima basata su singolo osservatore, la seconda basata su un banco di osservatori.

Generatore dei Residui basato su Singolo Osservatore Diagnostico

In modo analogo a quanto fatto nel caso di sistemi LPV (Paragrafo 3.3.1), grazie all'ipotesi che il parametro $\rho(t)$ sia misurabile ed il modo ξ della catena di Markov sia direttamente accessibile, l'idea è quella di progettare un generatore di residui del tipo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\xi(\rho(t))\hat{x}(t) + B_\xi(\rho(t))u(t) + L_\xi(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_\xi(\rho(t))\hat{x}(t) + D_\xi(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = W_{j,\xi}(y(t) - \hat{y}(t)), \quad j = 1, \dots, f \end{cases} \quad (3.132)$$

in cui

- $r_j(t)$ indica il residuo atto ad rilevare ed isolare un guasto appartenente alla j -sima classe;
- $W_{j,\xi}$ è la matrice di segnatura dei guasti dipendente dal modo ξ che, per ogni valore $\xi = i$, presenta la seguente struttura:

$$W_{j,i}(\rho(t)) = \sum_{m=1}^l W_{j,i}^m \rho^m(t) \quad (3.133)$$

ed i cui valori sui vertici sono definiti a-priori in accordo con [21]:

$$W_{j,i}^m = I - C\hat{B}_{f_j,i}(C\hat{B}_{f_j,i})^+ \quad (3.134)$$

$i = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, l$, $j = 1, \dots, f$.

- la matrice di guadagno $L_{\hat{q}_i}(\rho(t))$ presenta la seguente struttura:

$$L_\xi(\rho(t)) = L_i(\rho(t)) = \sum_{m=1}^l L_i^m \rho^m(t). \quad (3.135)$$

Se il generatore dei residui (3.132) è applicato al sistema (3.130), allora l'errore di stima $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ ed il residuo $r_j(t)$ rispettano la seguente rappresentazione nello spazio di stato:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = (A_\xi(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))C_\xi(\rho(t)))e(t) + \\ \quad (B_{f_j,\xi}(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))D_{f_j,\xi}(\rho(t)))f_j(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j,\xi}(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))\hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) + \\ \quad (B_{d,\xi}(\rho(t))d(t) - L_\xi(\rho(t))D_{d,\xi}(\rho(t))) \\ r_j(t) = W_{j,\xi}C_\xi(\rho(t))e(t) + W_{j,\xi}D_{f_j,\xi}(\rho(t))f_j(t) + W_{j,\xi}\hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t))\hat{f}_j(t) + \\ \quad W_{j,\xi}D_{d,\xi}(\rho(t))d(t) \end{array} \right. \quad (3.136)$$

Il filtro così ottenuto (3.136) deve garantire quindi che il residuo relativo alla j -sima classe di guasto abbia le seguenti proprietà:

- minimizzazione degli effetti dei disturbi e degli effetti relativi ai guasti appartenenti a classi $k \neq j$;
- massimizzazione della sensitività alla j -sima classe di guasto.

Un concetto chiave nella progettazione del generatore dei residui (3.136) è relativo alla *stabilità stocastica* (si veda il Paragrafo 2.4) che consente di formulare le condizioni FDI in termini di disuguaglianze lineari matriciali.

Partendo dalla definizione di stabilità stocastica, è possibile dimostrare che la relazione (2.38) equivale a soddisfare le N disuguaglianze matriciali, nelle matrici A_i , P_i , $i = 1, \dots, N$ e probabilità di transizione γ_{ir} , di seguito riportate:

$$A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_r \preceq 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (3.137)$$

Pertanto a partire dalla definizione di stabilità stocastica e considerando la (3.136) è possibile formulare il problema FDI come segue.

Problema MV-LPV-FDI-1 - Data una funzione di Lyapunov del tipo

$$V(t) = x^T(t)P_\xi x(t) \quad (3.138)$$

trovare matrici di guadagno dell'osservatore $L_i^m \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, l$ e scalari α_d , α_f e β tali che:

$$\begin{array}{l} \min_{L_i^m \in \mathbb{R}^{n \times p}} a_1 \alpha_d^2 + a_2 \alpha_f^2 - a_3 \beta^2 \\ s.t. \end{array} \quad (3.139)$$

$$\int \mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV(t)}{dt} \right] dt < \int_0^\infty \alpha_d^2 \|d(t)\|_2^2 - \|r_{j,d}(t)\|_2^2 dt, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.140)$$

$$\int \mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV(t)}{dt} \right] dt < \int_0^\infty \alpha_f^2 \|\hat{f}_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,\hat{f}}(t)\|_2^2 dt, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.141)$$

$$- \int \mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV(t)}{dt} \right] dt > \int_0^\infty \beta^2 \|f_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2 dt, \quad j = 1, \dots, f. \quad (3.142)$$

in cui

- a_1 , a_2 e a_3 sono scalari positivi utilizzati per ottenere un buon compromesso tra rilevazione dei disturbi e guasti appartenenti a classi $k \neq j$ e sensitività ai guasti appartenenti alle classe j .
- $f_j(t)$ e $r_{j,f}$ indicano rispettivamente la j -sima classe di guasto ed il relativo residuo sotto l'ipotesi di assenza di disturbi e guasti non appartenenti alla j -sima classe;
- $r_{j,d}(t)$ indica il j -simo residuo in assenza di guasti;
- $\hat{f}_j(t)$ e $r_{j,\hat{f}}$ indicano rispettivamente tutti i segnali di guasto eccetto quelli appartenenti alla j -sima classe ed i relativi residui, sotto l'ipotesi di assenza di disturbi e guasti appartenenti alla j -sima classe;
- la disuguaglianza (3.140) è associata alla seguente realizzazione stocastica, lineare tempo variante dipendente da parametro, dal disturbo al residuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_\xi(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))C_\xi(\rho(t)))x(t) + \\ \quad (B_{d,\xi}(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))D_{d,\xi}(\rho(t)))d(t) \\ r_{j,d}(t) = W_{j,\xi}C_\xi(\rho(t))x(t) + W_{j,\xi}D_{d,\xi}(\rho(t))d(t) \end{cases} \quad (3.143)$$

- la disuguaglianza (3.141) è associata alla seguente realizzazione stocastica, lineare tempo variante dipendente da parametro, dai guasti (eccetto il j -simo) al residuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_\xi(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))C_\xi(\rho(t)))x(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j,\xi}(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))\hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) \\ r_{j,\hat{f}}(t) = W_{j,\xi}C_\xi(\rho(t))x(t) + W_{j,\xi}\hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \end{cases} \quad (3.144)$$

- la disuguaglianza (3.142) è associata alla seguente realizzazione stocastica lineare tempo variante dipendente da parametro dal j -simo guasto al residuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_\xi(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))C_\xi(\rho(t)))x(t) + \\ \quad (B_{f,\xi}(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t))D_{f,\xi}(\rho(t)))f_j(t) \\ r_{j,f}(t) = W_{j,\xi}C_\xi(\rho(t))x(t) + W_{j,\xi}D_{f_j,\xi}(\rho(t))d(t) \end{cases} \quad (3.145)$$

Così come nel caso deterministico, il precedente problema può essere risolto attraverso una procedura di ottimizzazione basata sulle LMI.

Inoltre il teorema seguente consente di ricavare i vincoli LMI grazie a cui la funzione obiettivo (3.139) soggetta a vincoli (3.140)-(3.142) può essere minimizzata.

Teorema 3.7 *Il problema MV-FDI-LPV-1 può essere risolto se il problema di ottimizzazione convessa, espresso attraverso le seguenti 3Nlk LMI con matrici incognite $P_i = P_i^T > 0$ e guadagni $K_i^m \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, l$,*

$$\min_{P_i, K_i^m, \alpha_d, \alpha_f, \beta_f} a_1 \alpha_d^2 + a_2 \alpha_f^2 - a_3 \beta_f^2 \quad (3.146)$$

s.t.

$$\left[\begin{array}{c} He(P_i A_i^m - K_i^m C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_r \quad P_i B_{d,i}^m - K_i^m W_{j,i} D_{d,i}^m \\ * \\ D_{d,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} D_{d,i}^m - \alpha_d^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.147)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

$$\left[\begin{array}{c} He(P_i A_i^m - K_i^m C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_r \quad P_i \hat{B}_{f,j,i}^m - K_i^m W_{j,i} \hat{D}_{f,j,i}^m \\ * \\ \hat{D}_{f,j,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} \hat{D}_{f,j,i}^m - \alpha_f^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.148)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

$$\left[\begin{array}{c} He(P_i A_i^m - K_i^m C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_r \quad P_i B_{f,j,i}^m - K_i^m W_{j,i} D_{f,j,i}^m \\ * \\ -D_{f,j,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} D_{f,j,i}^m + \beta_f^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.149)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

ammette soluzione. Inoltre, il guadagno dell'osservatore diagnostico è dato da $L_i^m = P_i^{-1} K_i^m$.

Dimostrazione. Consideriamo la condizione (3.140). Il valore atteso della derivata totale rispetto al tempo della $V(t) = x^T(t) P_\xi x(t)$, valutato sulla realizzazione (3.143) è pari a

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\xi \left\{ \frac{dV}{dt} \right\} &= \mathbb{E}_\xi \left\{ \dot{x}^T(t) P_\xi x(t) + x(t)^T P_\xi \dot{x}(t) + x^T(t) \frac{dP_\xi}{dt} x(t) \right\} = \\ &= \mathbb{E}_\xi \left\{ He \left[x^T(t) P_\xi (A_\xi(\rho(t)) - L_\xi(\rho(t)) C_\xi(\rho(t))) x(t) + ((B_{d,\xi}(\rho(t)) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. L_\xi(\rho(t)) D_{d,\xi}(\rho(t))) d(t) \right] + x^T(t) \frac{dP_\xi}{dt} x(t) \right\} \end{aligned} \quad (3.150)$$

Assumendo che all'istante di tempo corrente t il modo della catena di Markov sia $\xi_t = i$, allora la (3.150) diventa

$$\begin{aligned}
 & He \left[x^T(t) P_i ((A_i(\rho(t)) - L_i(\rho(t)) C_i(\rho(t))) x(t) + ((B_{d,i}(\rho(t)) - \right. \\
 & \left. L_i(\rho(t)) D_{d,i}(\rho(t))) d(t) \right] + x^T(t) \mathbb{E}_\xi \left\{ \frac{dP_\xi}{dt} \Big|_{\xi_t=i} \right\} x(t)
 \end{aligned} \quad (3.151)$$

Osservando inoltre che il termine

$$\mathbb{E}_\xi \left\{ \frac{dP_\xi}{dt} \Big|_{\xi_t=i} \right\} \quad (3.152)$$

può essere espresso, per ogni coppia di modi (i, r) della catena di Markov, in termini di velocità di transizione

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_{\xi_{t+h}=r | \xi_t=i} - P_{\xi_t=i}}{h} = \gamma_{ir} P_i$$

allora, considerando l'unione di tutti i possibili eventi rispetto allo stato corrente, otteniamo

$$\mathbb{E}_\xi \left\{ \frac{dP_\xi}{dt} \Big|_{\xi_t=i} \right\} = \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_r$$

Di conseguenza la disuguaglianza (3.143), espressa sotto forma di Bounded Real Lemma stocastico, può essere riscritta, per ogni modo i e per ogni classe di guasto j , come

$$\begin{aligned}
 & He \left[x^T(t) P_i ((A_i(\rho(t)) - L_i(\rho(t)) C_i(\rho(t))) x(t) + (B_{d,i}(\rho(t)) - L_i(\rho(t)) D_{d,i}(\rho(t)))) \right] + \\
 & \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} x^T(t) P_r x(t) - \alpha_d^2 d^T(t) d(t) + \\
 & \left(W_{j,i}^m B_{d,i}(\rho(t)) x(t) + W_{j,i}^m D_{d,i}(\rho(t)) d(t) \right)^T \left(W_{j,i}^m B_{d,i}(\rho(t)) x(t) + W_{j,i}^m D_{d,i}(\rho(t)) d(t) \right) \leq 0
 \end{aligned} \quad (3.153)$$

La precedente è soddisfatta se la seguente disuguaglianza matriciale

$$\left[\begin{array}{cc} He (P_i A_i^m - K_i^m W_{j,i} C_i^m) + C_i^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} C_i^m + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_r & P_i B_{d,i}^m - K_i^m W_{j,i} D_{d,i}^m \\ * & D_{d,i}^{T,m} W_{j,i}^T W_{j,i} D_{d,i}^m - \alpha_d^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.154)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

è soddisfatta. Se la precedente disuguaglianza è valutata su tutti i vertici del sistema, per ogni modo i e per ogni classe di guasto j , e considerando che $L_i^m = P_i^{-1} K_i^m$, allora attraverso una trasformazione di congruenza standard è possibile ricavare le LMI (3.147). In modo del tutto analogo è possibile ricavare le LMI (3.144) e (3.145).

□

Generatore dei Residui basato su Banco di Osservatori Diagnostici

Nella sezione precedente è stato descritto un paradigma di diagnosi dei guasti che, ad ogni modo ξ della catena di Markov, associa un generatore dei residui

basato su singolo osservatore diagnostico. In questa sezione, invece, si descrive un approccio che, ad ogni modo ξ della catena di Markov, associa un generatore dei residui basato su un banco di osservatori diagnostici.

Poichè l'obiettivo è quello di rilevare ed isolare malfunzionamenti appartenenti alla j -sima classe, $j = 1, \dots, f$, consideriamo il seguente modello J-LPV

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = A_\xi(\rho(t))x(t) + B_\xi(\rho(t))u(t) + B_{d,\xi}(\rho(t))d(t) + \\ \quad B_{f_j,\xi}(\rho(t))f_j(t) + \hat{B}_{f_j,\xi}(\rho(t))\hat{f}_j(t) \\ y_1(t) = C_{1,\xi}(\rho(t))x(t) + D_{1,\xi}(\rho(t))u(t) + D_{d,1,\xi}(\rho(t))d(t) + \\ \quad D_{f_1,\xi}(\rho(t))f_1(t) + \hat{D}_{f_1,\xi}(\rho(t))\hat{f}_1(t) \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ y_f(t) = C_{f,\xi}(\rho(t))x(t) + D_{f,\xi}(\rho(t))u(t) + D_{d,f,\xi}(\rho(t))d(t) + \\ \quad D_{f_f,\xi}(\rho(t))f_f(t) + \hat{D}_{f_f,\xi}(\rho(t))\hat{f}_f(t) \end{array} \right. \quad (3.155)$$

dove il segnale di uscita $y(t)$ è riscritto come un insieme di f segnali, in cui f indica il numero di classi distinte da considerare.

Sfruttando l'ipotesi che il parametro $\rho(t)$ sia misurabile ed il modo ξ della catena di Markov sia direttamente accessibile, l'idea è quella di progettare un generatore dei residui del tipo

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}(t) = A_\xi(\rho(t))\hat{x}(t) + B_\xi(\rho(t))u(t) + L_{j,\xi}(\rho(t))(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}_j(t) = C_{j,\xi}(\rho(t))\hat{x}(t) + D_{j,\xi}(\rho(t))u(t) \\ r_j(t) = y_j(t) - \hat{y}_j(t) \end{array} \right. \quad (3.156)$$

in cui

- $r_j(t)$, per ogni ξ , rappresenta il residuo il cui compito è quello di individuare ed isolare il j -simo guasto;
- il guadagno del filtro possiede la seguente struttura

$$L_{j,\xi}(\rho(t)) = \sum_{m=1}^l \rho_i(t) L_{m,\xi}^j \quad (3.157)$$

Se il generatore dei residui (3.152) è applicato al sistema (3.153) allora l'errore di stima $e(t) \triangleq x(t) - \hat{x}(t)$ ed il residuo $r_j(t)$ rispettano la seguente rappresentazione nello spazio di stato:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}(t) = (A_\xi(\rho(t)) - L_{j,\xi}(\rho(t))C_{j,\xi}(\rho(t)))e(t) + \\ \quad (B_{f_j,\xi}(\rho(t)) - L_{j,\xi}(\rho(t))D_{f_j,\xi}(\rho(t)))f_j(t) + \\ \quad (\hat{B}_{f_j,\xi}(\rho(t)) - L_{j,\xi}(\rho(t))\hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t)))\hat{f}_j(t) + \\ \quad (B_{d,\xi}(\rho(t)) - L_{j,\xi}(\rho(t))D_{d,\xi}(\rho(t)))d(t) \\ r_j(t) = C_{j,\xi}(\rho(t))e(t) + D_{f_j,\xi}(\rho(t))f_j(t) + \\ \quad \hat{D}_{f_j,\xi}(\rho(t))\hat{f}_j(t) + D_{d_j,\xi}(\rho(t))d(t) \end{array} \right. \quad (3.158)$$

Il filtro così ottenuto (3.158) deve garantire quindi che il residuo $r_j(t)$ abbia le seguenti proprietà:

- minimizzazione degli effetti dei disturbi e degli effetti relativi ai guasti appartenenti a classi $k \neq j$;
- massimizzazione della sensitività alla j -sima classe di guasto.

Il generatore dei residui (3.158) può essere ottenuto attraverso la risoluzione di un problema multi-obiettivo. Il concetto chiave è quello di *stabilità stocastica* che, come mostrato nel paragrafo precedente, consente di formulare le condizioni FDI in termini di disuguaglianze lineari matriciali.

Pertanto a partire dalla definizione di stabilità stocastica è possibile formulare il problema FDI come segue.

Problema MV-LPV-FDI-2 - Dato il j -simo osservatore (3.158), $j = 1, \dots, f$, e la corrispondente funzione di Lyapunov relativa al modo ξ della catena di Markov

$$\begin{aligned} V_\xi(t) &= x^T(t)P_{\xi,j}x(t) \\ \xi &\in 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.159)$$

trovare matrici di guadagno dell'osservatore $L(i,j)^m$ e scalari $\alpha_{d,j}$, $\alpha_{f,j}$ e $\beta_{f,j}$ tali che:

$$\begin{aligned} \min_{L(i,j)^m \in \mathbb{R}^{n \times p}} \quad & a_1 \alpha_{d,j}^2 + a_2 \alpha_{f,j}^2 - a_3 \beta_{f,j}^2 \\ \text{s.t.} \quad & \end{aligned} \quad (3.160)$$

$$\int \mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV(t)}{dt} \right] dt < \int_0^\infty \alpha_{d,j}^2 \|d(t)\|_2^2 - \|r_{j,d}(t)\|_2^2 dt, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.161)$$

$$\int \mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV(t)}{dt} \right] dt < \int_0^\infty \alpha_{f,j}^2 \|\hat{f}_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2 dt, \quad j = 1, \dots, f \quad (3.162)$$

$$- \int \mathbb{E}_\xi \left[\frac{dV(t)}{dt} \right] dt > \int_0^\infty \beta_{f,j}^2 \|f_j(t)\|_2^2 - \|r_{j,f}(t)\|_2^2 dt, \quad j = 1, \dots, f. \quad (3.163)$$

Così come nel caso del singolo osservatore diagnostico, il precedente problema può essere risolto attraverso una procedura di ottimizzazione basata sulle

LMI.

Si noti che nella precedente a_1 , a_2 e a_3 sono scalari positivi utilizzati per ottenere un buon compromesso tra reiezione dei disturbi e guasti appartenenti a classi $k \neq j$ e sensitività ai guasti appartenenti alle classe j .

Teorema 3.8 *Il problema MV-FDI-LPV-2 può essere risolto se il problema di ottimizzazione convessa, espresso attraverso le seguenti 3Nlf LMI con matrici incognite $P_{(i,j)} = P_{(i,j)}^T > 0$ e guadagni $K_{(i,j)}^m \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $i = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, l$, $j = 1, \dots, f$*

$$\min_{P_{(i,j)}, K_{(i,j)}^m, \alpha_{d,j}, \alpha_{f,j}, \beta_{f,j}} a_1 \alpha_{d,j}^2 + a_2 \alpha_{f,j}^2 - a_3 \beta_{f,j}^2 \quad (3.164)$$

s.t.

$$\left[\begin{array}{c} He \left[\left(P_{(i,j)} A_i^m - K_{(i,j)}^m C_{(i,j)}^m \right) \right] + C_{(i,j)}^{T,m} C_{(i,j)}^m + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_{(j,r)} P_{(i,j)} B_{d,i}^m - K_{(i,j)}^m D_{d,(i,j)}^m \\ * \\ D_{d,(i,j)}^{T,m} D_{d,(i,j)}^m - \alpha_{d,j}^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.165)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

$$\left[\begin{array}{c} He \left[\left(P_{(i,j)} A_i^m - K_{(i,j)}^m C_{(i,j)}^m \right) \right] + C_{(i,j)}^{T,m} + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_{(j,r)} C_{(i,j)}^m P_{(i,j)} \hat{B}_{fj,i}^m - K_{(i,j)}^m \hat{D}_{fj,(i,j)}^m \\ * \\ \hat{D}_{fj,(i,j)}^{T,m} \hat{D}_{fj,(i,j)}^m - \alpha_{f,j}^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.166)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

$$\left[\begin{array}{c} He \left[\left(P_{(i,j)} A_i^m - K_{(i,j)}^m C_{(i,j)}^m \right) \right] + C_{(i,j)}^{T,m} C_{(i,j)}^m + \sum_{r=1}^N \gamma_{ir} P_{(j,r)} P_{(i,j)} B_{fj,i}^m - K_{(i,j)}^m D_{fj,(i,j)}^m \\ * \\ -D_{fj,(i,j)}^{T,m} D_{fj,(i,j)}^m + \beta_{f,j}^2 I \end{array} \right] \preceq 0, \quad (3.167)$$

$i = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, f$

ammette soluzione. Inoltre, il guadagno dell'osservatore diagnostico è dato da $L_{(i,j)}^m = P_{(i,j)}^{-1} K_{(i,j)}^m$.

Dimostrazione. La dimostrazione di tale teorema è analoga alla dimostrazione del Teorema 3.7 riportata nel Paragrafo 3.6.

□

3.7 Conclusioni

In questo capitolo sono state descritte strategie di rilevazione ed isolamento guasti che prevedono la risoluzione di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo, su intervallo frequenziale definito a-priori, basato su vincoli

H_∞/H_- . Tali strategie sono state definite sia per sistemi lineari tempo varianti dipendenti da parametro (LPV), sia per sistemi LPV ibridi, cioè sistemi che presentano al tempo stesso variabili continue e discrete, con riferimento sia ad un contesto deterministico (H-LPV), sia ad un riferimento stocastico (J-LPV). Sono stati proposti due approcci per la risoluzione del problema: il primo basato su singolo osservatore diagnostico LPV, il secondo basato su un banco di osservatori diagnostici LPV. Inoltre con lo scopo di fornire un'efficiente diagnosi dei guasti sono state definite opportune metodologie riguardanti la progettazione delle funzioni di valutazione dei residui e delle relative soglie.

Metodologie FDI per Motori a Combustione Interna

Questo capitolo ha l'obiettivo di proporre metodologie FDI applicabili nel settore automotive con particolare riferimento al motore a combustione interna. Dopo una breve introduzione sulla normativa OBDI/II e sullo stato dell'arte delle diagnosi basate su modello nel settore automotive, si descriverà il principio di funzionamento del motore a combustione interna. Si definirà, quindi, una rappresentazione matematica non-lineare ai valori medi da cui si ricaverà un'approssimazione LPV basata sull'interpolazione convessa di una famiglia di modelli linearizzati. Saranno quindi proposti e confrontati due metodi di diagnosi, entrambi basati sulla teoria degli osservatori alla Luenberger. Più precisamente, la prima metodologia diagnostica prevede la definizione di uno schema basato su singolo osservatore LPV, in grado di garantire un buon livello di attenuazione dei disturbi e nel contempo fornire una sensibilità significativa ai guasti. La seconda metodologia prevede invece la definizione di uno schema basato su banco di osservatori LPV, ciascuno dei quali ha il compito di rilevare una particolare classe di guasto e garantire un basso livello di sensibilità agli altri guasti ed ai segnali di disturbo. Inoltre si procederà alla validazione dell'approssimazione LPV definita e si verificheranno, attraverso una serie di simulazioni numeriche, le proprietà diagnostiche delle architetture FDI proposte.

4.1 Introduzione

Le case produttrici di automobili sono sempre più interessate a dotare i propri veicoli di dispositivi diagnostici di bordo efficienti ed affidabili. Tale interesse è dovuto al fatto che le normative in materia di inquinati diventano sempre più rigide ed obbligano le case produttrici a ridurre al minimo le emissioni nocive dovute a componenti che presentano anomalie nel loro funzionamento. I primi contributi legislativi in tal senso, noti con il nome di *On Board Diagnostic* (OBD), sono stati prodotti in California nel 1988 dal **California Air Resource Board** (CARB) [68]. Questa regolamentazione, 'progenitrice' di tutte

le normative in materia di inquinanti, fu applicata per la prima volta in California e successivamente estesa a tutti gli Stati Uniti d'America (USA) dalla **Federal Environmental Protection Agency** (EPA). Nel 1994, sempre in California, viene introdotta la OBDII, una normativa più rigida rispetto alla precedente, che negli anni successivi venne recepita anche dagli Stati membri dell'Unione Europea (UE) sotto il nome di *European On Board Diagnostic I/II* (EOBDI/II).

In estrema sintesi, tale normativa prevede che il veicolo si doti di un indicatore luminoso (Malfunction Indicator Light - MIL) che si 'accenda' nel momento in cui vengono rilevati guasti o malfunzionamenti all'interno del sistema anti-emissioni. Per questo motivo, i produttori di automobili prevedono all'interno dei loro sistemi diagnostici algoritmi specifici atti a verificare l'efficienza del catalizzatore, l'occorrenza di *accensioni irregolari* durante la combustione, l'efficienza della sonda lambda e che la combustione avvenga sempre ad un valore stechiometrico.

Quindi il sistema diagnostico ha il compito di verificare quanto sopra specificato e, nel caso di comportamento anomalo, di attivare l'opportuna strategia di *riconfigurazione*. Inoltre, nel caso di occorrenza di eventuali malfunzionamenti ed una volta attivato l'indicatore luminoso (MIL), il sistema diagnostico deve provvedere in tempo utile alla memorizzazione di un codice d'errore (Diagnostic Trouble Code - DTC) nella centralina elettronica di controllo (ECU).

Le principali motivazioni che spingono all'utilizzo di un sistema diagnostico di bordo possono essere brevemente sintetizzate come segue:

- il personale specializzato utilizzando il DTC memorizzato in centralina può individuare e sostituire in tempi rapidi il componente guasto;
- se un guasto 'compare' durante il normale funzionamento, il sistema viene 'forzato' nella condizione di *limp home* che prevede l'esclusione del componente danneggiato dal sistema di controllo e l'attivazione di opportune strategie di recovery;
- il sistema diagnostico avvisando il guidatore della presenza di un guasto consente al guidatore stesso di rivolgersi al centro assistenza più vicino evitando, quindi, danni maggiori;
- l'occorrenza di un guasto è spesso causa dell'aumento delle emissioni di un veicolo; pertanto è necessario rilevare in tempo il guasto in modo tale che il veicolo possa essere riparato rapidamente.

I sistemi diagnostici utilizzati nel settore automotive sono basati sul superamento di soglie di normale funzionamento: ad esempio, se il segnale di un sensore supera un prefissato valore di soglia allora viene generato un allarme. Il punto debole di tali sistemi di diagnosi riguarda la loro dipendenza dalle condizioni operative del sistema.

I sistemi di diagnosi *model based* rappresentano un'alternativa ai sistemi di diagnosi tradizionali. In letteratura, sono presenti diversi contributi in materia [58, 60, 62, 64]. In base al tipo di strategia scelta per la definizione del modello, possono essere definiti sistemi FDI sostanzialmente differenti; ad esempio

esistono approcci di tipo statistico, approcci ad eventi-discreti, approcci basati sull'intelligenza artificiale, ecc..., [27].

I primi risultati rilevanti, relativi al contesto applicativo dei sistemi automotive, sono reperibili nei lavori di Paoella e Cho [58, 69], in cui è proposto un schema FDI basato su filtro di Kalman esteso non-lineare. Il sistema FDI proposto, validato attraverso simulazioni numeriche, è atto a rilevare la presenza di malfunzionamenti nella trasmissione del motore e nei sensori di velocità delle ruote.

Rizzoni et al., [60, 62, 64] hanno proposto uno sistema diagnostico basato su un modello linearizzato del motore del quarto ordine. Il sistema di diagnosi proposto prevede la generazione di due residui il cui obiettivo è quello di rilevare guasti di attuatore (valvola a farfalla) e di processo (collettore di aspirazione), basandosi sui valori dell'angolo di farfalla, della velocità di rotazione dell'albero motore e della pressione nel collettore di aspirazione. Il sistema proposto è stato applicato con successo ad un motore Ford 3.0 litri ma solo su un range operativo limitato a valori di pressione compresi tra 56 – 60 KPa e di giri compresi tra 1050 – 1130 rpm.

In Gertler et al., [70, 72], viene proposto un approccio basato sull'equazioni di parità lineari al fine di diagnosticare guasti sul sensore di misura dell'angolo di farfalla, sulla valvola EGR, sugli iniettori, sul sensore di pressione, sul sensore giri e sulla sonda lambda.

In Nyberg, [73, 74, 75], viene presentato un sistema diagnostico basato su un modello non-lineare e sulla combinazione di metodi differenti di generazione dei residui. Tale framework diagnostico, validato su un motore reale, è in grado di rilevare ed isolare guasti sulla valvola a farfalla, sul sensore di misura dell'angolo della valvola a farfalla, sul sensore di portata dell'aria e sul sensore di pressione.

Da quanto detto risulta evidente che il modello gioca un ruolo fondamentale nella definizione di uno schema diagnostico basato su modello.

Un'interessante area di ricerca fa riferimento alla definizione di approssimazioni LPV del modello del motore. In tale contesto, i contributi principali riguardano i framework LPV definiti Glover, Zhang e Genç, [76, 77, 78]. In [76] è proposto un controllore gain-scheduling basato su un modello qLPV del terzo ordine del collettore di aspirazione di un motore turbodiesel. Tale modello è ottenuto utilizzando come variabile di scheduling la pressione del collettore di aspirazione.

In [77] è presentato uno schema di controllo titolo basato sulla retroazione del segnale del sensore lambda (post-LNT UEGO). Il controllore è di tipo LPV ed costruito considerando come variabile di scheduling il ritardo τ tra l'iniezione di carburante e l'uscita del sensore. In particolare vengono sfruttate le dipendenze del ritardo τ dalla velocità di rotazione dell'albero motore e dalla portata d'aria in ingresso ai cilindri.

In [78] è presentato e validato uno schema LPV del sistema aria/benzina. Tale schema LPV presenta una struttura LFT (Linear Fractional Transformation)

che varia con i valori di pressione del collettore e con il timing delle valvole. Nonostante questi siano contributi rilevanti nel contesto dei sistemi LPV, riguardano solo schemi di controllo e non affrontano il problema della stima; inoltre non vengono mai prese in considerazione le dinamiche dell'albero motore.

Partendo da queste considerazioni, l'obiettivo di questo capitolo è quello di:

1. sviluppare e validare un modello ai valori medi del motore a combustione interna che prenda in considerazione le dinamiche dell'aria, della benzina e dell'albero motore.
2. definire un'approssimazione LPV del modello matematico del motore;
3. progettare uno sistema FDI basato su modello e valutare le sue prestazioni e robustezza in un ambiente di simulazione.

Il vantaggio nell'uso di approssimazioni LPV riguarda la possibilità di descrivere in modo compatto un sistema soggetto a transizioni tra le diverse condizioni operative che sono associate a variazioni di alcuni parametri fondamentali del sistema stesso.

Il punto chiave del sistema FDI proposto consiste nella definizione di un filtro FDI-LPV multi-modello, 'schedulato' in tempo reale attraverso alcune variabili significative del motore a combustione interna. Tale schema diagnostico, così come discusso nel Capitolo 3, è progettato attraverso un approccio frequenziale basato su criterio H_∞/H_- e prevede la definizione di due sistemi FDI, il primo basato su Singolo Osservatore, il secondo basato su Banco di Osservatori. L'idea di fondo è quella di cercare un compromesso tra il criterio di reiezione dei disturbi e quello di sensitività ai guasti su un intervallo frequenziale predefinito (si veda il Capitolo 3 per ulteriori dettagli).

In quel che segue si discuteranno i principali aspetti del funzionamento di un motore a combustione interna e se ne ricaverà una dettagliata rappresentazione matematica non-lineare. Sulla base del modello non-lineare costruito sarà definita e validata un'approssimazione LPV che sarà utilizzata per progettare il framework diagnostico. Infine si verificheranno le proprietà diagnostiche del sistema FDI proposto attraverso una serie di simulazioni numeriche.

4.2 I Motori a Combustione Interna

I motori a combustione interna sono macchine motrici termiche a funzionamento ciclico, che convertono in lavoro meccanico l'energia liberata bruciando combustibili all'interno della macchina stessa.

Il fluido di lavoro che, espandendosi e comprimendosi, scambia energia con gli organi mobili della macchina, è costituito da aria e combustibile prima della combustione e dai prodotti dell'ossidazione del combustibile in aria dopo tale processo. Nei motori ad accensione comandata, o motori a ciclo Otto, la combustione della miscela di aria e vapori di benzina viene attivata da una

scintilla fatta scoccare tra gli elettrodi di una candela, realizzando così una combustione molto rapida, idealmente a volume costante.

Nei motori a quattro tempi più di metà del ciclo di lavoro, che ha la durata di quattro corse del pistone, ossia due giri dell'albero motore, è dedicata all'espulsione dei gas combusti ed alla aspirazione della carica fresca ad opera del pistone. La regolazione della potenza disponibile viene effettuata tramite variazione della massa di miscela aria-benzina aspirata per ciclo, agendo sulla valvola a farfalla che viene aperta e chiusa dal pedale di accelerazione.

Nei motori ad iniezione elettronica la quantità di benzina necessaria al buon funzionamento del motore viene regolata dalla centralina di controllo del motore, *ECU - Electronic Control Unit*, in funzione del valore dei segnali provenienti da diversi sensori localizzati sul motore o nei condotti di aspirazione e scarico. A tal proposito si definisce il rapporto aria/benzina (A/F) normalizzato come

$$\lambda = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \frac{1}{14.67}$$

Tale rapporto è utilizzato per garantire attraverso il controllo titolo una buona combustione. La benzina viene quindi iniettata nel collettore di aspirazione da uno o più iniettori comandati elettronicamente.

L'introduzione del controllo elettronico dei motori a combustione interna è giustificata dalle seguenti esigenze:

1. Guidabilità, intesa in generale come la richiesta di buone prestazioni del motore in tutte le possibili condizioni di funzionamento. Ad esempio, nelle condizioni di minimo il motore deve avere un numero di giri stabile anche a seguito di improvvise richieste di potenza da parte di strumenti ausiliari come il condizionatore; il motore deve garantire una ripresa sufficiente in tutte le condizioni di apertura della farfalla, e così via.
2. Minimizzare il consumo di carburante.
3. Minimizzare le emissioni di gas inquinanti.

In particolare, l'adozione da parte della Comunità Europea di normative via via più stringenti di regolamentazione della quantità di emissioni inquinanti, introdotte inizialmente in California e quindi nel resto degli Stati Uniti ed in Europa, ha obbligato le case produttrici di autoveicoli ad utilizzare non solo nuovi strumenti essenziali al raggiungimento di questo obiettivo, come il convertitore catalitico, ma a porre un'attenzione man mano crescente alle strategie di controllo motore.

I primi limiti alla produzione di emissioni inquinanti sono stati introdotti dalla Comunità Europea nel 1971. A partire da quella data, i limiti sono stati periodicamente abbassati, al fine di limitare l'inquinamento atmosferico generato dagli autoveicoli commerciali, in particolare nei grandi centri urbani, e di condurre le case automobilistiche europee alla produzione di veicoli a bassissimo inquinamento.

Negli ultimi anni sono inoltre state introdotte normative stringenti che impongono l'implementazione in centralina di algoritmi di monitoraggio e diagnostica di tutti i componenti in qualche modo legati alla produzione di inquinanti. Lo scopo è quello di rilevare in tempi brevi la presenza di comportamenti anomali o guasti dei sensori, degli attuatori o del processo stesso, che possono provocare emissioni inquinanti oltre i limiti stabiliti. Opportune strategie devono quindi compensare il malfunzionamento dei dispositivi, o al contrario segnalarne all'utente la presenza ed agevolare l'individuazione e la correzione del guasto da parte dei tecnici della manutenzione.

Le principali funzioni che un sistema di controllo motore deve implementare sono:

1. controllo della quantità di carburante da iniettare e dell'istante di iniezione, per ottenere una miscela avente un rapporto ottimale di aria e benzina;
2. controllo dell'anticipo di accensione, per erogare la coppia necessaria ad un buon funzionamento del veicolo;
3. controllo dell'aria supplementare nelle condizioni di funzionamento al minimo, per mantenere il numero di giri stabile a seguito dell'accensione di dispositivi ausiliari, quali il sistema di condizionamento del veicolo od il servosterzo, in tutte le condizioni ambientali e di temperatura del motore.

In particolare, il controllo del rapporto aria/benzina, detto anche titolo, è attualmente realizzato mediante strategie differenti in funzione della temperatura del motore: a motore freddo o nella fase di riscaldamento del motore, fase di warm-up, vengono utilizzati algoritmi di controllo in anello aperto, cioè algoritmi che non utilizzano retroazioni dei segnali di stato o di uscita, per la mancanza di affidabilità del segnale proveniente dalla sonda non lineare utilizzata per la misura del rapporto aria/benzina. Nel caso invece di motore caldo, il controllo viene effettuato tipicamente in anello chiuso, mediante l'uso di controllori di tipo PI, [11]. Strategie differenti vengono invece utilizzate per compensare le escursioni di titolo generate dall'apertura e chiusura improvvisa della valvola a farfalla, [9].

Ad ogni modo, l'implementazione di opportune strategie di controllo e diagnostica, e la taratura dei loro parametri, richiedono l'identificazione e la validazione di modelli per il controllo che godano di proprietà di compattezza e semplicità, oltre che di efficacia e correttezza.

4.3 Modello Matematico del Motore a Combustione Interna

In questo paragrafo viene analizzato il funzionamento del motore a combustione interna, rappresentato in Figura 4.1, e dei suoi principali sottosistemi.

L'obiettivo non è una trattazione esaustiva dell'argomento, ma una descrizione del motore come sistema, e quindi da un lato la comprensione dei principali fenomeni fisici aventi luogo nel motore e della loro dinamica, e dall'altro la presentazione di modelli matematici sufficientemente semplici e compatti da poter essere utilizzati nelle applicazioni di controllo e diagnosi. Un motore a

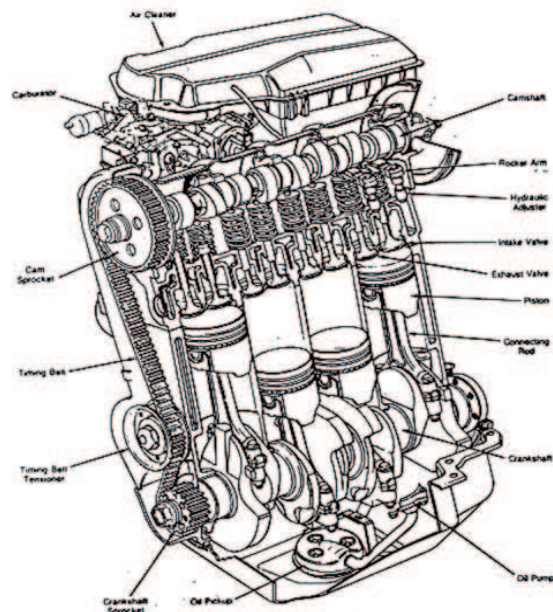


Figura 4.1. Motore a Combustione Interna

combustione interna può essere visto come un processo di tipo non lineare a più ingressi e più uscite. È evidente che l'identificazione e la validazione di modelli di motore che abbiano validità in tutto il possibile campo di funzionamento è un problema estremamente complicato.

Il tipo di modello preso in considerazione in questo ambito sono i Modelli ai Valori Medi, [9]. Sono modelli a parametri concentrati che descrivono la dinamica dei valori medi sul ciclo delle variabili del motore più rilevanti. Questi modelli nascono da considerazioni fisiche, ad esempio dai principi di conservazione e dalla legge di stato dei gas perfetti, ma alcuni parametri devono essere identificati tramite procedure di identificazione a scatola nera.

La caratteristica di tali modelli è che viene trascurata la dinamica di tutti quei fenomeni che si esauriscono all'interno del ciclo o in pochi cicli, e che quindi vengono rappresentati da equazioni algebriche. Sono invece rappresentati da equazioni differenziali quei fenomeni che si esauriscono tipicamente tra i 10 ed i 1000 cicli motore, come ad esempio il riempimento del collettore di alimentazione in seguito all'apertura della valvola a farfalla. Vengono infine

considerati in equilibrio tutti quei fenomeni la cui dinamica si esaurisce in un numero molto elevato di cicli motore. La temperatura del motore, ad esempio, viene considerata costante, ed il modello avrà quindi validità una volta esaurita la fase di warm-up.

Il modello è tipicamente costituito da tre equazioni differenziali non lineari, associate rispettivamente alla dinamica del sottosistema della portata d'aria, del sottosistema della portata di benzina e del sottosistema relativo alla dinamica dell'albero motore [9], e da un certo numero di equazioni algebriche che descrivono, ad esempio, la portata d'aria attraverso la valvola a farfalla o la combustione. In questi modelli coesistono la conoscenza dei fenomeni fisici, che generano la struttura delle equazioni differenziali, e l'identificazione a scatola nera per la stima di opportuni parametri, come i coefficienti di efflusso delle valvole o i rendimenti volumetrici, come sarà chiarito in seguito. I Modelli ai Valori Medi hanno dimostrato di poter predire con notevole accuratezza gli andamenti dei valori medi delle principali variabili motoristiche, pur rimanendo sostanzialmente compatti e semplici. Hanno inoltre il pregio di aiutare la comprensione dei fenomeni fisici aventi luogo nel motore e delle sue principali dinamiche. Sono per questo motivo estremamente utili nella fase di simulazione del motore, nelle fasi di definizione delle architetture di controllo e diagnosi, di sintesi e taratura degli algoritmi.

4.3.1 Funzionamento del Motore a Combustione Interna

La funzione di un motore a combustione interna è di trasformare in energia meccanica l'energia prodotta dalla combustione di una miscela composta da aria ed idrocarburi. Per ottenere questo scopo, i cilindri devono essere adeguatamente alimentati dalla miscela suddetta, chiamata anche carica fresca; un sistema di scarico deve inoltre espellere i residui della combustione, al fine di consentire un nuovo riempimento del cilindro e quindi una ulteriore combustione. Il funzionamento di un motore è dunque caratterizzato da un andamento pulsante, in cui vengono periodicamente ripetute le seguenti quattro fasi, vedi Figura 4.2:

- (a) **Aspirazione:** la miscela aria combustibile presente nel collettore di alimentazione entra attraverso la valvola di aspirazione nel cilindro. Il pompaggio è causato dalla differenza di pressione a cavallo della valvola, generata dal moto del pistone, dal punto morto superiore verso il punto morto inferiore, causato dalle combustioni precedenti.
- (b) **Compressione:** le valvole di aspirazione e di scarico vengono mantenute contemporaneamente chiuse, mentre il pistone, muovendo dal punto morto inferiore verso il punto morto superiore, comprime la miscela e determina un aumento della pressione nel cilindro. Alla fine della fase di compressione una scintilla viene generata tra gli elettrodi della candela. Inizia in questo modo la combustione della carica.
- (c) **Espansione:** la combustione della miscela genera un rapido aumento della pressione nel cilindro. Il pistone viene quindi spinto verso il basso ad

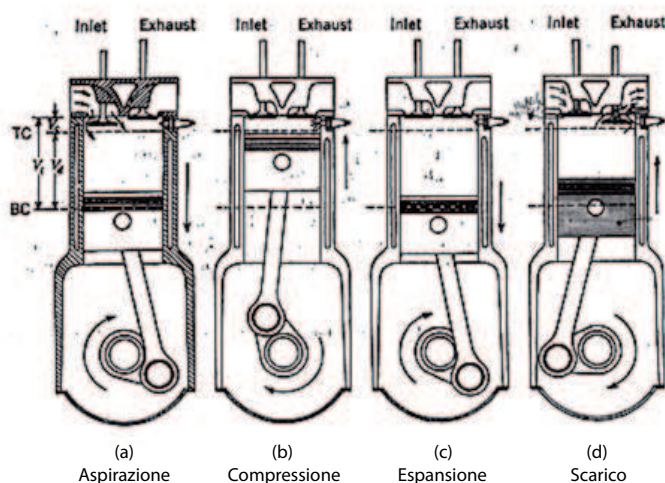


Figura 4.2. Le quattro fasi di un motore a combustione interna

elevata velocità. Anche in questa fase le valvole di aspirazione e di scarico vengono mantenute contemporaneamente chiuse.

- (d) **Scarico:** alla fine della fase di scoppio il pistone si trova al punto morto inferiore ed il cilindro è occupato dai residui della combustione. Viene quindi aperta la valvola di scarico. Una parte dei gas combusti esce rapidamente dal cilindro entrando nel collettore di scarico a causa dell'elevato salto di pressione a cavallo della valvola. Il moto del pistone verso il punto morto superiore espelle la rimanente parte dei residui della combustione. Alla fine della fase di scarico il pistone si trova al punto morto superiore ed i gas combusti sono stati completamente espulsi. Viene quindi chiusa la valvola di scarico ed aperta quella di aspirazione.

Per un efficace funzionamento del motore, sono fondamentali le fasi di aspirazione e di scarico. Il collettore di alimentazione è un condotto che convoglia l'aria esterna verso i cilindri. L'aria attraversa il filtro dell'aria e la valvola a farfalla ed entra quindi nel cilindro attraverso la valvola di alimentazione. La valvola a farfalla è costituita da un piatto di forma ellittica che ruota nel condotto, la cui apertura è regolata dall'autista attraverso un cavo che connette il pedale dell'acceleratore all'alberino della valvola stessa. Si può quindi vedere il collettore come un condotto il cui riempimento è determinato dalla maggiore o minore chiusura della valvola a farfalla decisa dall'autista, ed il cui svuotamento è causato dall'apertura della valvola di alimentazione, ad una frequenza legata alla velocità di rotazione dell'albero motore.

Il collettore di scarico è un condotto che convoglia i residui della combustione dal cilindro all'esterno attraverso la marmitta catalitica, la cui funzione è quella di ridurre le emissioni inquinanti dei gas combusti. Sul condotto di scarico si trova inoltre una sonda λ che ha la funzione di misurare il rapporto tra

la portata d'aria e quella di idrocarburi. Questa informazione viene utilizzata dalla centralina elettronica di controllo (ECU, Elettronic Control Unit) al fine di iniettare una quantità di combustibile tale da garantire i valori desiderati di rapporto aria/combustibile, e quindi le prestazioni desiderate del motore in termini di coppia erogata, consumi e produzione di emissioni inquinanti.

Il combustibile viene iniettato o da un unico iniettore a monte della valvola a farfalla, sistemi di iniezione Single Point, o da un numero di iniettori pari al numero di cilindri, sistemi di iniezione Multi Point, posti a monte delle valvole di alimentazione e generalmente rivolti verso le valvole stesse. Il moto impresso ai pistoni dalle combustioni si trasmette all'albero motore e da qui, attraverso un opportuno sistema di trasmissione, alle ruote.

4.4 Schema Funzionale del Motore a Combustione Interna

Dalla descrizione del paragrafo precedente si evince che il modello motore può essere efficacemente scomposto nei tre sotto-modelli della “portata aria”, della “portata benzina” e della “dinamica dell'albero motore”. Lo schema a blocchi che ne deriva è rappresentato nella figura 2.3. Di seguito viene riportata in

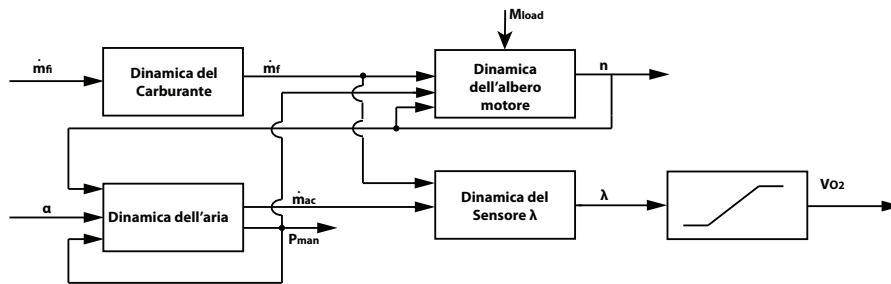


Figura 4.3. Schema funzionale del motore a combustione interna

dettaglio la struttura dei sotto-blocchi:

- **Dinamica aria:** descrive la dinamica della pressione del collettore di alimentazione e di conseguenza la portata d'aria entrante nei cilindri. Le sue variabili di ingresso sono l'angolo di farfalla α ed il numero di giri del motore n ; le sue variabili di uscita sono la pressione nel collettore, p_{man} , e la portata d'aria entrante nei cilindri, \dot{m}_{ac} . È composto da tre sotto-blocchi: il primo fornisce la portata d'aria attraverso la valvola a farfalla come funzione algebrica degli ingressi, il secondo la dinamica della pressione nel collettore di alimentazione ed il terzo la portata d'aria entrante nel cilindro come funzione algebrica della pressione nel collettore e del numero di giri dell'albero motore. Il sottoblocco può quindi essere modellato

mediante un'equazione differenziale non lineare che fornisce la dinamica della pressione, e da due equazioni algebriche.

- **Dinamica benzina:** la benzina iniettata si nebulizza in un insieme di goccioline di diametro variabile. Quelle più piccole evaporano immediatamente al contatto col flusso d'aria, mentre le più pesanti si depositano sul collettore di alimentazione a formare il cosiddetto *film fluido*. La benzina presente nel film fluido evapora con una dinamica assimilabile a quella di un sistema del primo ordine, la cui costante di tempo dipende principalmente dalla temperatura del collettore e secondariamente dal punto motore, ossia pressione nel collettore - numero di giri dell'albero motore. Il sottoblocco della portata benzina può quindi essere schematizzato da un polo la cui costante di tempo dipende in maniera non lineare dalle condizioni di funzionamento del motore. La variabile di uscita è la portata di benzina entrante nel cilindro, \dot{m}_f , mentre la variabile di ingresso è la portata di benzina iniettata, \dot{m}_{fi} .
- **Dinamica dell'albero motore:** è costituito da due sottoblocchi. Il primo modella la combustione e fornisce in uscita la potenza generata dalla combustione della carica, P_{ig} , come funzione algebrica della portata di benzina entrante nel cilindro, del rapporto aria/benzina, dell'angolo di anticipo di accensione, della pressione nel collettore e del numero di giri dell'albero motore. Il secondo è legato alla dinamica dell'albero motore ed ha un comportamento assimilabile a quello di un sistema del primo ordine, la cui costante di tempo dipende in maniera non lineare dal punto motore. La variabile di uscita è la velocità di rotazione dell'albero. Per modellare completamente il sottoblocco è necessario considerare le potenze di attrito spese per vincere gli attriti tra pistone e cilindro e dei vari componenti preposti alla trasmissione del moto, e la potenza di pompaggio spesa dal sistema per aspirare la carica fresca ed espellere i gas combusti.

Complessivamente, quindi, il sistema può essere caratterizzato come la connessione di tre blocchi, assimilabili a sistemi lineari del primo ordine, con costanti di tempo che dipendono in maniera non lineare dalle condizioni di funzionamento del motore. Tale schema a blocchi può essere arricchito ulteriormente andando a introdurre un blocco aggiuntivo relativo alle **Dinamiche del Sensore** λ . L'impiego di tale blocco ritorna utile in quanto il valore misurato dal sensore λ è impiegato per garantire il cosiddetto *controllo titolo* necessario per una combustione efficiente.

Nei paragrafi successivi si esamineranno in dettaglio ciascuno dei sottoblocchi qui sommariamente descritti. Nella tabella 4.4 sono riportati i termini utilizzati nella definizione del modello.

4.4.1 Sottosistema Aria-Collettore

Il sottosistema "Aria-Collettore" descrive la dinamica della pressione nel collettore di alimentazione e fornisce la portata d'aria entrante nel cilindro. Come

| | |
|----------------|---------------------------------------------------------|
| I_{tot} | Momento di Inerzia Totale |
| n | Velocità di rotazione dell'albero motore |
| M_g | Momento sviluppato dal motore |
| M_f | Momento sviluppato dagli attriti |
| M_l | Momento sviluppato dai carichi |
| η_{fc} | Efficienza di conversione del carburante |
| Q_{HV} | Potere calorifico del carburante |
| \dot{m}_f | Portata di carburante in ingresso ai cilindri |
| p_{man} | Pressione del collettore di aspirazione |
| p_{amb} | Pressione ambientale |
| T_{man} | Temperatura all'interno del collettore di aspirazione |
| T_{amb} | Temperature ambientale |
| V_{man} | Volume del collettore di aspirazione |
| \dot{m}_{at} | Portata d'aria che attraversa la valvola a farfalla |
| \dot{m}_{ac} | Portata d'aria in ingresso ai cilindri |
| V_d | Cilindrata del motore |
| α | Angolo della valvola a farfalla |
| k | Rapporto dei calori specifici = 1.4 per l'aria |
| τ_{ff} | Costante di tempo di evaporazione della benzina |
| X | Frazione di carburante che si deposita come Film Fluido |
| \dot{m}_{fi} | Portata di benzina iniettata |
| \dot{m}_{ff} | Portata massica di film fluido |
| λ | Rapporto aria/benzina (A/F) normalizzato |
| τ_λ | Costante di tempo del sensore λ |

Tabella 4.1. Parametri del motore

si evince dallo schema funzionale del motore, questo sottosistema è costituito da tre blocchi che sono: “Valvola a farfalla”, “Collettore di alimentazione” e “Speed density equation”. Il primo calcola la portata massica di aria che attraversa la valvola a farfalla ed entra nel collettore, \dot{m}_{at} ; il secondo descrive la dinamica della pressione dell'aria nel collettore di alimentazione, p_{man} ; infine il terzo calcola la portata massica di aria entrante nel cilindro, \dot{m}_{ac} .

Flusso d'aria attraverso la valvola a farfalla

La funzione della valvola a farfalla è di controllare il flusso d'aria entrante nel cilindro in modo tale da poter regolare la coppia generata dal motore.

È stato mostrato che un semplice modello, che presenti un coefficiente di efflusso determinato mediante una procedura di identificazione a scatola nera, possa dare ottimi risultati di predizione, [9, 80]. Quindi il modello presentato di seguito si basa sulle ipotesi semplificative di flusso isoentropico monodimensionale attraverso un condotto di un fluido comprimibile.

Il modello risultante è il seguente:

$$\dot{m}_{at} = f(\alpha, p_{man}) = c_t \underbrace{\frac{\pi}{4} D^2 \frac{p_{amb} \sqrt{\frac{2k}{k-1}}}{\sqrt{RT_{amb}}}}_{K_{at}} \beta_1(\alpha) \beta_2(p_{man}) + \dot{m}_{at0} \quad (4.1)$$

in cui le funzioni β_1 e β_2 sono espresse rispettivamente da:

$$\beta_1(\alpha) = 1 - \cos(\alpha - \alpha_0) \quad (4.2)$$

$$\beta_2(p_{man}) = \begin{cases} \beta_{21} = \sqrt{\left(\frac{p_{man}}{p_{amb}}\right)^{\left(\frac{2}{k}\right)} - \left(\frac{p_{man}}{p_{amb}}\right)^{\left(\frac{k+1}{k}\right)}}, & \text{se } \left(\frac{p_{man}}{p_{amb}}\right) \geq \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\left(\frac{k}{k-1}\right)} \\ \beta_{22} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\left(\frac{2}{k-1}\right)}}, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.3)$$

Si noti che la condizione di “switching” presente nella (4.3) può essere rimossa attraverso la seguente approssimazione:

$$\beta_2(p_{man}) \approx \sigma(p_{man}) * \beta_{21} + (1 - \sigma(p_{man})) * \beta_{22} \quad (4.4)$$

in cui $\sigma(\cdot)$ è una *sigmoide* la cui regione di transizione è definita in accordo con la (4.3) e dipende dal valore di pressione p_{man} :

$$\sigma(p_{man}) = \frac{1}{(1 + e^{-0.5(p_{man} - 52)})}$$

L'andamento della funzione β_2 è riportato in Figura 4.4. Da quanto sopra

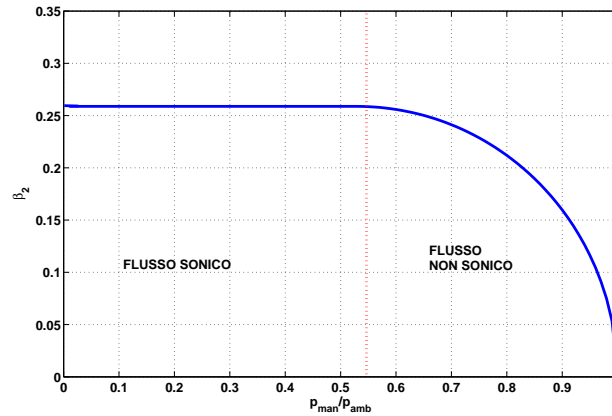


Figura 4.4. Andamento della funzione β_2 in funzione di p_{man}/p_{amb} .

esposto si evince che il flusso d'aria è funzione non lineare sia dell'angolo di

apertura della farfalla che del rapporto tra la pressione nel collettore di alimentazione e la pressione ambiente. In particolare se il rapporto è inferiore al valore critico il flusso è sonico: la velocità dell'aria nel punto a minore sezione è pari alla velocità del suono, la velocità massima raggiungibile dall'aria. In queste condizioni aumentare la differenza di pressione non comporta un aumento del flusso, che dipende quindi esclusivamente dall'area della sezione di passaggio.

Per rapporti superiori al rapporto critico, un aumento della differenza di pressione comporta, come prevedibile, una diminuzione del flusso. Per differenza di pressione nulla a cavallo della valvola non si ha ovviamente flusso.

Dinamiche del collettore di alimentazione

Il modello del collettore di alimentazione può essere realizzato a diversi gradi di dettaglio, a seconda del suo utilizzo e quindi delle esigenze di semplicità, correttezza delle predizioni, tempi di calcolo e simulazioni.

In letteratura sono presenti diversi modelli, sia a parametri concentrati che a parametri distribuiti.

Tra i più noti ricordiamo il cosiddetto modello *filling-emptying* [11, 9], il cui obiettivo è la predizione e la simulazione del valor medio nel ciclo della pressione del collettore, in seguito a variazioni dell'apertura della farfalla e del numero di giri dell'albero motore. Ricordiamo inoltre il modello del risuonatore di Helmholtz [81], che si propone di calcolare le frequenze di risonanza del collettore legate alle dimensioni ed alla forma del condotto di alimentazione e dei cilindri.

Di seguito si introduce nel dettaglio il modello *filling-emptying*, molto utilizzato nelle applicazioni di controllo e diagnostica per la sua semplicità e compattezza [9]. Tuttavia, le limitazioni di un modello di questo tipo sono evidenti: la pressione all'interno del collettore, ad esempio, non è costante, ed è molto utile comprendere più in dettaglio il suo profilo per una corretta interpretazione dei valori misurati dal sensore di pressione. Se si misura inoltre la pressione in un punto qualunque del collettore, si possono osservare delle oscillazioni che non vengono predette in alcun modo dai modelli ai valori medi.

Per questi motivi è stato sviluppato un modello a parametri distribuiti [82] capace di ricavare modelli continui linearizzati della portata d'aria e della pressione in ogni punto del collettore.

Nel modello *filling-emptying*, il collettore viene considerato come un sistema a parametri concentrati. Si suppone quindi che l'aria abbia all'interno del condotto valori omogenei di pressione, temperatura e densità. Si tratta inoltre di un modello ai valori medi, che trascura quindi le componenti periodiche della pressione generate dal moto delle valvole di alimentazione. In ogni condizione di funzionamento la quantità d'aria che viene aspirata dal motore è legata alle condizioni ambientali a monte della farfalla, ossia pressione e temperatura,

supposte uguali a quelle esterne, al grado di apertura della valvola a farfalla, alle condizioni fisiche presenti all'interno del collettore di alimentazione, al punto di funzionamento del motore dato dal numero di giri dell'albero motore. Le equazioni risultanti di tale modello sono le seguenti [11, 9]:

$$\dot{p}_{man} = \frac{RT_{man}}{V_{man}} \frac{1}{3600} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac}) \quad (4.5)$$

Nella (4.5) compare un nuovo termine: la portata massica di aria entrante nel cilindro espressa attraverso la cosiddetta *speed density equation*:

$$\dot{m}_{ac} = \frac{V_d \eta_{vol}}{2 R T_{man}} 60 n p_{man} \quad (4.6)$$

Nella (4.6) compare il parametro η_{vol} , noto in letteratura come *efficienza volumetrica*, che è definito come il rapporto tra la massa d'aria che entra nel cilindro e quella che il cilindro può contenere nelle condizioni di temperatura e di pressione presenti all'interno del collettore.

Il valore di tale parametro deve essere stimato sperimentalmente ed, in generale, dipende da alcune grandezze motoristiche quali: la pressione nel collettore di alimentazione (p_{man}) ed il numero di giri dell'albero motore (n), [83].

$$\eta_{vol} = \eta_0 + \eta_1 n + \eta_2 n^2 + \eta_3 n^3 + \eta_4 n^4 + \eta_5 n^5 + \eta_6 p_{man} \quad (4.7)$$

4.4.2 Dinamiche del combustibile

La fisica del fenomeno

Nei motori a combustione interna, la quantità di benzina iniettata viene determinata da opportuni algoritmi in funzione della portata d'aria prevista in ogni dato punto di lavoro. Tipicamente, nella centralina di controllo sono memorizzate delle mappe che forniscono, in funzione della pressione del collettore, del numero di giri, della temperatura del motore e di altre variabili di stato del sistema, la quantità di benzina da iniettare per ottenere un rapporto aria/benzina (A/F) considerato ottimale in quel punto di lavoro.

La benzina viene iniettata da uno o più dispositivi, detti iniettori, comandati elettronicamente. La differenza tra la pressione della benzina nel circuito del carburante e la pressione dell'aria nel collettore di alimentazione viene mantenuta costante, in modo tale che la quantità di benzina iniettata dipenda unicamente dal tempo di apertura dell'iniettore.

I sistemi attualmente più utilizzati sono il *Central Fuel Injection* (CFI), indicato anche come *Single-Point Throttle-Body Injection*, ed il *Multi-Point Fuel Injection* (MFI).

Nel primo caso viene utilizzato un unico iniettore a monte della valvola a farfalla, nella posizione in cui la benzina veniva originariamente iniettata dal carburatore.

Nei sistemi MFI, invece, vi sono tanti iniettori quanti sono i cilindri, rivolti verso la valvola a fungo di alimentazione e posizionati nei runners del collettore, che sono diramazioni del collettore che conducono verso i singoli cilindri. Questi ultimi sistemi sono decisamente più complessi, in quanto, generalmente, l'apertura degli iniettori avviene in tempi diversi, ma consentono un miglior controllo del rapporto A/F, poichè possono compensare eventuali differenze nei flussi d'aria verso i singoli cilindri. Consentono inoltre una risposta più rapida alla richiesta improvvisa di accelerazione o decelerazione.

La benzina iniettata è allo stato liquido. Quando il carburante viene iniettato nel collettore, il flusso d'aria ad alta velocità rompe il getto, generando gocce di diametro variabile tra i 25 ed i 100 μm (*first atomization*). Nei motori CFI, inoltre, il getto è rivolto contro il piatto della valvola a farfalla e di conseguenza, soprattutto per valvola a farfalla completamente o parzialmente chiusa, l'impatto ha l'effetto di rompere ulteriormente le gocce (*second atomization*), producendo in tal modo gocce di dimensioni minori. Le gocce più piccole evaporano completamente, secondo le equazioni che regolano il trasferimento di massa e calore tra le gocce di un fluido ed un flusso gassoso [85], oppure rimangono in sospensione nel flusso.

Le gocce più grandi, viceversa, impattano contro le pareti del collettore formando il cosiddetto *film fluido*.

Una volta depositatosi sulle pareti del condotto, il film fluido evapora quindi con una costante di tempo che dipende principalmente dalla temperatura delle pareti e dall'aria nel collettore [84, 11, 10].

Nei motori ad iniezione MFI, il getto di carburante è rivolto verso la valvola di alimentazione, che si trova in contatto con la camera di combustione. La sua temperatura elevata ne favorisce infatti l'evaporazione. In questo caso il carburante non deve essere trasportato lungo tutto il collettore di alimentazione, che può dunque essere progettato avendo come unico obiettivo un agevole trasporto dell'aria. In entrambi i sistemi, la benzina entra nella camera di combustione sia sotto forma di vapore, sia sotto forma di goccioline in sospensione nel flusso, sia in forma liquida scivolando lungo le pareti del condotto ed entrando nel cilindro nella fase di aspirazione. Quest'ultimo termine è detto *flusso alla Couette*.

Una completa modellizzazione del fenomeno descritto è estremamente complicata non solo per la complessità dei fenomeni fisici che si generano, ma anche perchè la benzina commerciale è una miscela di idrocarburi differenti aventi caratteristiche chimico-fisiche diverse, ed in particolare una diversa temperatura di ebollizione ed una diversa tensione di vapore. Le diverse componenti della benzina evaporano quindi con costanti di tempo differenti. Una descrizione accurata del fenomeno è descritta in [85, 11].

La sua importanza è legata al fatto che la costante di tempo di evaporazione del combustibile è molto più grande della costante di tempo di riempimento e di svuotamento del collettore. Quindi, in seguito ad una accelerazione improvvisa, la variazione di portata d'aria è molto più veloce di quella del combustibile entrante nel cilindro. Si genera in tal modo uno smagrimento della

miscela dovuto ad un eccesso di aria, che non solo rende la combustione non ottimale, ma che produce emissioni inquinanti superiori a quelle desiderate. Viceversa, nel caso di una decelerazione improvvisa si genera un momentaneo arricchimento della miscela con altrettanti effetti negativi sugli inquinanti.

Le equazioni del modello

Nonostante la complessità del fenomeno, è opinione di diversi autori [84, 9, 10] che un modello dinamico del primo ordine sia in grado di descrivere adeguatamente la dinamica del fenomeno nelle applicazioni di compensazione del film fluido, controllo del rapporto A/F, diagnostica degli iniettori.

Il modello presentato è, quindi, un modello a parametri concentrati ai valori medi [9], che garantisce un'accettabile precisione ai fini della progettazione delle strategie di controllo.

Per la costruzione del modello vengono fatte le seguenti ipotesi semplificative:

1. in ogni istante esistono condizioni uniformi all'interno del collettore di aspirazione;
2. una frazione X del combustibile iniettato si deposita in fase liquida sulle pareti del collettore;
3. tutto il carburante evapora con la stessa costante di tempo τ_{ff} .
4. tutto il carburante che si deposita come film fluido evapora; in altri termini si trascura il flusso alla Couette.

Sotto queste ipotesi il modello matematico che ne descrive il fenomeno è dato da:

$$\ddot{m}_{ff} = \frac{1}{\tau_{ff}} (-\dot{m}_{ff} + X\dot{m}_{fi}) \quad (4.8)$$

$$\dot{m}_f = (1 - X)\dot{m}_{fi} + \dot{m}_{ff} \quad (4.9)$$

Dalle (4.8)-(4.9) si evince che una frazione X di carburante si deposita sul collettore a formare il film fluido, ed evapora con costante di tempo τ_{ff} ; la frazione $(1 - X)$ rimane nell'aria allo stato gassoso o liquido.

4.4.3 Dinamiche dell'Albero Motore

Non tutta la potenza generata dalla combustione della miscela nel cilindro è resa disponibile all'albero motore. L'energia spesa dal sistema per il lavaggio dei cilindri, per vincere gli attriti tra i vari componenti del motore e per trascinare tutti gli accessori, sottrae una quota dell'energia prodotta, che non può quindi contribuire alla rotazione dell'albero motore o equilibrare la potenza di carico.

Anche per quanto riguarda la dinamica dell'albero motore esistono modelli aventi un diverso grado di dettaglio, e quindi di differente complessità, a seconda del loro utilizzo.

Il modello ai valori medi [9], il cui scopo è quello di calcolare il valor medio del numero di giri sul ciclo in risposta a variazioni degli ingressi, è estremamente semplice. Infatti si ottiene imponendo che la variazione dell'energia cinetica del sistema sia pari alla potenza indicata lorda a cui devono essere sottratte le potenze di attrito, di pompaggio e di carico. Quest'ultima è la potenza necessaria per vincere l'attrito dell'aria, l'attrito dei pneumatici sulla superficie stradale, le perdite di trasmissione nel cambio e nel differenziale e la forza resistente dovuta alla pendenza della strada; può essere calcolata a partire dalle caratteristiche della vettura, come massa, area frontale, coefficiente di attrito dinamico e coefficiente di attrito di rotolamento, dalla conoscenza della pendenza della strada, della densità dell'aria dell'ambiente e della velocità del veicolo.

Le dinamiche dell'albero motore possono essere modellate sfruttando la Seconda Legge di Newton applicata alle masse in rotazione attorno ad un asse:

$$M = I\dot{\omega} \quad (4.10)$$

in cui:

- M indica le coppie esterne che agiscono sulla massa in rotazione;
- ω è la velocità angolare;
- I è il momento di inerzia.

L'equazione di modello risulta essere pertanto

$$I_{tot} \frac{2\pi}{60} \dot{n} = M_g - M_f - M_l \quad (4.11)$$

in cui I_{tot} rappresenta il momento d'inerzia del volano, dell'albero motore, della biella, dei pistoni e dell'albero a camme, [80].

La variabile M_g è la coppia generata dal motore ed è definita come:

$$M_g = \frac{\eta_{fc} Q_{HV} \dot{m}_f}{\frac{2n\pi}{60}} \quad (4.12)$$

La variabile M_l rappresenta la coppia di carico che, in condizioni stradali standard, è generata dall'attrito dell'aria, dall'attrito dei pneumatici sulla superficie stradale, dalle perdite di trasmissione nel cambio e nel differenziale. È importante considerare che gli eventuali carichi dovuti a componenti accessori (servosterzo, condizionatore, ecc...) possono incidere su M_l . Infine, il termine M_f indica la coppia generata dagli attriti. Il valore di tale parametro deve essere stimato sperimentalmente ed, in generale, dipende da alcune grandezze motoristiche quali la pressione nel collettore di alimentazione (p_{man}) ed il numero di giri dell'albero motore (n), [9].

$$M_f = a_0 + a_1 n_{rpm} + a_2 n_{rpm}^2 + (a_3 + a_4 n_{rpm}) p_{man} \quad (4.13)$$

4.4.4 Dinamiche del Sensore λ

Il sensore λ è un dispositivo lineare *oxigen-based* le cui dinamiche, così come si evince dall'equazione (4.14), possono essere modellate attraverso un filtro passa-basso del primo ordine con termine di ritardo τ_d , [73]. La variabile λ descrive il rapporto normalizzato aria/benzina, $\tilde{\lambda}$ è il suo valore misurato (output del sensore) e VO_2 è la tensione di uscita del sensore.

$$\dot{\tilde{\lambda}}(t) = \frac{1}{\tau_\lambda} \left(-\tilde{\lambda}(t) + \lambda(t - \tau_d) \right), \quad VO_2 = \sigma(\tilde{\lambda}) \quad (4.14)$$

Si noti che nella (4.14) il termine di ritardo τ_d può essere approssimato dalla relazione $\tau_d \propto \frac{1}{n}$. L'output della sonda λ è sfruttato da un controllore PI per regolare a 1 il valore del rapporto aria-benzina.

4.5 Identificazione dei Parametri del Motore a Combustione Interna

Nei paragrafi precedenti è stato presentato un modello ai valori medi di motore a combustione interna. In tale modello compaiono alcuni termini che devono essere identificati sperimentalmente:

- l'efficienza volumetrica η_{vol} (4.6) necessaria per calcolare la quantità d'aria aspirata dal cilindro;
- la frazione X di carburante iniettato che si deposita nel collettore come film fluido. Tale parametro è presente nelle equazioni (4.8)-(4.9) che descrivono la dinamica della benzina nel collettore di alimentazione;
- la costante di tempo τ_{ff} , che indica il tempo necessario affinché una parte di film fluido presente nel collettore evapori (Equazione 4.8);
- la coppia generata dagli attriti M_f (4.13).

Nel prossimo paragrafo verrà descritta una tecnica di identificazione parametrica basata su un algoritmo deterministico, ossia basata sul calcolo del gradiente della funzione da minimizzare.

Ciò è consentito dalla particolare natura del problema da affrontare: i parametri da identificare dipendono in maniera lineare dagli ingressi al modello; inoltre il numero dei parametri da identificare è abbastanza piccolo da poter evitare semplicemente il problema dei minimi locali.

Tale tecnica di identificazione sarà quindi utilizzata per identificare i parametri del motore.

4.5.1 Stima dei parametri

Come già accennato, questa tecnica di identificazione parametrica è di tipo deterministica, ossia, dato un punto iniziale, la ricerca dell'ottimo avviene nella direzione in cui la funzione obiettivo da minimizzare, tipicamente una funzione di errore, decresce. Una volta raggiunto un punto di minimo, sia esso locale o globale, la ricerca termina.

Il vantaggio di usare una tecnica di ottimizzazione di questo tipo è rappresentato dalla velocità di convergenza dell'algoritmo. Infatti, come avremo modo di analizzare dettagliatamente in seguito, durante il corso di una simulazione l'algoritmo adatta, passo dopo passo, la stima del valore dei parametri da identificare.

Quindi, mentre con gli algoritmi genetici, che ricordiamo sono dei tipici algoritmi di ottimizzazione casuali, una simulazione rappresenta un solo individuo della popolazione, e di conseguenza è necessario analizzare migliaia di individui, l'algoritmo che verrà presentato terminerà in una sola evoluzione. Ciò comporta un evidente guadagno di tempo.

Lo svantaggio, invece, comune a tutti gli algoritmi di ottimizzazione basati sulla ricerca dell'ottimo seguendo la direzione imposta dal gradiente della funzione obiettivo, consiste nel fatto che l'algoritmo si potrebbe bloccare in un punto di ottimo locale, non riuscendo così a pervenire al punto di ottimo globale. C'è quindi una forte dipendenza dalla scelta del punto iniziale della ricerca.

4.5.2 Minimi Quadrati e Modelli di Regressione

Si consideri il modello matematico puramente algebrico:

$$y(k) = \theta_1 u_1(k) + \theta_2 u_2(k) + \dots + \theta_n u_n(k) + e(k) \quad (4.15)$$

in cui $y(k)$ è la variabile di uscita o variabile osservata; $\theta_1, \dots, \theta_n$ sono parametri incogniti; $u_1(k), \dots, u_n(k)$ sono ingressi noti, detti anche "variabili di regressione" o "regressori"; $e(k)$ è un rumore bianco. Il modello (4.15) è detto "modello di regressione lineare".

Introducendo il vettore di regressione:

$$\varphi^T(k) = [u_1(k), \dots, u_n(k)] \quad (4.16)$$

ed il vettore dei parametri:

$$\theta^T = [\theta_1, \dots, \theta_n] \quad (4.17)$$

il modello (3.30) può essere riscritto nella forma compatta:

$$y(k) = [\varphi^T(k)\theta] + e(k) \quad (4.18)$$

Supponiamo ora che il modello (4.18) debba essere utilizzato per interpretare il legame tra i risultati di un esperimento, in cui si sono ricavate N coppie di osservazioni e regressori

$$[(y(k), \varphi(k)), k = 1, \dots, N] \quad (4.19)$$

Il problema della stima dei parametri θ può allora essere posto, nel senso dei *minimi quadrati*, come quello della determinazione del vettore $\hat{\theta}$ che rende minima la somma dei quadrati degli scarti tra le uscite effettivamente osservate e quelle $\hat{y}_e(i)$ calcolate in base alla (4.18) ponendo $e(k) = 0$.

Da un punto di vista analitico, introducendo le notazioni:

$$Y(N) = (y(1), \dots, y(N))^T \quad (4.20)$$

$$\epsilon_\theta(k) = y(k) - \hat{y}_\theta(k) = y(k) - \varphi^T(k)\theta \quad (4.21)$$

$$E(N) = (\epsilon_\theta(1), \dots, \epsilon_\theta(N))^T \quad (4.22)$$

il problema di stima può essere formulato come quello della determinazione del valore ottimo $\hat{\theta}$ di θ che rende minima la funzione di errore, o indice di qualità:

$$\begin{aligned} V(\theta, N) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \epsilon_\theta(k)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (y(k) - \varphi^T(k)\theta)^2 = \\ &= \frac{1}{2} E^T(N)E(N) = \frac{1}{2} \|E(N)\|^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Per la soluzione del suddetto problema di stima, posto:

$$\Phi^T(N) = [\varphi(1), \dots, \varphi(N)] \quad (4.24)$$

il valore ottimo $\hat{\theta}$ che rende minima la cifra di merito (4.23) è tale che:

$$\Phi^T \Phi \hat{\theta} = \Phi^T Y \quad (4.25)$$

pertanto, se la matrice $\Phi^T \Phi$ è non singolare, risulta

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (4.26)$$

Infatti, poichè si può scrivere:

$$E(N) = Y(N) - \Phi(N)\theta \quad (4.27)$$

si ha, dalla (4.23):

$$\begin{aligned} 2V(\theta, N) &= E^T E = (Y - \Phi\theta)^T (Y - \Phi\theta) = \\ &= Y^T Y - Y^T \Phi\theta - \theta^T \Phi^T Y + \theta^T \Phi^T \Phi\theta \end{aligned} \quad (4.28)$$

La matrice $\Phi^T \Phi$ è sicuramente semidefinita positiva, per cui la funzione (4.28) ha un minimo. Tale minimo può essere ricavato annullando il gradiente rispetto a θ . Si ottiene, quindi:

$$-2\Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\theta} = 0 \quad (4.29)$$

e di conseguenza la (4.25).

La condizione che la matrice $\Phi^T \Phi$ sia invertibile è detta condizione di eccitazione. Essa si traduce nella richiesta che la matrice Φ abbia rango n , o, in maniera diversa, che tra gli N esperimenti, almeno n siano tra loro linearmente indipendenti, il che presuppone che $N \geq n$.

4.5.3 Stima dei Parametri del Motore a Combustione Interna

In questo paragrafo verrà applicata la tecnica di identificazione parametrica presentata nel precedente paragrafo, al modello ai valori medi di motore a combustione interna discusso nel paragrafo 4.4.

Le caratteristiche geometriche del motore preso in esame e i parametri consi-

| | | |
|-------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------|
| V_{man} | Volume del collettore di alimentazione | $0.8 * 10^{-3} m^3$ |
| V_d | Cilindrata del motore | $1.4 * 10^{-3} m^3$ |
| α_0 | Angolo minimo di apertura della valvola a farfalla | 2.5° |
| I_{tot} | Momento di inerzia | 0.12 N/m |
| Q_{HV} | Valore calorifico del combustibile | $46159 * 10^6 J/Kg$ |
| p_{amb} | Pressione ambientale | 100 Pa |
| T_{man} | Temperatura dell'aria all'interno del collettore di aspirazione | $290^\circ K$ |
| T_{amb} | Temperature ambientale | $290^\circ K$ |
| R | Costante dei gas | 0.287 |
| k | Rapporto dei calori specifici | 1.4 |
| τ_{ff} | Costante di evaporazione del carburante | 0.2 sec |

Tabella 4.2. Valori numerici dei parametri del motore.

derati costanti nella definizione del modello sono riportate nella Tabella 4.5.3. I dati utilizzati per realizzare l'identificazione del modello sono stati ottenuti da acquisizioni fatte a bordo vettura mentre l'algoritmo di identificazione è stato realizzato grazie all'impiego dell'ambiente di sviluppo Matlab - Simulink.

Stima dell'efficienza volumetrica (η_{vol})

In questo paragrafo viene brevemente descritta la procedure utilizzata per l'identificazione dell'efficienza volumetrica η_{vol} .

L'efficienza volumetrica è definita come il rapporto tra la massa d'aria che entra nel cilindro e quella che il cilindro può contenere nelle condizioni di

temperatura e di pressione presenti all'interno del collettore.

Il valore di tale parametro deve essere stimato sperimentalmente ed, in generale, dipende da alcune grandezze motoristiche quali la pressione nel collettore di alimentazione (p_{man}) ed il numero di giri dell'albero motore (n), [83].

Per questi motivi si è pensato ad un'identificazione a scatola nera del parametro η_{vol} in funzione del numero di giri dell'albero motore n e della pressione nel collettore di alimentazione p_{man} .

A tal fine si consideri la generica rappresentazione in forma polinomiale dell'efficienza volumetrica espressa dalla:

$$\eta_{vol} = \eta_0 + \eta_1 n + \eta_2 n^2 + \eta_3 n^3 + \eta_4 n^4 + \eta_5 n^5 + \eta_6 p_{man} \quad (4.30)$$

Il modello considerato è lineare nei parametri e pertanto è possibile effettuare una stima dei parametri basati sul metodo dei minimi quadrati.

Pertanto definiamo il vettore delle osservazioni

$$\tilde{y}_\eta = \begin{bmatrix} y_{\eta_1} \\ y_{\eta_2} \\ \vdots \\ y_{\eta_N} \end{bmatrix} \in R^{N \times 1} \quad (4.31)$$

il regressore

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & n_1 & n_1^2 & n_1^3 & n_1^4 & n_1^5 & p_{man_1} \\ 1 & n_2 & n_2^2 & n_2^3 & n_2^4 & n_2^5 & p_{man_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n_N & n_N^2 & n_N^3 & n_N^4 & n_N^5 & p_{man_N} \end{bmatrix} \in R^{N \times 7} \quad (4.32)$$

ed il vettore dei parametri

$$\theta = [\eta_0 \quad \eta_1 \quad \eta_2 \quad \eta_3 \quad \eta_4 \quad \eta_5 \quad \eta_6]^T \quad (4.33)$$

La soluzione che consente di minimizzare l'errore di predizione in termini di minimi quadrati è data da:

$$\theta = [\Phi^T \cdot \Phi]^{-1} \cdot \Phi^T \cdot \tilde{y}_\eta \quad (4.34)$$

Nella tabella 4.5.3 sono riportati i valori numerici del vettore dei parametri θ ottenuti attraverso l'algoritmo di identificazione dei minimi quadrati sopra esposto.

| | |
|----------|----------------------|
| η_0 | -0.2379 |
| η_1 | $6.6643 * 10^{-4}$ |
| η_2 | $-5.4049 * 10^{-7}$ |
| η_3 | $1.9880 * 10^{-10}$ |
| η_4 | $-3.1606 * 10^{-14}$ |
| η_5 | $1.8012 * 10^{-18}$ |
| η_6 | 0.0042 |

Tabella 4.3. Valori numerici della stima dei parametri di η_{vol} .

Stima del momento sviluppato dagli attriti (M_f)

La procedura utilizzata per l'identificazione del parametro M_f è analoga alla procedura utilizzata per l'identificazione dell'efficienza volumetrica.

Il valore di tale parametro, in generale, dipende da alcune grandezze motoristiche quali la pressione nel collettore di alimentazione (p_{man}) ed il numero di giri dell'albero motore (n), [73]. A tal fine si consideri la generica rappresentazione in forma polinomiale del momento M_f espressa dalla

$$M_f = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + (a_3 + a_4 n) p_{man} \quad (4.35)$$

Pertanto, definendo il vettore delle osservazioni

$$\tilde{y}_{M_f} = \begin{bmatrix} y_{M_f1} \\ y_{M_f2} \\ \vdots \\ y_{M_fN} \end{bmatrix} \in R^{N \times 1} \quad (4.36)$$

il regressore

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & n_1 & n_1^2 & p_{man_1} & n_1 p_{man_1} \\ 1 & n_2 & n_2^2 & p_{man_2} & n_2 p_{man_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & n_N & n_N^2 & p_{man_N} & n_N p_{man_N} \end{bmatrix} \in R^{N \times 7} \quad (4.37)$$

ed il vettore dei parametri

$$\theta = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4]^T \quad (4.38)$$

la soluzione che consente di minimizzare l'errore di predizione in termini di minimi quadrati è data da:

$$\theta = [\Phi^T \cdot \Phi]^{-1} \cdot \Phi^T \cdot \tilde{y}_{M_f} \quad (4.39)$$

Nella tabella 4.5.3 sono riportati i valori numerici del vettore dei parametri θ ottenuti attraverso l'algoritmo di identificazione dei minimi quadrati sopra esposto.

| | |
|-------|--------------------|
| a_0 | 27.8634 |
| a_1 | -0.0011 |
| a_2 | $2.3684 * 10^{-7}$ |
| a_3 | -0.1531 |
| a_4 | $3.5106 * 10^{-5}$ |

Tabella 4.4. Valori numerici della stima dei parametri di M_f .

Stima della frazione di Film Fluido (X) e della costante di evaporazione del carburante (τ_{ff})

I parametri caratterizzanti la dinamica del carburante nel collettore di alimentazione, descritta dalle equazioni (4.8)-(4.9), sono la percentuale X di benzina iniettata che si deposita sulle pareti del condotto e la costante di evaporazione τ_{ff} del film fluido. Si ricorda che il termine X dipende dalla velocità di rotazione dell'albero motore, dalla pressione e dalla temperatura nel collettore di alimentazione e dal tempo di iniezione. Analogamente, la costante τ_{ff} dipende dalla pressione e dalla temperatura nel collettore.

L'equazione utilizzata per l'identificazione è:

$$\begin{aligned}\ddot{m}_{ff} &= -\frac{1}{\tau_{ff}}\dot{m}_{ff} + \frac{X}{\tau_{ff}}\dot{m}_{fi} \\ \dot{m}_{fv} &= (1 - X)\dot{m}_{fi} \\ \dot{m}_f &= \dot{m}_{ff} + \dot{m}_{fv}\end{aligned}\quad (4.40)$$

È quindi necessaria la conoscenza delle variabili \dot{m}_{fv} e \dot{m}_{ff} .

Il calcolo di queste due variabili è ottenuto a partire dalla conoscenza dell'ingresso e dell'uscita dell'intero sistema rappresentante la dinamica della benzina, che sono rispettivamente il flusso di carburante iniettato (\dot{m}_{fi}) e il flusso entrante nella camera di combustione (\dot{m}_f). Sfruttando queste informazioni è possibile utilizzare un osservatore di stato per calcolarne le variabili di stato [71]. L'osservatore di stato impiegato è un filtro di Kalman esteso, essendo il sistema da osservare non lineare a causa delle dipendenze dei parametri X e τ_{ff} da alcune variabili motoristiche. Le equazioni del filtro sono le seguenti:

$$\ddot{\hat{m}}_{ff} = -\frac{1}{\tau_{ff}}\dot{\hat{m}}_{ff} + \frac{X}{\tau_{ff}}\dot{m}_{fi} + K_{e1}(\dot{m}_f - \dot{\hat{m}}_f) \quad (4.41)$$

$$\dot{\hat{m}}_{fv} = (1 - X)\dot{m}_{fi} + K_{e2}(\dot{m}_f - \dot{\hat{m}}_f) \quad (4.42)$$

$$\dot{\hat{m}}_f = \dot{\hat{m}}_{ff} + \dot{\hat{m}}_{fv} \quad (4.43)$$

in cui, $K_e = [K_{e1} \ K_{e2}]$ è il guadagno del filtro di Kalman.

Esso è ottenuto calcolando le matrici dinamiche del sistema (4.40) linearizzato

$$F = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{ff}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H = [1 \ 1] \quad (4.44)$$

risolvendo l'equazione algebrica di Riccati

$$P_e F^T + F P_e - P_e H R^{-1} H^T P_e + Q = 0 \quad (4.45)$$

e ottenendo quindi:

$$K_e = P_e H R^{-1} \quad (4.46)$$

dove le matrici Q e R sono delle opportune matrici di peso. È necessario osservare che il guadagno del filtro K_e deve essere calcolato istante per istante, essendo le matrici F ed H , (4.44), variabili in funzione dei parametri del sistema X , τ_{ff} . Inoltre il valore così determinato è la soluzione sub-ottima, avendo risolto, per motivi di complessità computazionale, l'equazione algebrica di Riccati (4.45) piuttosto che l'equazione differenziale.

Si noti che il modello del filtro dipende dai parametri da identificare. Quindi nel corso dell'algoritmo di identificazione X e τ_{ff} variano, ed è necessario che il loro valore, aggiornato ad ogni passo, entri come ingresso al modello (4.41) secondo lo schema a blocchi riportato in figura (4.5). Una volta calcolate la

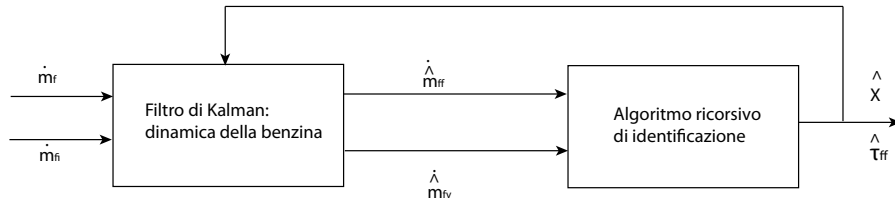


Figura 4.5. Schema a blocchi del sistema di identificazione dei parametri della benzina

\dot{m}_{ff} e \dot{m}_{fv} è possibile procedere all'identificazione dei parametri. In primo luogo, l'equazione (4.42) viene riscritta come:

$$\dot{m}_{ff} = -\tau_{ff} \ddot{m}_{ff} + \tau_{ff} X \dot{m}_{fi} \quad (4.47)$$

L'equazione (4.47) non è lineare nei parametri X e τ_{ff} .

Quindi, per poter applicare lo schema di identificazione, descritto nel paragrafo (4.5.1), è necessario procedere nel seguente modo. Si considera, in prima approssimazione, τ_{ff} costante, cioè descritto dall'equazione $\tau_{ff} = b_0$, e si identifica X come segue.

Supponendo per X la generica espressione polinomiale:

$$X = a_0 + a_1 n + a_2 p_{man} \quad (4.48)$$

e sostituendo nella (4.47) si ottiene un'equazione che risulta essere lineare nei parametri:

$$\dot{m}_{ff} = -b_0 \ddot{m}_{ff} + b_0 (a_0 + a_1 n + a_2 p_{man}) \dot{m}_{fi} = \varphi^T \theta \quad (4.49)$$

in cui:

$$\varphi^T = [\dot{m}_{fi} \ n\dot{m}_{fi} \ p_{man}\dot{m}_{fi} \ -\dot{m}_{ff}] \quad (4.50)$$

$$\theta^T = [b_0 a_0 \ b_0 a_1 \ b_0 a_2 \ b_0] \quad (4.51)$$

Una volta identificato il parametro X , è possibile passare all'identificazione di τ_{ff} . Infatti, essendo nota la X e supponendo che τ_{ff} sia espressa da una generica funzione polinomiale del tipo:

$$\tau_{ff} = b_0 + b_1 p_{man} \quad (4.52)$$

si ottiene dalla (4.47) una nuova equazione lineare nei parametri:

$$\dot{m}_{ff} = (b_0 + b_1 p_{man})(X\ddot{m}_{fi} - \ddot{m}_{ff}) = \varphi^T \theta \quad (4.53)$$

in cui:

$$\varphi^T = [X\dot{m}_{fi} - \dot{m}_{ff} \ p_{man}(X\dot{m}_{fi} - \dot{m}_{ff})] \quad (4.54)$$

$$\theta^T = [b_0 \ b_1] \quad (4.55)$$

Nella tabella 4.5.3 sono riportati i valori numerici del vettore dei parametri θ ottenuti attraverso la procedura di identificazione sopra esposta.

| | |
|-------|-----------------|
| a_0 | 0.2930 |
| a_1 | $7.1 * 10^{-7}$ |
| a_2 | $-5 * 10^{-6}$ |
| b_0 | 0.08 |
| b_1 | $5 * 10^{-4}$ |

Tabella 4.5. Valori numerici della stima dei parametri di X e τ_{ff} .

4.5.4 Rappresentazione nello Spazio di Stato e Validazione del Modello Non Lineare

Il modello non-lineare ai valori medi del motore a combustione interna, ottenuto a partire dalle equazioni (4.5)-(4.14) e dalle procedure di identificazione illustrate nei paragrafi precedenti, può essere riscritto in termini di rappresentazione nello spazio di stato. Inoltre, poichè l'obiettivo è quello di progettare uno schema diagnostico in grado di isolare malfunzionamenti e comportamenti anomali sia sulle dinamiche della pressione p_{man} che sui sensori di pressione e giri, è necessario considerare nel modello opportuni segnali caratterizzanti tali malfunzionamenti.

Pertanto, indicando con:

$$\begin{aligned}
x^T &\triangleq [n \quad p_{man} \quad \dot{m}_{ff} \quad \tilde{\lambda}]^T \\
u^T &\triangleq [\alpha \quad \dot{m}_{fi}]^T \\
d^T &\triangleq M_{load} \\
y^T &\triangleq [n \quad p_{man} \quad \tilde{\lambda}]^T \\
f^T &\triangleq [f_1 \quad f_2 \quad f_3]^T
\end{aligned} \tag{4.56}$$

rispettivamente lo stato del sistema, gli ingressi di controllo, il disturbo, le uscite misurate ed i segnali di guasto, otteniamo il seguente modello non-lineare:

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = \frac{60}{2\pi I_{tot}} \left\{ \frac{\eta_{fc} Q_{HV}}{2\pi 60 x_1} ((1 - X(x_1, x_2)) u_2 + x_3) - M_f(x_1, x_2) - d \right\} \\
\dot{x}_2 = \frac{RT_{man}}{V_{man} 3600} \left\{ (K_{at} \beta_1(u_1) \beta_2(x_2) + \dot{m}_{at0}) - \frac{V_d \eta_{vol}(x_1, x_2)}{2RT_{man}} 60 x_1 x_2 \right\} + f_1 \\
\dot{x}_3 = \frac{1}{\tau_{ff}} (-x_3 + X(x_1, x_2) u_2) \\
\dot{x}_4 = \frac{1}{\tau_\lambda} \left\{ -x_4 + \frac{1}{14.67} \frac{V_d \eta_{vol}(x_1, x_2)}{2RT_{man}} 60 x_1 x_2 \frac{1}{(1 - X(x_1, x_2)) u_2 + x_3} \right\} \\
y_1 = x_1 + f_3 \\
y_2 = x_2 + f_2 \\
y_3 = x_3
\end{cases} \tag{4.57}$$

che può essere riscritto in forma compatta come:

$$\begin{cases}
\dot{x}(t) = \Phi(x(t), u(t)) + B_f f(t) + B_d d(t) \\
y(t) = Cx(t) + D_f f(t)
\end{cases} \tag{4.58}$$

in cui $\Phi(x(t), u(t)) : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ e le matrici $B_f \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$, $B_d \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$, $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $D_f \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

È opportuno precisare che nel modello (4.57):

- f_1 è relativo a malfunzionamenti di processo (perdite nel collettore di aspirazione);
- f_2 è relativo a malfunzionamenti del sensore di pressione;
- f_3 è relativo a malfunzionamenti del sensore giri.

Prima di utilizzare il modello (4.57) all'interno di un framework diagnostico, è necessario validare in modo opportuno il modello stesso. La procedura di

validazione prevede che il modello riceva come ingressi i valori reali degli ingressi e che le sue uscite siano confrontate con i valori misurati dai sensori di bordo.

Di seguito sono riportate le figure relative alla procedura di validazione.

In Figura 4.6 è mostrato il confronto tra il valore di pressione calcolato utilizzando il modello (4.57) (linea blu) ed il valore misurato dal sensore di pressione (asterisco).

In Figura 4.7 è mostrato il confronto tra il valore di portata d'aria in ingresso ai cilindri calcolato utilizzando il modello (4.57) (linea blu) ed il valore misurato dal sensore di portata d'aria (asterisco).

Le figure 4.8, 4.9 e 4.10 mostrano le mappe statiche, rispettivamente, dell'efficienza volumetrica (η_{vol}), del momento (M_{fric}) e della frazione di film fluido (X). Tali mappe sono ottenute attraverso la procedura di identificazione parametrica descritta nei paragrafi precedenti.

Le figure 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 mostrano, rispettivamente, un confronto tra:

1. l'efficienza volumetrica (η_{vol}) calcolata utilizzando la relazione (4.32) e l'efficienza volumetrica calcolata dalla centralina;
2. il momento (M_{fric}) calcolato utilizzando la relazione (4.37) ed il momento calcolato dalla centralina;
3. la frazione di film fluido X e la costante di tempo τ_{ff} calcolata utilizzando la procedura descritta nel paragrafo (4.5.3) ed i valori corrispondenti calcolati utilizzando i dati presenti in centralina.

I risultati ottenuti dimostrano la bontà del modello costruito.

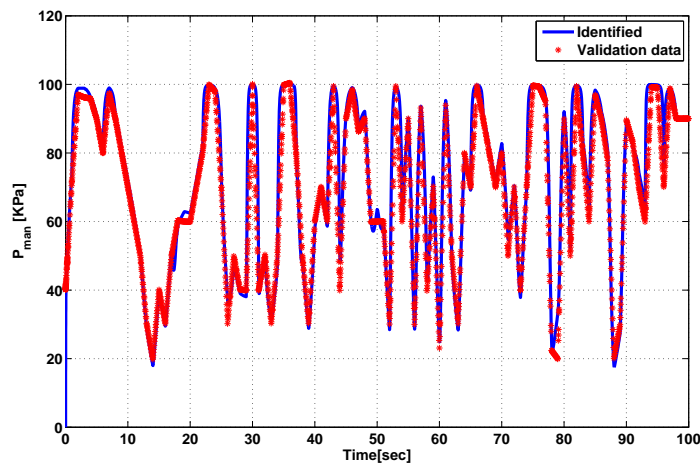


Figura 4.6. Validazione del modello non-lineare: pressione

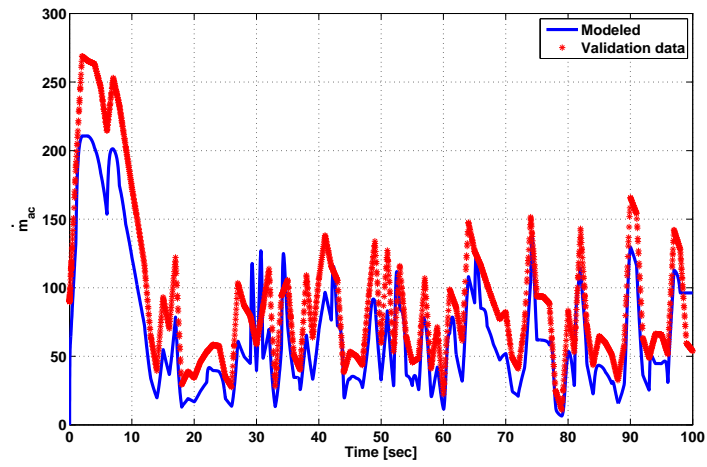


Figura 4.7. Validazione del modello non-lineare: portata d'aria in ingresso al cilindro

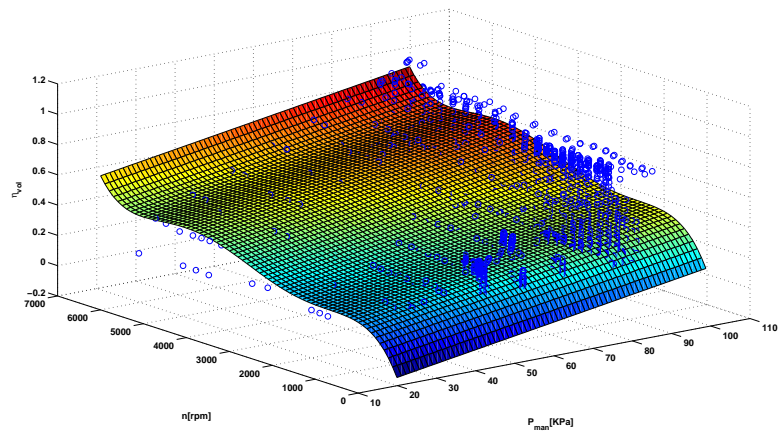


Figura 4.8. Mappa Statica dell'efficienza volumetrica η_{vol} .

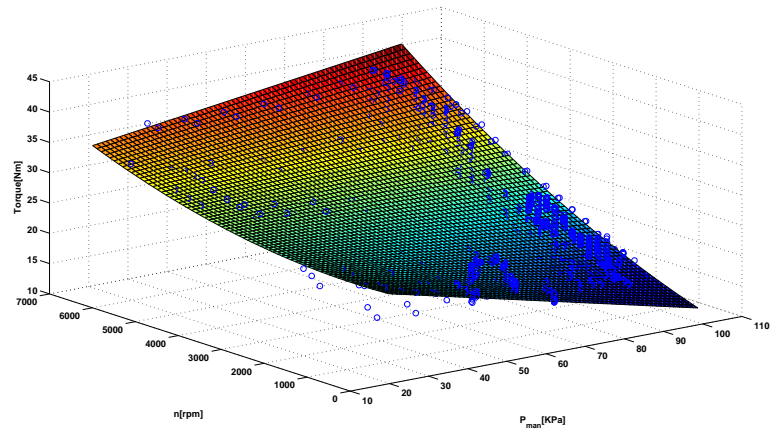


Figura 4.9. Mappa Statica del momento M_{fric} generatio dagli attriti

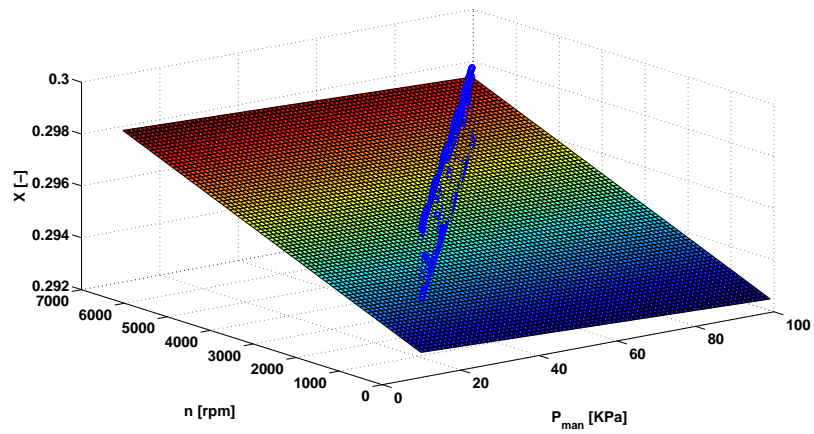


Figura 4.10. Mappa Statica della frazione X di Film Fluido

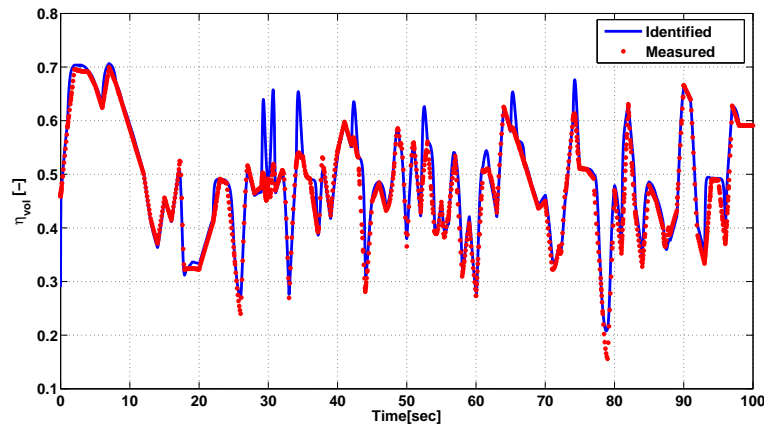


Figura 4.11. Efficienza volumetrica η_{vol} : validazione.

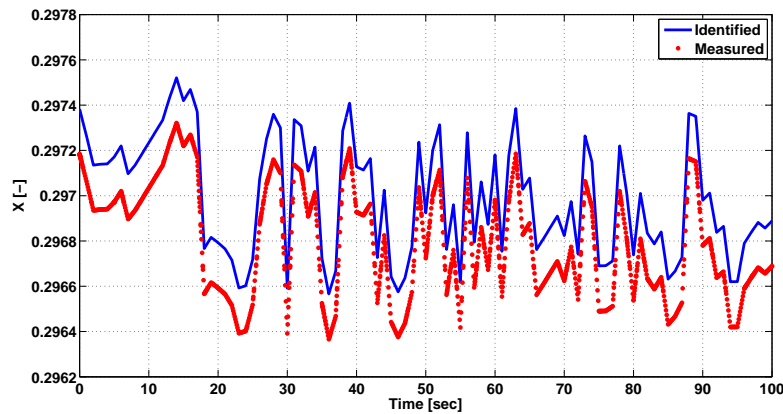


Figura 4.12. Momento generato dagli attriti M_{fric} : validazione.

4.6 Modellazione LPV del Motore a Combustione Interna

In questo paragrafo si descrive una procedura attraverso la quale è possibile fornire una rappresentazione LPV del modello non-lineare ai valori medi (4.57). È necessario precisare che la procedura adottata si basa sul metodo delle linearizzazioni descritto nel Paragrafo (2.2.1).

Il comportamento delle equazioni differenziali non-lineari (4.57) può essere approssimato attraverso un framework LPV del tipo:

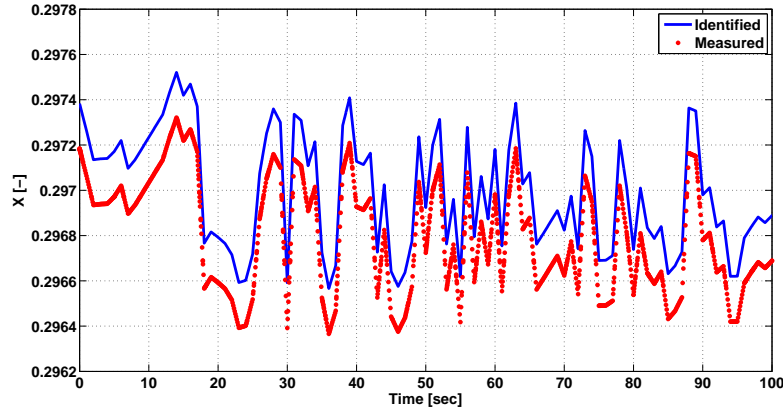


Figura 4.13. Frazione di Film Fluido X : validazione.

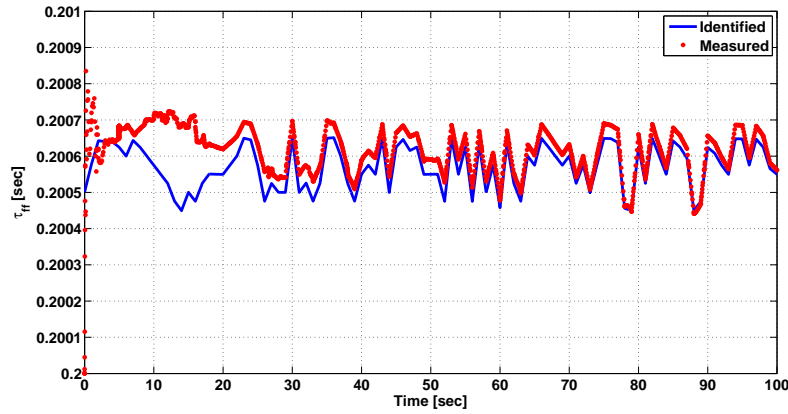


Figura 4.14. Costante di evaporazione del carburante τ_{ff} : validazione.

$$\Sigma \triangleq \begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(t) A_i x(t) + \sum_{i=1}^n \rho_i(t) B_i u(t) - \gamma_x(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(t) C_i x(t) \end{cases} \quad (4.59)$$

in cui:

- le matrici A_i , B_i , $i = 1, \dots, l$ sono le matrici Jacobiane di stato ed ingresso valutate nell'intorno di un set di punti operativi x_i , u_i , $i = 1, \dots, l$ e nell'intorno dei valori nominali dei parametri fisici del sistema, all'interno di un appropriato *working ranges* in cui si suppone che siano contenute le traiettorie degli stati del sistema non-lineare;
- $\rho(t) \triangleq [\rho_1(t), \dots, \rho_l(t)]$ raggruppa i parametri di scheduling relativi alle variabili fisiche misurabili del sistema. Si assume inoltre che il vettore dei

parametri di scheduling soddisfatti le seguenti proprietà:

$$0 \leq \rho_i(t) \leq 1, \forall i, \quad \sum_{i=1}^l \rho_i(t) = 1 \quad (4.60)$$

- il termine $\gamma_{x,i}$, $i = 1, \dots, l$, indica il vettore di offset legato ai differenti punti operativi (x_i, u_i)

$$\gamma_{x,i} \triangleq A_i x_i + B_i u_i - \Phi(x_i, u_i) \quad (4.61)$$

La presenza di questo termine di offset è necessaria in quanto le variabili di stato, di ingresso e di uscita (x, u, y) sono utilizzate nella (4.59) per descrivere l'evoluzione del sistema nell'intorno di più punti di linearizzazione. È importante evidenziare che se (x_i, u_i) è un punto di equilibrio del sistema non-lineare, allora la funzione $\Phi(x_i, u_i) = 0_x$.

Per poter realizzare un'adeguata approssimazione LPV del sistema (4.57) è necessario trovare il giusto compromesso tra il livello di complessità della modellazione LPV ed il livello di prestazioni espresso in termini di capacità di rilevazione guasti. Benchè le scelte possibili siano più di una, a seguito di un'analisi approfondita del sistema (4.57) e del framework diagnostico considerato, si è definita una modellazione LPV in cui gli elementi del vettore di scheduling $\rho(t)$ sono l'angolo di farfalla ($\alpha = u_1$), la frazione di film fluido ($X(x_1, x_2)$) e l'efficienza volumetrica ($\eta_{vol}(x_1, x_2)$).

In particolare, per la definizione del modello LPV del motore in questione, sono stati utilizzati i punti di equilibrio riportati in Tabella 4.6.

Si precisa che tali punti di equilibrio sono relativi ad acquisizioni fatte al

| $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$ | $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ | X | η_{vol} |
|---------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------|--------------|
| $\mathbf{u}^{(1)} = [10 \ 0.9811]^T$ | $\mathbf{x}^{(1)} = [871.3001 \ 82.8301 \ 0.2954 \ 0.9999]^T$ | 0.2950 | 0.23 |
| $\mathbf{u}^{(2)} = [30 \ 7.2461]^T$ | $\mathbf{x}^{(2)} = [4098.0311 \ 83.3874 \ 2.1832 \ 1.0021]^T$ | 0.2968 | 0.6167 |
| $\mathbf{u}^{(3)} = [80 \ 14.6555]^T$ | $\mathbf{x}^{(3)} = [6108.0013 \ 98.7961 \ 4.4331 \ 1.0041]^T$ | 0.2976 | 0.73 |

Tabella 4.6. Configurazione dei punti di equilibrio selezionati

banco prova e sono calcolati per valori di angolo di farfalla ($u_1 = \alpha$) costanti. Inoltre la seconda variabile di ingresso ($u_2 = \dot{m}_{fi}$, portata di benzina iniettata) costituisce l'ingresso comandato da un controllore PI il cui scopo è quello di mantenere pressochè pari ad 1 il valore del rapporto normalizzato A/F ($\lambda \approx 1$). Questo ingresso non è direttamente manipolabile e dipende dal valore dell'angolo di farfalla.

Dalla Tabella 4.6 si evince che le configurazioni dei punti di equilibrio sono state ricavate per valori dell'angolo di farfalla pari a $u_1^{(1)} = 10^\circ$, $u_1^{(2)} = 30^\circ$ e $u_1^{(3)} = 80^\circ$. Tale scelta è stata fatta basandosi sulle seguenti considerazioni:

- i valori minimi e massimi di apertura della valvola a farfalla $u_1^{(1)} = 10^\circ$ e $u_1^{(3)} = 80^\circ$ corrispondono, rispettivamente, a condizioni di regime di minimo e pieno carico;
- il valore intermedio di apertura della valvola a farfalla $u_1^{(2)} = 30^\circ$, consente di ottenere una migliore approssimazione LPV per bassi valore della velocità di rotazione dell'albero motore.

Pertanto, a partire dalle configurazioni di cui alla Tabella 4.6, è possibile determinare un'appropriata approssimazione LPV, considerando come intervallo ammissibile di variazione delle variabili di scheduling l'iperrettangolo $\Pi = \Pi_1 \cup \Pi_2$. Tale scelta è giustificata dal fatto che, caratterizzare l'insieme dei parametri di scheduling come un'insieme di due iperrettangoli adiacenti Π_1 e Π_2 , consente di ottenere prestazioni maggiori, in termini di rilevazione ed isolamento guasti, rispetto all'uso di un unico iperrettangolo.

Quindi, a partire dalle configurazioni riportate in Tabella 4.6, si determinano i seguenti intervalli per le regioni Π_1 e Π_2

$$\begin{aligned} \Pi_1 : & \begin{cases} u_1 \in [\underline{u}_1^{(1)}, \bar{u}_1^{(1)}] = [10, 30] \\ X \in [\underline{X}^{(1)}, \bar{X}^{(1)}] = [0.2950, 0.2968] \\ \eta_{vol} \in [\underline{\eta}_{vol}^{(1)}, \bar{\eta}_{vol}^{(1)}] = [0.23, 0.6167] \end{cases} \\ \Pi_2 : & \begin{cases} u_1 \in [\underline{u}_1^{(2)}, \bar{u}_1^{(2)}] = [30, 80] \\ X \in [\underline{X}^{(2)}, \bar{X}^{(2)}] = [0.2968, 0.2976] \\ \eta_{vol} \in [\underline{\eta}_{vol}^{(2)}, \bar{\eta}_{vol}^{(2)}] = [0.6167, 0.73] \end{cases} \end{aligned} \quad (4.62)$$

La definizione del modello LPV è ottenuta considerando, per l'iperrettangolo Π_1 , le funzioni normalizzate dei 3 parametri fisici, α, X, η_{vol} , $0 \leq \chi_i^{(1)} \leq 1$, $i = 1, 2, 3$

$$\chi_1^{(1)}(t) = \frac{\bar{u}_1^{(1)} - u_1(t)}{\bar{u}_1^{(1)} - \underline{u}_1^{(1)}}, \quad \chi_2^{(1)}(t) = \frac{\bar{X}^{(1)} - X(t)}{\bar{X}^{(1)} - \underline{X}^{(1)}}, \quad \chi_3^{(1)}(t) = \frac{\bar{\eta}_{vol}^{(1)} - \eta_{vol}(t)}{\bar{\eta}_{vol}^{(1)} - \underline{\eta}_{vol}^{(1)}} \quad (4.63)$$

e per l'iperrettangolo Π_2 , le funzioni normalizzate $0 \leq \chi_i^{(2)} \leq 1$, $i = 1, 2, 3$

$$\chi_1^{(2)}(t) = \frac{\bar{u}_1^{(2)} - u_1(t)}{\bar{u}_1^{(2)} - \underline{u}_1^{(2)}}, \quad \chi_2^{(2)}(t) = \frac{\bar{X}^{(2)} - X(t)}{\bar{X}^{(2)} - \underline{X}^{(2)}}, \quad \chi_3^{(2)}(t) = \frac{\bar{\eta}_{vol}^{(2)} - \eta_{vol}(t)}{\bar{\eta}_{vol}^{(2)} - \underline{\eta}_{vol}^{(2)}} \quad (4.64)$$

Pertanto, per ogni Π_j , $j = 1, 2$, si definiscono i termini di scheduling $\tilde{\rho}_i^{(j)}$, $i = 1, \dots, 8$, $j = 1, 2$

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_1^{(j)} = \chi_1^{(j)} \chi_2^{(j)} \chi_3^{(j)}; & \tilde{\rho}_2^{(j)} = \chi_1^{(j)} \chi_2^{(j)} * (1 - \chi_3^{(j)}); \\ \tilde{\rho}_3^{(j)} = \chi_1^{(j)} * (1 - \chi_2^{(j)}) * \chi_3^{(j)}; & \tilde{\rho}_4^{(j)} = \chi_1^{(j)} * (1 - \chi_2^{(j)}) * (1 - \chi_3^{(j)}); \\ \tilde{\rho}_5^{(j)} = (1 - \chi_1^{(j)}) * \chi_2^{(j)} \chi_3^{(j)}; & \tilde{\rho}_6^{(j)} = (1 - \chi_1^{(j)}) * \chi_2^{(j)} * (1 - \chi_3^{(j)}); \\ \tilde{\rho}_7^{(j)} = (1 - \chi_1^{(j)}) * (1 - \chi_2^{(j)}) * \chi_3^{(j)}; & \tilde{\rho}_8^{(j)} = (1 - \chi_1^{(j)}) * (1 - \chi_2^{(j)}) * (1 - \chi_3^{(j)}); \end{cases} \quad (4.65)$$

I parametri di scheduling $\tilde{\rho}_i^{(j)}(t)$ sono funzioni di interpolazione necessarie per approssimare le traiettorie del sistema non-lineare all'interno di ciascun iperrettangolo Π_j , $j = 1, 2$. Ad ogni termine di scheduling $\tilde{\rho}_i^{(j)}(t)$, nell'equazione (4.65), si associa una coppia di matrici linearizzate ingresso stato (A_i, B_i) . Tali matrici sono calcolate valutando le Jacobiane dello stato e dell'ingresso $\phi_{\mathbf{x}}(\cdot, \cdot)$ e $\phi_{\mathbf{u}}(\cdot, \cdot)$ nell'intorno dei punti operativi (\mathbf{x}, \mathbf{u}) e dei valori dei parametri X e η_{vol} che rendono i relativi parametri di scheduling $\tilde{\rho}_i^{(j)}(t)$ pari a 1 (si vedano i vincoli 4.62). Infine, per caratterizzare l'approssimazione LPV attraverso una sola parametrizzazione sull'intero box $\Pi = \Pi_1 \cup \Pi_2$, è possibile considerare i seguenti 2^4 parametri di scheduling $\rho_i(t)$

$$\begin{aligned} \rho_i &= \sigma(u_1) \tilde{\rho}_i^{(1)}, \quad i = 1, \dots, 8 \\ \rho_{8+i} &= (1 - \sigma(u_1)) \tilde{\rho}_i^{(2)}, \quad i = 1, \dots, 8 \end{aligned} \quad (4.66)$$

in cui $\sigma(\cdot)$ è una sigmoide

$$\sigma(u_1) = \left(1 + e^{-0.5(u_1 - 29)}\right)^{-1}. \quad (4.67)$$

Si noti che si è scelta una funzione sigmoide dipendente dall'ingresso u_1 in quanto i valori di equilibrio del sistema si trovano all'interno del box Π_1 o Π_2 a seconda del valore assunto dall'angolo di farfalla u_1 (gli equilibri schedulati sono relativi a Π_1 se $10^\circ \leq u_1 \leq 30^\circ$, a Π_2 se $30^\circ \leq u_1 \leq 30^\circ$).

Osservazione 4.1 È importante notare che:

- non tutti i vertici (A_i, B_i) , $i = 1, \dots, 16$, sono distinti in quanto $\bar{u}_1^{(1)} = \underline{u}_1^{(2)}$, $\bar{X}^{(1)} = \underline{X}^{(2)}$, $\bar{\eta}_{vol}^{(1)} = \underline{\eta}_{vol}^{(2)}$. Di conseguenza, $(A_8, B_8) = (A_9, B_9)$;
- i primi otto parametri di scheduling ρ_i , $i = 1, \dots, 8$, sono 'attivi' se i parametri fisici u_1 , X e η_{vol} sono contenuti in Π_1 , i secondi otto ρ_i , $i = 9, \dots, 16$ sono relativi a Π_2 . La transizione da Π_1 a Π_2 è comandata dal valore assunto dall'angolo di farfalla ed caratterizzata formalmente dalla funzione $\sigma(u_1)$ e dal suo complemento $1 - \sigma(u_1)$.

Prima di poter utilizzare il modello LPV costruito è necessario verificarne la correttezza attraverso una procedura di validazione. Tale procedura prevede:

- l'analisi del comportamento del modello LPV su un range di funzionamento definito attraverso le variazioni dell'angolo di farfalla riportate in Figura 4.15.

- il confronto dei risultati ottenuti con i corrispondenti risultati del modello non-lineare (Figure 4.16-4.21).

Nelle Figure 4.16, 4.18, 4.20 sono confrontate le risposte al segnale di ingresso α del sistema LPV e del sistema non-lineare. È possibile osservare che il modello LPV garantisce, in ogni condizione operativa, una buona approssimazione del comportamento del modello non-lineare. Inoltre nelle Figure 4.17,4.19,4.21 è riportato l'andamento dell'errore relativo percentuale rispettivamente di giri, pressione e lambda. Si può osservare che l'errore relativo sui giri (Figura 4.17) è sempre al di sotto del 6 % eccenzion fatta per l'istante di tempo $t = 100$ sec in cui avviene un cambiamento nelle condizioni operative del sistema. Infatti in tale istante l'angolo di farfalla passa dal range $[10, 30)$ al range $[30, 80]$. L'errore relativo sulla pressione del collettore di aspirazione (Figura 4.19) è sempre al di sotto del 10 % eccenzion fatta per l'intervallo $[200, 400]$ sec in cui raggiunge il valore massimo del 12.5 %. Questo picco di errore è dovuto al fatto che, nel modello non-lineare, si considera un rumore additivo sul sensore di pressione per simulare in modo realistico l'accuratezza del sensore. Infine, l'errore relativo sul valore di λ (Figura 4.21) è sempre al di sotto dell'1 % in quanto sia nel modello non-lineare che nel modello LPV è presente un controllore PI atto a garantire che $\lambda \approx 1$. In Figura 4.22 è mostrato l'andamento

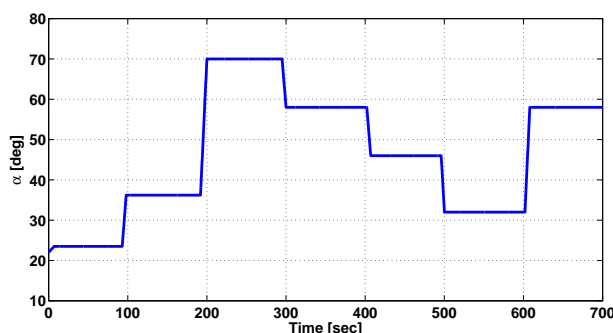


Figura 4.15. Variazione dell'angolo di farfalla

temporale dei parametri di scheduling $\rho_i(t)$, $i = 1, \dots, 16$, calcolati in accordo con la (4.67). Nella sotto-figura in alto sono riportati i primi 8 parametri (relativi ad un angolo di farfalla appartenente all'intervallo $10^\circ \leq u_1 < 30^\circ$); nella sotto-figura in basso sono riportati gli 8 parametri restanti (relativi ad un angolo di farfalla appartenente all'intervallo $30^\circ \leq u_1 \leq 80^\circ$). Si precisa che le funzioni di scheduling riportate in Figura 4.22 sono relative alle variazioni dell'angolo di farfalla mostrate in Figura 4.15.

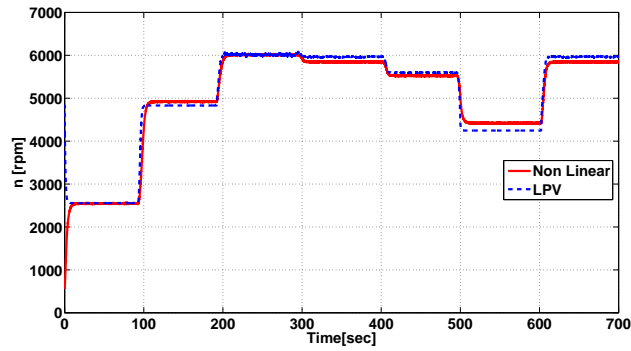


Figura 4.16. Velocità di rotazione dell'albero motore

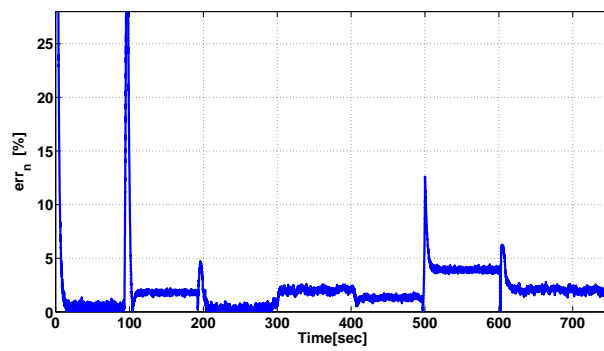


Figura 4.17. Errore relativo percentuale (%) sulla velocità di rotazione dell'albero motore

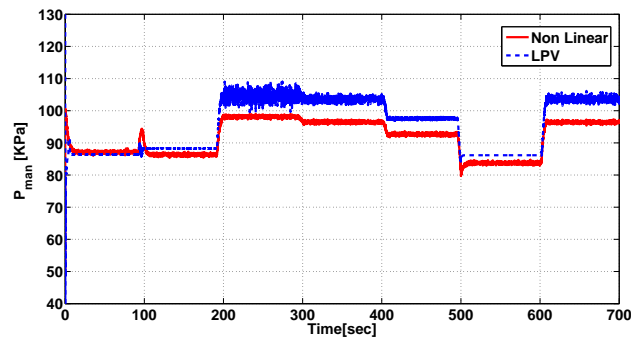


Figura 4.18. Pressione del collettore di aspirazione

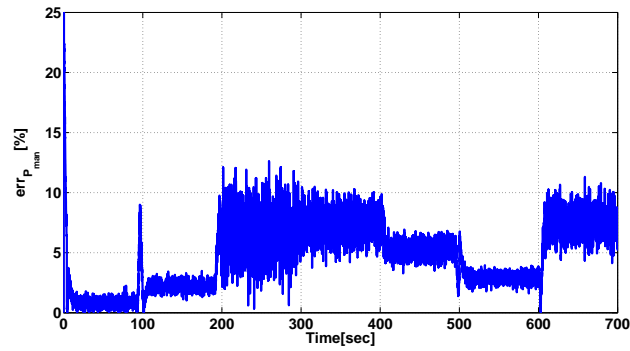


Figura 4.19. Errore relativo percentuale (%) sulla pressione del collettore di aspirazione

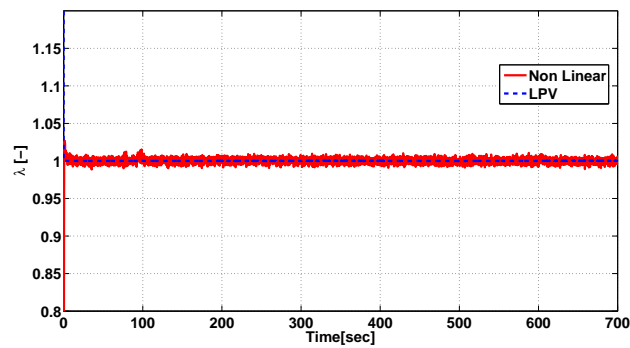


Figura 4.20. Rapporto normalizzato aria benzina λ

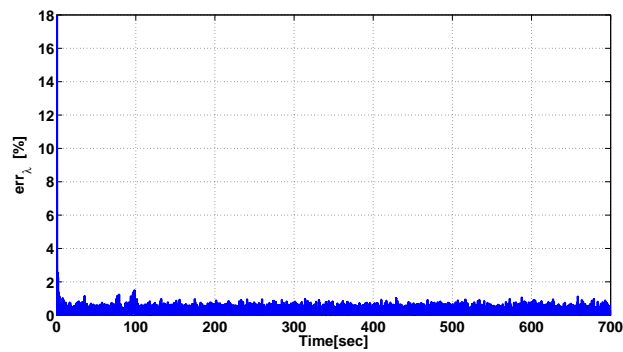


Figura 4.21. Errore relativo percentuale (%) sul rapporto normalizzato aria benzina

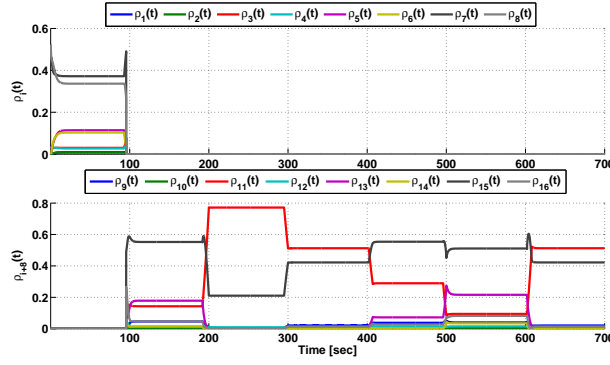


Figura 4.22. Funzioni normalizzate di interpolazione

4.7 Metodologie FDI per Motori a Combustione Interna: risultati

In questo paragrafo sono riportati i risultati ottenuti dall'applicazione degli schemi FDI basati su modello, proposti nel Capitolo 3, al caso specifico del motore a combustione interna.

Si precisa che nell'applicazione degli schemi FDI sono stati considerati sia l'approccio a Singolo Osservatore LPV che l'approccio basato su Banco di Osservatori LPV.

Supponiamo che il sistema (4.59) sia soggetto ad influenze esterne (disturbi) e a guasti. Quindi esso può essere riscritto come:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(t) A_i x(t) + \sum_{i=1}^n \rho_i(t) B_i u(t) + B_f f(t) + B_d d(t) - \gamma_x(t) \\ y(t) = \sum_{i=1}^n \rho_i(t) C_i x(t) + D_f f(t) \end{cases} \quad (4.68)$$

in cui $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B_f \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $B_d \in \mathbb{R}^{n \times n_d}$, $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $D_f \in \mathbb{R}^{p \times q}$. Supponiamo che i disturbi possano essere modellati come:

$$d(t) = WN(0, \lambda)$$

Inoltre, come tutti i segnali, anche i segnali di guasto si caratterizzano per il loro andamento temporale. Generalmente vengono prese in considerazione tre tipi di andamenti temporali che individuano tre distinte categorie di guasto:

- *guasti improvvisi*, tipici di un componente danneggiato;
- *guasti incipienti* che rappresentano usura o errore di calibrazione di un sensore;
- *guasti intermittenti* dovuti a perdita di connessione.

Questi tipi di guasto sono spesso presi in considerazione per verificare le performance degli schemi diagnostici; ovviamente l'andamento temporale di un

guasto, in situazioni reali, è molto più complesso.

Di seguito sono riportati quattro esperimenti numerici relativi a situazioni di guasto differenti. Sono presi in considerazione guasti di processo (perdite nel collettore di aspirazione) e guasti di sensore (sensore giri e pressione) i quali, così come riportato nel paragrafo 1.3, sono convertiti in guasti di processo.

Per semplicità si è considerato lo scenario di guasto seguente:

$$\begin{cases} f_1(t) \rightarrow \text{perdite nel collettore di aspirazione} \\ f_2(t) \rightarrow \text{guasto sul sensore di pressione} \\ f_3(t) \rightarrow \text{guasto sul sensore giri} \end{cases}$$

Si precisa che, in accordo con quanto riportato nel Capitolo 3 le funzioni di valutazione e le relative soglie sono calcolate, rispettivamente, come:

$$J_{r_i(t)} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t r_i^T(t) r_i(t) dt} \quad (4.69)$$

$$J_{r_i(t), f_i(t)=0} \leq \alpha_d \varepsilon_d + \alpha_f \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^q \varepsilon_{f_j} =: J_{th,i} \quad (4.70)$$

Ulteriori dettagli in merito sono riportati nel Paragrafo 3.4. I valori delle soglie $J_{th,i}(t)$, calcolati sulla base della (4.70), sono riportati di seguito:

$$\begin{cases} J_{th,1} = 0.025 \\ J_{th,2} = 0.018 \\ J_{th,3} = 0.020 \end{cases}$$

Primo Esperimento

Nel primo esperimento sono state considerate le seguenti classi di guasto:

- perdite nel collettore di aspirazione modellate attraverso un guasto di tipo incipiente a partire dall'istante di tempo $t = 50$ sec;
- guasto sul sensore giri modellato attraverso un guasto di tipo improvviso a partire dall'istante di tempo $t = 60$ sec.

In Figura 4.23 sono riportati sia il profilo dell'angolo di farfalla che l'istante temporale di occorrenza dei guasti. I risultati ottenuti dall'applicazione dello schema FDI sono riportati in Figura 4.24. In tale figura è possibile osservare un confronto tra le funzioni di valutazione $J_{r_i}(t)$ relative al Singolo Osservatore LPV (linea verde) ed al Banco di Osservatori LPV (linea blu). In rosso è riportato il valore di soglia $J_{Th,i}(t)$. L'analisi dei risultati mostra che sia il singolo Osservatore che il Banco di Osservatori esibiscono buone capacità di

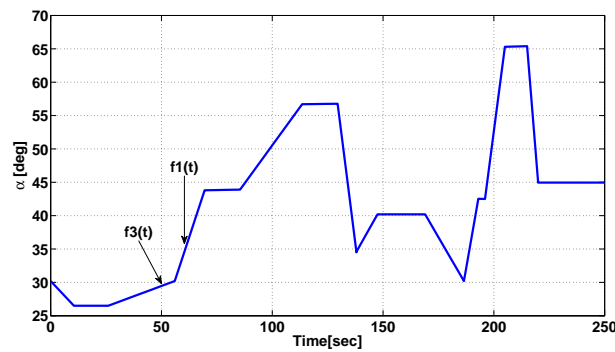


Figura 4.23. Primo Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Perdite nel collettore di aspirazione modellate con un guasto incipiente e guasto improvviso sul sensore di giri).

rilevazione ed isolamento dei guasti. Infatti i guasti considerati sono rilevati ed isolati in modo opportuno ed il secondo residuo, in coerenza con lo scenario di guasto considerato, è al di sotto del valore di soglia. Inoltre si può osservare che la strategia basata su Banco di Osservatori mostra livelli di segnale più elevati rispetto al Singolo Osservatore. Tale risultato è abbastanza ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

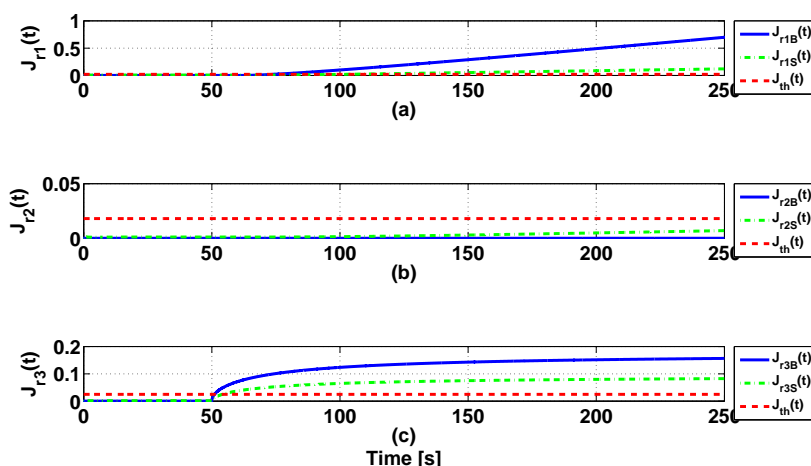


Figura 4.24. Primo Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{r_i}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore e guasti improvvisi sul sensore giri.

Secondo Esperimento

Nel secondo esperimento sono state considerate le seguenti classi di guasto:

- perdite nel collettore di aspirazione modellate attraverso un guasto di tipo incipiente a partire dall'istante di tempo $t = 30$ sec;
- guasto sul sensore di pressione modellato attraverso un guasto di tipo improvviso a partire dall'istante di tempo $t = 60$ sec.

In Figura 4.25 sono riportati sia il profilo dell'angolo di farfalla che l'istante temporale di occorrenza dei guasti.

I risultati ottenuti dall'applicazione dello schema FDI sono riportati in Figura 4.26. In tale figura è possibile osservare un confronto tra le funzioni di valutazione $J_{r_i}(t)$ relative al Singolo Osservatore LPV (linea verde) ed al Banco di Osservatori LPV (linea blu). In rosso è riportato il valore di soglia $J_{Th,i}(t)$. L'analisi dei risultati mostra che sia il singolo Osservatore che il Banco di Osservatori esibiscono buone capacità di rilevazione ed isolamento dei guasti. Infatti i guasti considerati sono rilevati ed isolati in modo opportuno ed il terzo residuo, in coerenza con lo scenario di guasto considerato, è al di sotto del valore di soglia. Inoltre si può osservare che la strategia basata su Banco di Osservatori è caratterizzata da un $J_{r_i}(t)$ di ampiezza maggiore rispetto al relativo segnale ottenuto dall'approccio a Banco di Osservatori. Infatti è sufficiente il livello del segnale $J_{r_1}(t)$ per rendersi conto delle maggiori prestazioni offerte dallo schema FDI basato su Banco di Osservatori.

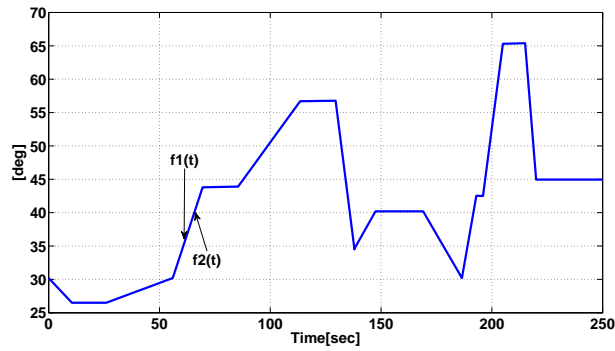


Figura 4.25. Secondo Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Perdite nel collettore di aspirazione modellate con un guasto incipiente e guasto improvviso sul sensore di pressione).

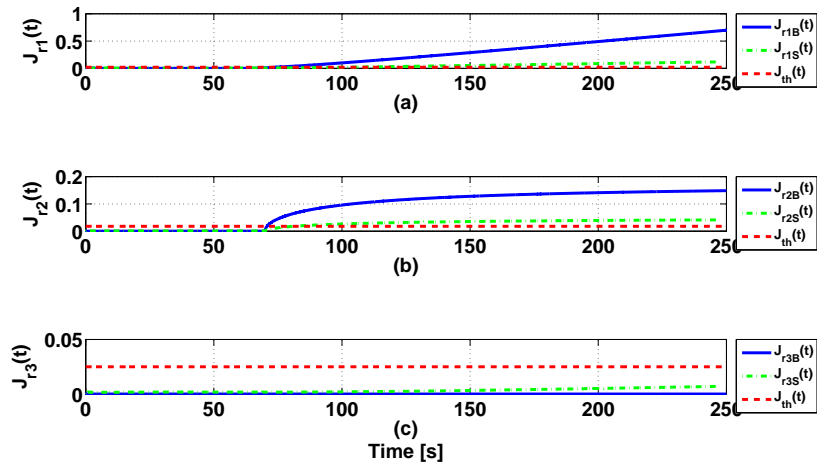


Figura 4.26. Secondo Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{r_i}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore e guasti improvvisi sul sensore giri.

Terzo Esperimento

Nel terzo esperimento sono state considerate le seguenti classi di guasto:

- guasto sul sensore di pressione modellato attraverso un guasto di tipo improvviso a partire dall'istante di tempo $t = 70$ sec.
- guasto sul sensore giri modellato attraverso un guasto di tipo incipiente a partire dall'istante di tempo $t = 60$ sec.

In Figura 4.27 sono riportati sia il profilo dell'angolo di farfalla che l'istante temporale di occorrenza dei guasti.

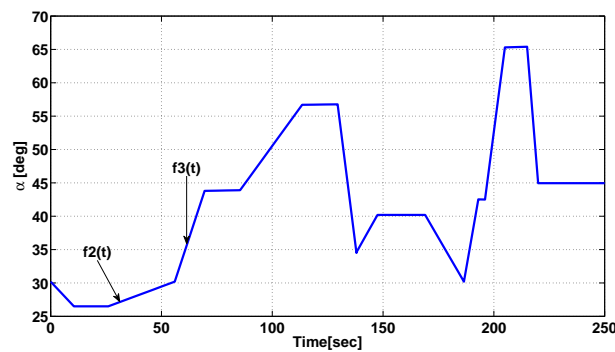


Figura 4.27. Terzo Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Guasto improvviso sul sensore di pressione e sul sensore giri).

I risultati ottenuti dall'applicazione dello schema FDI sono riportati in Figura 4.28. Anche in questo caso i guasti considerati sono rilevati ed isolati in modo opportuno ed il primo residuo, in coerenza con lo scenario di guasto considerato, è al di sotto del valore di soglia.

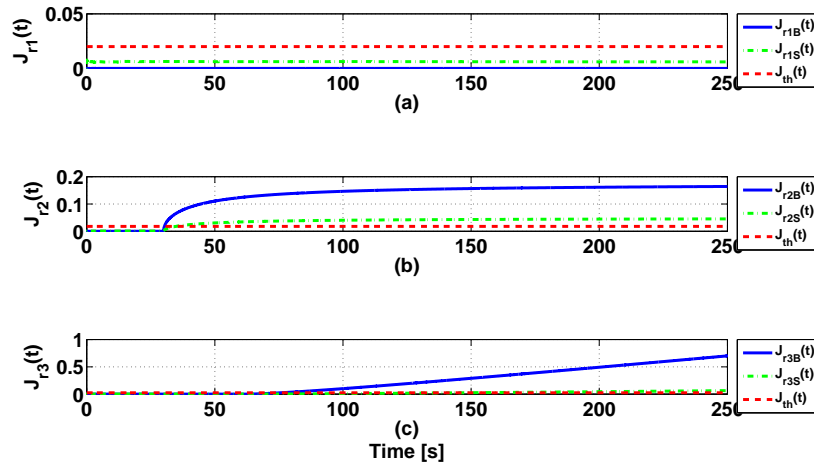


Figura 4.28. Terzo Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{ri}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore e guasti improvvisi sul sensore giri.

Quarto Esperimento

Nel quarto esperimento sono state considerate le seguenti classi di guasto:

- perdite nel collettore di aspirazione modellate attraverso un guasto di tipo incipiente a partire dall'istante di tempo $t = 20$ sec.
- guasto sul sensore di pressione modellato attraverso un guasto di tipo intermittente.
- guasto sul sensore giri modellato attraverso un guasto di tipo improvviso a partire dall'istante di tempo $t = 60$ sec.

In Figura 4.29 sono riportati sia il profilo dell'angolo di farfalla che l'istante temporale di occorrenza dei guasti.

I risultati ottenuti dall'applicazione dello schema FDI sono riportati in Figura 4.30. Anche in questo caso i guasti considerati sono rilevati ed isolati correttamente. Un'attenta analisi ci consente di osservare che le funzioni di valutazioni relative ad ogni classe di guasto non sono influenzate dagli altri guasti. Inoltre è possibile osservare una sorta di perdita di efficienza dello schema diagnostico in presenza di guasti intermittenti (secondo residuo). In realtà non si tratta di una vera perdita di efficienza ma di un andamento particolare della funzione di valutazione $J_{r2}(t)$ dovuto alla natura intermittente del guasto. A causa di questa 'intermittenza', infatti, la funzione di valutazione non riesce a raggiungere il suo valore di regime.

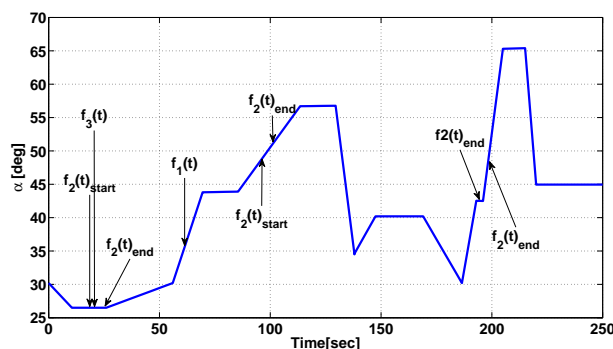


Figura 4.29. Quarto Esperimento: Profilo di farfalla e guasti (Guasto improvviso sul sensore di pressione e sul sensore giri).

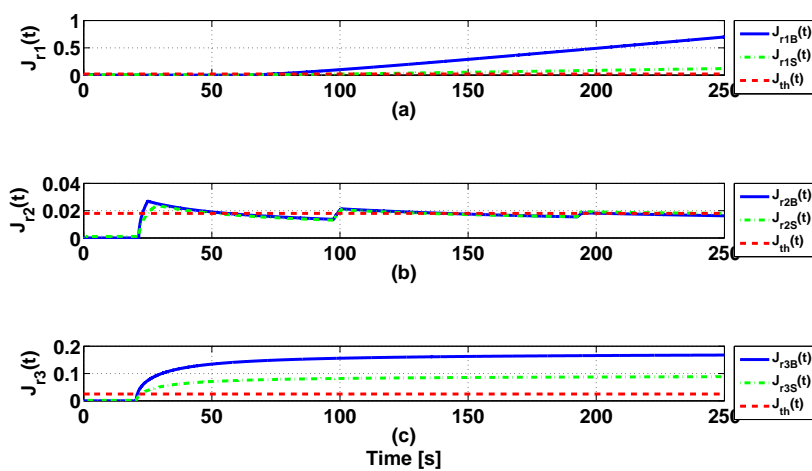


Figura 4.30. Quarto Esperimento: Funzione di valutazione dei residui $J_{r_i}(t)$, (linea verde, Singolo Osservatore. Linea Blu, Banco di Osservatori) e soglie $J_{th}(t)$ (linea rossa) per guasti multipli: perdite nel collettore, guasti improvvisi sul sensore giri e guasto intermittente sul sensore di pressione.

4.8 Conclusioni

In questo capitolo è stata proposto uno schema diagnostico LPV basato su modello applicabile nel contesto dei sistemi automotive. Dopo aver descritto dettagliatamente il principio di funzionamento del motore a combustione interna, ci si è concentrati sulla definizione di un modello non-lineare ai valori medi del sistema motore. Partendo da tale modello si è passati a definire e validare un'approssimazione LPV basata sulle variazioni di alcuni parametri caratteristici del motore. La fase di validazione ha dimostrato che il modello LPV definito costituisce una buona approssimazione del sistema non-lineare originale. Quindi, si è passati alla definizione ed al confronto di due schemi diagnostici basati, rispettivamente, sui paradigmi del Singolo Osservatore LPV e del Banco di Osservatori LPV. I risultati ottenuti hanno dimostrato la validità degli schemi diagnostici proposti. In particolare è stato possibile osservare un maggiore livello di prestazioni da parte dello schema diagnostico basato su Banco di Osservatori LPV. In conclusione è possibile affermare che la nuova descrizione LPV proposta rappresenta un promettente punto di partenza per la definizione di strategie FDI *model based* nel settore automotive ed ha le giuste potenzialità per migliorare le prestazioni e le qualità dei sistemi diagnostici di bordo attualmente in uso. Naturalmente, prima di poter fare delle affermazioni definitive è necessario verificare le proprietà del sistema proposto in uno scenario di guasto realistico.

Applicazione di Algoritmi FDI per Sistemi Ibridi ed a Salti

In questo capitolo sono presentate una serie di applicazioni atte a verificare l'efficienza delle strategie di diagnosi presentate nel Capitolo 3, riguardanti il contesto dei Sistemi Ibridi ed a Salti.

Nello specifico, partendo dalla definizione di sistema H-LPV e J-LPV (si veda il Capitolo 2), saranno proposti, per tale classe di sistemi, esempi applicativi relativi a strategie FDI *model based*.

Così come illustrato nei Paragrafi 3.5 - 3.6, le applicazioni considerate riguarderanno l'impiego di un singolo osservatore diagnostico LPV e di un banco di osservatori diagnostici LPV.

Inoltre, al fine di valutare l'effettiva efficienza del sistema diagnostico proposto, si prenderanno in considerazione malfunzionamenti, anche multipli, a cui possono essere soggetti gli attuatori, i sensori ed i componenti del sistema monitorato.

5.1 Algoritmi FDI per Sistemi Ibridi: un caso di studio

Questo paragrafo è dedicato all'applicazione delle tecniche di rilevazione ed isolamento guasti presentate nei Paragrafi 3.5 - 3.6, a sistemi modellabili attraverso una rappresentazione ibrida e lineare tempo-variante dipendente da parametro.

A tal fine, si prenderà in considerazione il Sistema a Tre Vasche riportato in Figura 5.1. Una tale scelta è dovuta al fatto che questo particolare sistema, in conformità con quelli che sono gli obiettivi prestabiliti, si presta ad essere modellato sia attraverso configurazioni ibride che attraverso rappresentazioni LPV.

Il sistema si compone di tre cilindri aventi sezione trasversale S , connessi in serie attraverso tubi cilindrici aventi sezione trasversale s_{ij} . Il liquido viene

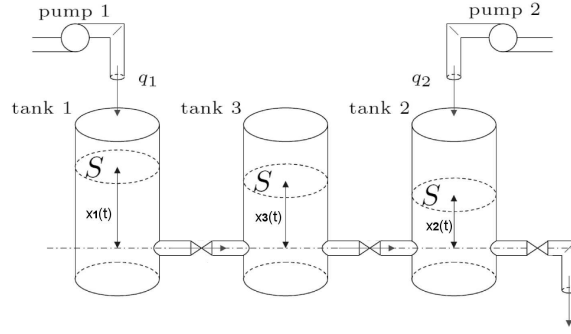


Figura 5.1. Sistema a 3 vasche

immesso nelle vasche 1 e 2 attraverso le rispettive pompe; $q_1(t)$ e $q_2(t)$ indicano rispettivamente il flusso di liquido in ingresso alla vasca 1 ed alla vasca 2. Le quantità $x_i(t)$, $i = 1, \dots, 3$, indicano il livello di liquido nelle tre vasche.

Il primo passo consiste nella definizione del modello non lineare del sistema a partire del sistema in considerazione.

Il modello matematico è ottenuto a partire dalle equazioni di bilancio delle masse da cui si ottiene:

$$H : \begin{cases} S\dot{x}_1 = q_1 - s_{13}\sqrt{2g(x_1 - x_3)} - s_l\sqrt{2gx_1} \\ S\dot{x}_2 = q_2 - s_{32}\sqrt{2g(x_3 - x_2)} - s_0\sqrt{2gx_2} \\ S\dot{x}_3 = s_{13}\sqrt{2g(x_1 - x_3)} - s_l\sqrt{2gx_3} - s_{32}\sqrt{2g(x_3 - x_2)} \end{cases} \quad (5.1)$$

I parametri del sistema sono riportati nella Tabella 5.1.

Definito, quindi, il modello matematico del sistema oggetto di studio è ne-

| | |
|----------|------------------|
| S | $0.0154m^2$ |
| s_{13} | $5 * 10^{-5}m^2$ |
| s_{32} | $5 * 10^{-5}m^2$ |
| s_0 | $5 * 10^{-5}m^2$ |
| s_l | $1\%s_{13}$ |

Tabella 5.1. Parametri del Sistema.

cessario derivare una rappresentazione ibrida LPV.

Gli aspetti modellistici ed i risultati delle applicazioni delle metodologie FDI proposte, relative sia al contesto deterministico che al contesto stocastico, so-

no riportati nei paragrafi seguenti.

5.1.1 Contesto Deterministico

Una prima analisi del sistema (5.1) suggerisce che i livelli di liquido delle vasche non devono mai essere al di sopra di un valore massimo o al di sotto di un valore minimo.

Tale analisi ci permette di considerare un automa che, così come mostrato in Figura 5.2, si “muove” su tre differenti configurazioni.

Nella configurazione S_1 entrambe le pompe immettono liquido nelle vasche 1

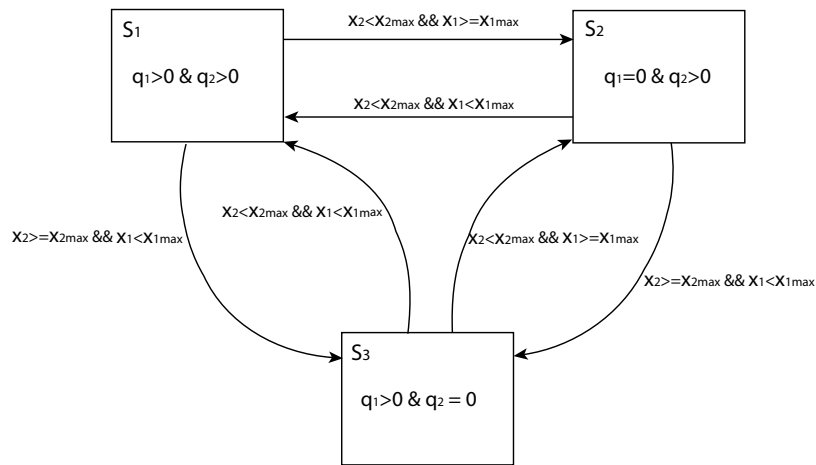


Figura 5.2. Configurazione ibrida del sistema a tre vasche

e 2. Pertanto i valori della portata di liquido in ingresso sono:

$$q_1(t) > 0 \ \& \ q_2(t) > 0.$$

Per evitare che il livello di liquido $x_1(t)$ superi il valore massimo consentito di liquido contenibile nella vasca, si esegue una transizione dalla configurazione S_1 alla configurazione S_2 interrompendo la pompa 1 e lasciando attiva la sola pompa 2. In tal caso il livello di liquido $x_2(t)$ deve essere al di sotto del suo valore massimo. I valori della portata di liquido in ingresso alle vasche sono quindi:

$$q_1(t) = 0 \ \& \ q_2(t) > 0$$

La configurazione S_3 prevede l'interruzione della pompa 2 al fine di evitare che il livello di liquido $x_2(t)$ superi il valore massimo consentito di liquido contenibile nella vasca corrispondente. Questa configurazione prevede inoltre

che il livello di liquido $x_1(t)$ sia al di sotto del suo valore massimo. Pertanto i valori di portata in ingresso delle vasche sono:

$$q_1(t) > 0 \ \& \ q_2(t) = 0$$

Alla luce di quanto sopra esposto risulta evidente il carattere ibrido del sistema considerato, perciò è possibile definire l'insieme degli stati discreti come:

$$\sigma \in \Sigma = \{1, 2, 3\} \quad (5.2)$$

L'ulteriore ipotesi che il livello di liquido della i -sima vasca sia tale che

$$x_i^- \leq x_i \leq x_i^+, \quad i = 1, 2, 3$$

consente di definire un modello H-LPV.

Più in dettaglio, la procedura di definizione del modello H-LPV, prevede che per ogni stato discreto del sistema (σ , $\sigma = 1, \dots, 3$), una volta selezionate le variabili di interesse (x_i) per la rappresentazione LPV, si proceda all'operazione di linearizzazione delle equazioni (5.1) in modo da ottenere la matrice Jacobiana seguente:

$$A_\sigma = \begin{pmatrix} -\frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} - \frac{s_{1g}}{S\sqrt{2gx_1}} & 0 & \frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} \\ 0 & -\frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} - \frac{s_{0g}}{S\sqrt{2gx_2}} & \frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} \\ \frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} & \frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} & -\frac{s_{13}g}{S\sqrt{2g(x_1-x_3)}} - \frac{s_{32}g}{S\sqrt{2g(x_3-x_2)}} - \frac{s_{1g}}{\sqrt{2gx_3}} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

L'avere scelto i livelli di liquido delle tre vasche come variabili di interesse, consente di ottenere, per ogni valore di σ , una rappresentazione LPV costruita su 2^3 vertici.

Il passo successivo riguarda la definizione delle funzioni normalizzate di interpolazione $\rho_i(t)$, le quali sono tali che:

$$\begin{cases} \rho_i(t) \in [0, 1]; \\ \sum_{i=1}^n \rho_i(t) = 1 \end{cases} \quad (5.4)$$

in cui $i = 1, \dots, n$ individua i vertici su cui viene effettuata l'approssimazione. In particolare le funzioni normalizzate di interpolazione sono così definite:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1(t) = p_1 * p_2 * p_3; \\ \rho_2(t) = p_1 * (1 - p_2) * p_3; \\ \rho_3(t) = p_1 * p_2 * (1 - p_3); \\ \rho_4(t) = p_1 * (1 - p_2) * (1 - p_3); \\ \rho_5(t) = (1 - p_1) * p_2 * p_3; \\ \rho_6(t) = (1 - p_1) * (1 - p_2) * p_3; \\ \rho_7(t) = (1 - p_1) * p_2 * (1 - p_3); \\ \rho_8(t) = (1 - p_1) * (1 - p_2) * (1 - p_3); \end{array} \right. \quad (5.5)$$

in cui i parametri p_i , $i = 1, \dots, 3$, sono ottenuti normalizzando e centrando i termini x_1 , x_2 e x_3 come segue:

$$p_1 = \frac{x_1 - \bar{x}_1}{\bar{x}_1 - x_1}; \quad p_2 = \frac{x_2 - \bar{x}_2}{\bar{x}_2 - x_2}; \quad p_3 = \frac{x_3 - \bar{x}_3}{\bar{x}_3 - x_3}. \quad (5.6)$$

Quindi, per ogni valore di σ , si ottiene una rappresentazione lineare tempo-variante dipendente da parametro del tipo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}}(t) = A_\sigma(\rho(t))\tilde{x}(t) + B_\sigma u(t) \\ \tilde{y}(t) = C_\sigma \tilde{x}(t). \quad \sigma = 1, \dots, 4. \end{array} \right. \quad (5.7)$$

in cui, supponendo che il sistema ibrido si trovi nel suo j -simo ($\sigma = j$) stato discreto:

$$\begin{aligned} A_j(\rho(t)) = & \rho_1(t) A_j|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3} + \rho_2(t) A_j|_{\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3} + \rho_3(t) A_j|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3} + \\ & \rho_4(t) A_j|_{\bar{x}_1, x_2, x_3} + \rho_5(t) A_j|_{x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3} + \rho_6(t) A_j|_{x_1, x_2, \bar{x}_3} + \\ & \rho_7(t) A_j|_{x_1, \bar{x}_2, x_3} + \rho_8(t) A_j|_{x_1, x_2, x_3} \end{aligned}$$

In questo caso inoltre:

$$B_j, C_j$$

sono matrici che non dipendono dal parametro $\rho(t)$.

Si suppone che il sistema sia soggetto a disturbi e guasti ad energia finita tali che:

$$\begin{aligned} \Omega_f & \triangleq \left\{ f(\cdot) | \exists \varepsilon_f > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^\infty \|f(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_f \right\}, \\ \Omega_d & \triangleq \left\{ d(\cdot) | \exists \varepsilon_d > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^\infty \|d(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_d \right\} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Nello specifico si supporrà che il sistema sia soggetto a disturbi del tipo

$$d(t) = WN(0, \lambda) \quad (5.9)$$

e che sia soggetto a malfunzionamenti di processo (perdite nella Vasca 1) e di sensori (guasti sui sensori di livello delle Vasche 1 e 2) modellabili attraverso funzioni a gradino di ampiezza predefinita.

Gli effetti dei rumori e dei guasti sono sagomati attraverso i seguenti filtri definiti sulla banda di frequenza $[\omega_i, \omega_s] = [0, 25]$ rad/s.

$$Q_d(s) = \frac{\omega_s}{s^2 + 1.4\omega_s s + \omega_s^2}, Q_f(s) = \frac{s^2 + s + \omega_s}{s^2 + \omega_s s + \omega_s}$$

Considerando, inoltre, che i malfunzionamenti di sensore possono essere convertiti in malfunzionamenti di attuatori (si veda il Paragrafo 1.3) il modello (5.7) può essere riscritto come:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A_\sigma(\rho(t))\tilde{x}(t) + B_\sigma u(t) + B_{d,\sigma}d(t) + B_{f,\sigma}f(t) \\ \tilde{y}(t) = C_\sigma \tilde{x}(t). \quad \sigma = 1, \dots, 3. \end{cases} \quad (5.10)$$

Tutto ciò premesso nei paragrafi che seguono sono riportati i risultati riguardanti l'applicazione delle strategie FDI discusse nel Paragrafo 3.5. Si precisa che, in accordo con quanto riportato nel Capitolo 3 le funzioni di valutazione e le relative soglie sono calcolate, rispettivamente, come:

$$J_{r_i(t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_s - \omega_i)} \int_{\omega_i}^{\omega_s} r_{(t)}^*(j\omega) r_{(t)}(j\omega) d\omega} \quad (5.11)$$

$$J_{th,i} \leq \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_s - \omega_i)}} \left(\alpha_d \varepsilon_d + \alpha_f \sqrt{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^q \varepsilon_{f_j}^2} \right) \quad (5.12)$$

Ulteriori dettagli in merito sono riportati nel Paragrafo 3.4. I valori delle soglie $J_{th,i}(t)$, calcolati sulla base della (5.12), sono riportati di seguito:

$$\begin{cases} J_{th,1} = 1.3 * 10^{-3} \\ J_{th,2} = 0.033 \\ J_{th,3} = 0.029 \end{cases}$$

Risultati

Lo schema diagnostico presentato nel Paragrafo 3.5 prevede la progettazione congiunta di uno stimatore dello stato discreto del sistema ibrido e di uno schema diagnostico (Singolo Osservatore e Banco di Osservatori) che, sfruttando la stima dello stato discreto, sia in grado di determinare correttamente la presenza di eventuali malfunzionamenti in una delle configurazioni del sistema ibrido.

In fase di progettazione si è dovuto necessariamente tenere in conto il concetto di *dwell-time minimo* che è intrinseco nella definizione di sistema ibrido. Pertanto, così come previsto dalla Definizione 2.4, nella progettazione dello schema FDI è necessario garantire la stabilità dell'osservatore anche durante le transizioni da una configurazione all'altra del sistema.

Il dwell-time minimo, calcolato in accordo con la Definizione 2.6, è pari a

$$\delta = 2.9sec$$

Per verificare al meglio le prestazioni dello schema diagnostico proposto sono stati condotti tre esperimenti numerici. Inoltre, per ogni possibile configurazione $\sigma = 1, 2, 3$ del sistema ibrido, si è considerato il seguente scenario di guasto:

$$\begin{cases} f_1(t) \rightarrow \text{perdite nella Vasca 1} \\ f_2(t) \rightarrow \text{guasto sul sensore di livello della Vasca 1} \\ f_3(t) \rightarrow \text{guasto sul sensore di livello della Vasca 2} \end{cases}$$

Gli esperimenti che seguono mostrano il comportamento dello schema FDI proposto. Si noti che, per ogni esperimento, vengono confrontati i risultati ottenuti attraverso l'approccio a singolo osservatore e l'approccio a banco di osservatori diagnostici.

Primo Esperimento

Il primo esperimento è stato condotto considerando malfunzionamenti per le configurazioni $\sigma = 1$ e $\sigma = 2$. In particolare i *fault* considerati sono di tipo *improvviso* ed hanno il seguente andamento temporale.

- Configurazione $\sigma = 1$:
Guasto sul sensore di livello della vasca 1 modellato come:

$$f_2(t) = \{0, t \leq 25s; 1, t > 25s$$

Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 35s; 1, t > 35s$$

- Configurazione $\sigma = 2$:
Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 20s; 1, t > 20s$$

In Figura 5.3, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.3-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.3-(a), è riportato un confronto tra il valore dello stato discreto $\sigma(t)$ e la sua stima. Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato

nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che lo stato discreto $\sigma(t)$ è stimato in modo corretto. Si può notare che il ritardo nella stima di è pari a $0.9sec$ e che tale valore è compatibile con il *dwell-time minimo* del sistema. Inoltre è possibile affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

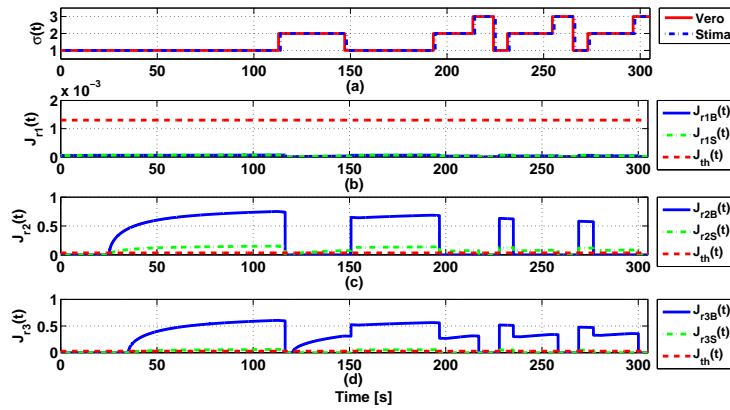


Figura 5.3. Primo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

Secondo Esperimento

Il secondo esperimento è stato condotto considerando malfunzionamenti in ogni configurazione del sistema ibrido. In particolare i *fault* considerati sono di tipo *improvviso* ed hanno il seguente andamento temporale.

- Configurazione $\sigma = 1$:
Guasto sul sensore di livello della vasca 1 modellato come:

$$f_2(t) = \{0, t \leq 25s; 1, t > 25s$$

Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 35s; 1, t > 35s$$

- Configurazione $\sigma = 2$:
Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 20s; 1, t > 20s$$

- Configurazione $\sigma = 3$:
Perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 200s; 1, t > 200s$$

In Figura 5.4, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.4-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.4-(a), è riportato un confronto tra il valore dello stato discreto $\sigma(t)$ e la sua stima. Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che lo stato discreto $\sigma(t)$ è stimato in modo corretto. Si può notare che il ritardo nella stima di è pari a $0.9sec$ e che tale valore è compatibile con il *dwell-time minimo* del sistema. Inoltre è possibile affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

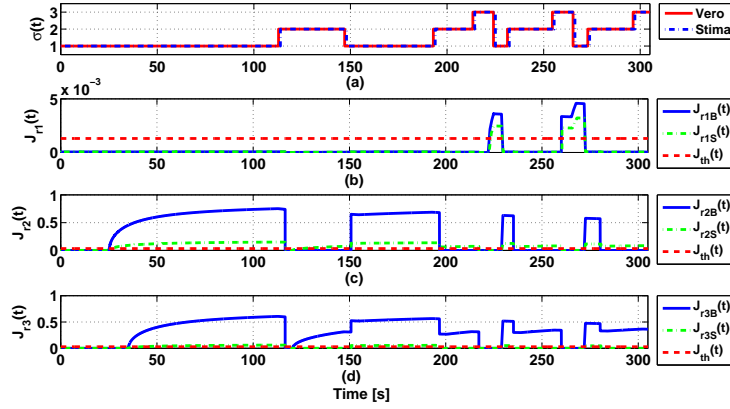


Figura 5.4. Secondo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

Terzo Esperimento

Il terzo esperimento è stato condotto considerando malfunzionamenti in ogni configurazioni del sistema ibrido. In particolare i *fault* considerati sono di tipo *improvviso* ed hanno il seguente andamento temporale.

- Configurazione $\sigma = 1$:
Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 35s; 1, t > 35s$$

- Configurazione $\sigma = 2$:
Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 20s; 1, t > 20s$$

Perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 70s; 1, t > 70s$$

- Configurazione $\sigma = 3$:
Perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 200s; 1, t > 200s$$

In Figura 5.5, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.5-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.5-(a), è riportato un confronto tra il valore dello stato discreto $\sigma(t)$ e la sua stima. Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato

nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che lo stato discreto $\sigma(t)$ è stimato in modo corretto. Si può notare che il ritardo nella stima di è pari a 0.9sec e che tale valore è compatibile con il *dwell-time minimo* del sistema. Inoltre è possibile affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

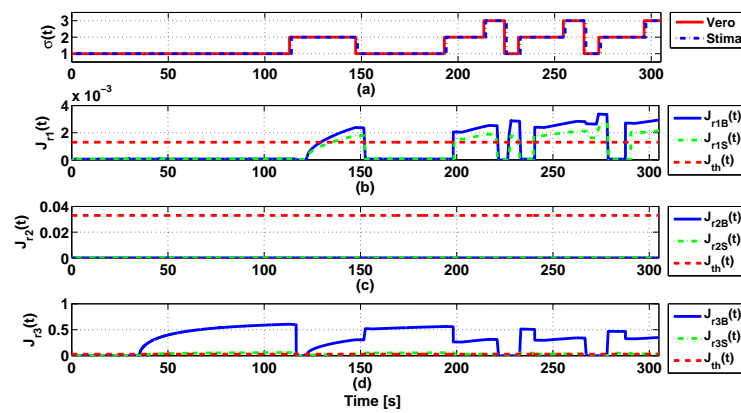


Figura 5.5. Terzo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{r_i}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

5.1.2 Contesto Stocastico

Facendo riferimento al sistema a tre vasche riportato nel paragrafo precedente, è possibile definire per tale modello un'approssimazione LPV a salti.

Per poter definire una tale approssimazione si suppone che durante il funzionamento del sistema, ad ogni istante di tempo, le uscite corrispondano con i valori misurati dal sensore di livello della vasca 1 o in alternativa con i valori misurati dal sensore di livello della vasca 2, in accordo con il modello probabilistico definito dalla catena di Markov riportata in Figura 5.6. Tale situazione è tipica delle comunicazioni di dati attraverso reti wireless.

Si assume che la catena di Markov abbia probabilità di transizione $p_{1,1} = p_{2,1} = p = 0.5$ e $p_{1,2} = p_{2,2} = (1 - p) = 0.5$.

La matrice di probabilità di transizione è pari a:

$$P = [p_{ij}] = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} \\ p_{2,1} & p_{2,2} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

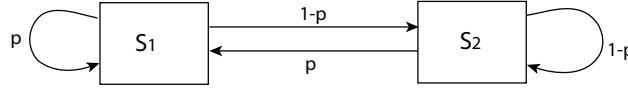


Figura 5.6. Configurazione a salti per il sistema a tre vasche

Quindi i modi della catena di Markov

$$\xi = i, \quad i = 1, 2$$

corrispondono a condizioni operative in cui sono disponibili solo le misure relative al sensore di livello della vasca i -sima.

Inoltre, al fine di ottenere un'approssimazione J-LPV, si assume che i livelli di liquido nelle tre vasche, per ogni modo ξ della catena di Markov, siano limitati così come riportato di seguito:

$$x_i^- \leq x_i \leq x_i^+, \quad i = 1, 2, 3$$

L'aver scelto i tre livelli di liquido delle vasche come variabili di interesse, consente di ottenere, per ogni valore di ξ , una rappresentazione LPV costruita su 2^3 vertici.

Il passo successivo riguarda la definizione delle funzioni normalizzate di interpolazione $\rho_i(t)$, le quali sono tali che:

$$\begin{cases} \rho_i(t) \in [0, 1]; \\ \sum_{i=1}^n \rho_i(t) = 1 \end{cases} \quad (5.14)$$

in cui $i = 1, \dots, n$ individua i vertici su cui viene effettuata l'approssimazione. In particolare le funzioni normalizzate di interpolazione sono così definite:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1(t) = p_1 * p_2 * p_3; \\ \rho_2(t) = p_1 * (1 - p_2) * p_3; \\ \rho_3(t) = p_1 * p_2 * (1 - p_3); \\ \rho_4(t) = p_1 * (1 - p_2) * (1 - p_3); \\ \rho_5(t) = (1 - p_1) * p_2 * p_3; \\ \rho_6(t) = (1 - p_1) * (1 - p_2) * p_3; \\ \rho_7(t) = (1 - p_1) * p_2 * (1 - p_3); \\ \rho_8(t) = (1 - p_1) * (1 - p_2) * (1 - p_3); \end{array} \right. \quad (5.15)$$

in cui i parametri p_i , $i = 1, \dots, 3$, sono ottenuti normalizzando e centrando i termini x_1 , x_2 e x_3 come segue:

$$p_1 = \frac{x_1 - \underline{x}_1}{\bar{x}_1 - \underline{x}_1}; \quad p_2 = \frac{x_2 - \underline{x}_2}{\bar{x}_2 - \underline{x}_2}; \quad p_3 = \frac{x_3 - \underline{x}_3}{\bar{x}_3 - \underline{x}_3}. \quad (5.16)$$

Quindi, per ogni valore di ξ , si ottiene una rappresentazione lineare tempo-variante dipendente da parametro del tipo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}}(t) = A_\xi(\rho(t))\tilde{x}(t) + B_\xi u(t) \\ \tilde{y}(t) = C_\xi \tilde{x}(t). \quad \xi = 1, \dots, 4. \end{array} \right. \quad (5.17)$$

in cui, supponendo che la catena di Markov si trovi nel suo j -simo ($\xi = j$) modo:

$$\begin{aligned} A_j(\rho(t)) = & \rho_1(t) A_j|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3} + \rho_2(t) A_j|_{\bar{x}_1, \underline{x}_2, \bar{x}_3} + \rho_3(t) A_j|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \underline{x}_3} + \\ & \rho_4(t) A_j|_{\bar{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_3} + \rho_5(t) A_j|_{\underline{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3} + \rho_6(t) A_j|_{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \bar{x}_3} + \\ & \rho_7(t) A_j|_{\underline{x}_1, \bar{x}_2, \underline{x}_3} + \rho_8(t) A_j|_{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{x}_3} \end{aligned}$$

In questo caso inoltre:

$$B_j, C_j$$

sono matrici che non dipendono dal parametro $\rho(t)$.

Si noti che:

- l'approssimazione LPV è ottenuta considerando gli stati del sistema non-lineare come termini di scheduling;
- la catena di Markov caratterizza esclusivamente le misure dei sensori.

Si suppone che il sistema sia soggetto a disturbi e guasti ad energia finita tali che:

$$\begin{aligned}\Omega_f &\triangleq \left\{ f(\cdot) | \exists \varepsilon_f > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^\infty \|f(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_f \right\}, \\ \Omega_d &\triangleq \left\{ d(\cdot) | \exists \varepsilon_d > 0 \text{ s.t. } \sqrt{\int_0^\infty \|d(t)\|_2^2 dt} \leq \varepsilon_d \right\}\end{aligned}\quad (5.18)$$

Nello specifico si supporrà che il sistema sia soggetto a disturbi del tipo

$$d(t) = WN(0, \lambda) \quad (5.19)$$

e che sia soggetto a malfunzionamenti di processo (perdite nella Vasca 1) e di sensori (guasti sui sensori di livello delle Vasche 1 e 2) modellabili attraverso funzioni a gradino di ampiezza predefinita.

Gli effetti dei rumori e dei guasti sono sagomati attraverso i seguenti filtri definiti sulla banda di frequenza $[\omega_i, \omega_s] = [0, 25]$ rad/s.

$$Q_d(s) = \frac{\omega_s}{s^2 + 1.4\omega_s s + \omega_s^2}, \quad Q_f(s) = \frac{s^2 + s + \omega_s}{s^2 + \omega_s s + \omega_s}$$

Considerando, inoltre, che i malfunzionamenti di sensore possono essere convertiti in malfunzionamenti di attuatori (si veda il Paragrafo 1.3) il modello (5.17) può essere riscritto come:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A_\xi(\rho(t))\tilde{x}(t) + B_\xi u(t) + B_{d,\sigma}d(t) + B_{f,\xi}f(t) \\ \tilde{y}(t) = C_\xi \tilde{x}(t). \quad \xi = 1, 2. \end{cases} \quad (5.20)$$

Tutto ciò premesso nei paragrafi che seguono si illustrano i risultati riguardanti l'applicazione delle strategie di Rilevazione ed Isolamento guasti discusse nel Paragrafo 3.6.

Si precisa che, in accordo con quanto riportato nel Capitolo 3 le funzioni di valutazione e le relative soglie sono calcolate, rispettivamente, come:

$$J_{r_i(t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_s - \omega_i)} \int_{\omega_i}^{\omega_s} r_{(t)}^*(j\omega) r_{(t)}(j\omega) d\omega} \quad (5.21)$$

$$J_{th,i} \leq \sqrt{\frac{1}{2\pi(\omega_s - \omega_i)}} \left(\alpha_d \varepsilon_d + \alpha_{\hat{f}} \sqrt{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^q \varepsilon_{\hat{f}_j}^2} \right) \quad (5.22)$$

Ulteriori dettagli in merito sono riportati nel Paragrafo 3.4. I valori delle soglie $J_{th,i}(t)$, calcolati sulla base della (5.22), sono riportati di seguito:

$$\begin{cases} J_{th,1} = 1.6 * 10^{-3} \\ J_{th,2} = 0.031 \\ J_{th,3} = 0.026 \end{cases}$$

Risultati

Lo schema diagnostico presentato nel Paragrafo 3.6 prevede la definizione di uno schema FDI (Singolo Osservatore e Banco di Osservatori) che, sotto l'ipotesi che il modo della catena di Markov ξ sia accessibile, sia in grado di determinare correttamente la presenza di eventuali malfunzionamenti nel sistema.

Per verificare al meglio le prestazioni dello schema diagnostico proposto sono stati condotti cinque esperimenti numerici. È stato considerato il seguente scenario di guasto:

$$\begin{cases} f_1(t) \rightarrow \text{perdite nella Vasca 1} \\ f_2(t) \rightarrow \text{guasto sul sensore di livello della Vasca 1} \\ f_3(t) \rightarrow \text{guasto sul sensore di livello della Vasca 2} \end{cases}$$

Gli esperimenti che seguono mostrano il comportamento dello schema FDI proposto. Si noti che, per ogni esperimento, vengono confrontati i risultati ottenuti attraverso l'approccio a singolo osservatore e l'approccio a banco di osservatori diagnostici.

Primo Esperimento

Il primo esperimento è stato condotto considerando la presenza di perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 10s; 1, t > 10s\}$$

In Figura 5.7, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.7-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.7-(a), è riportata l'evoluzione del modo ξ della catena di Markov.

Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- la perdita viene rilevata a prescindere dal valore assunto dallo stato della catena di Markov. Tale risultato è ovvio in quanto l'evoluzione della catena di Markov influenza esclusivamente la trasmissione delle misure dei sensori;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

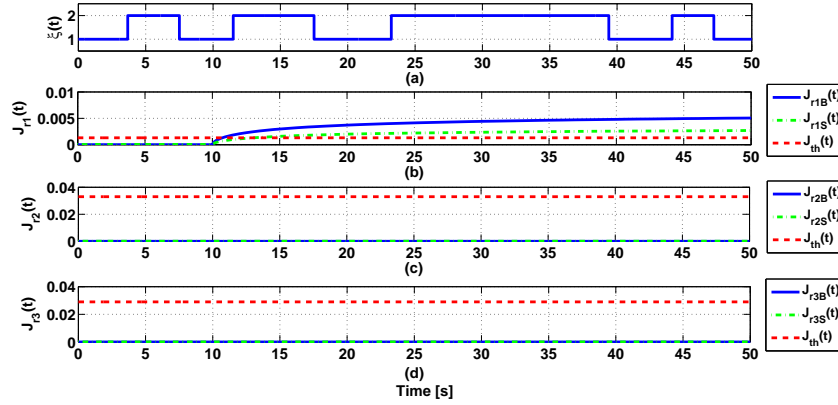


Figura 5.7. Primo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

Secondo Esperimento

Il secondo esperimento è stato condotto considerando il seguente scenario di guasto:

- Perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 10s; 1, t > 10s$$

- Guasto sul sensore di livello della vasca 1 modellato come:

$$f_2(t) = \{0, t \leq 23s; 1, t > 23s$$

In Figura 5.8, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.8-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.8-(a), è riportata l'evoluzione del modo ξ della catena di Markov.

Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- la perdita viene rilevata a prescindere dal valore assunto dallo stato della catena di Markov. Tale risultato è ovvio in quanto l'evoluzione della catena di Markov influenza esclusivamente la trasmissione delle misure dei sensori;
- il guasto sul sensore di livello della vasca 1 viene rilevato, come previsto, nel momento in cui il valore dello stato della catena di Markov è $\xi = 1$;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto

nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

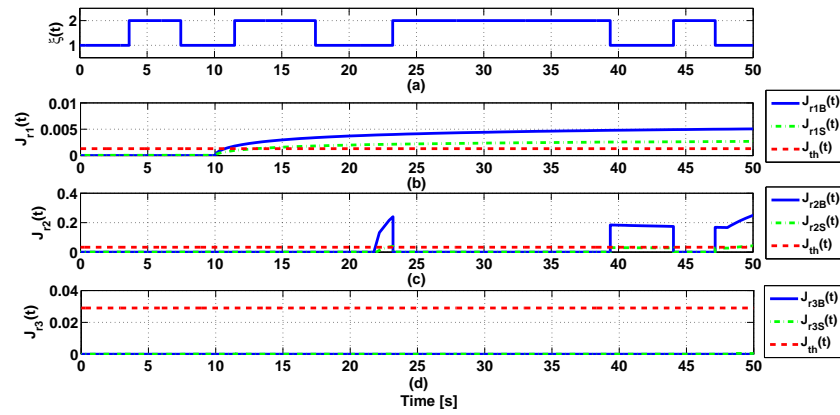


Figura 5.8. Secondo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

Terzo Esperimento

Il terzo esperimento è stato condotto considerando il seguente scenario di guasto:

- Perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 10s; 1, t > 10s$$

- Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 27s; 1, t > 23s$$

In Figura 5.9, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.9-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.9-(a), è riportata l'evoluzione del modo ξ della catena di Markov.

Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- la perdita viene rilevata a prescindere dal valore assunto dallo stato della catena di Markov. Tale risultato è ovvio in quanto l'evoluzione della catena di Markov influenza esclusivamente la trasmissione delle misure dei sensori;
- il guasto sul sensore di livello della vasca 1 viene rilevato, come previsto, nel momento in cui il valore dello stato della catena di Markov è $\xi = 2$;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

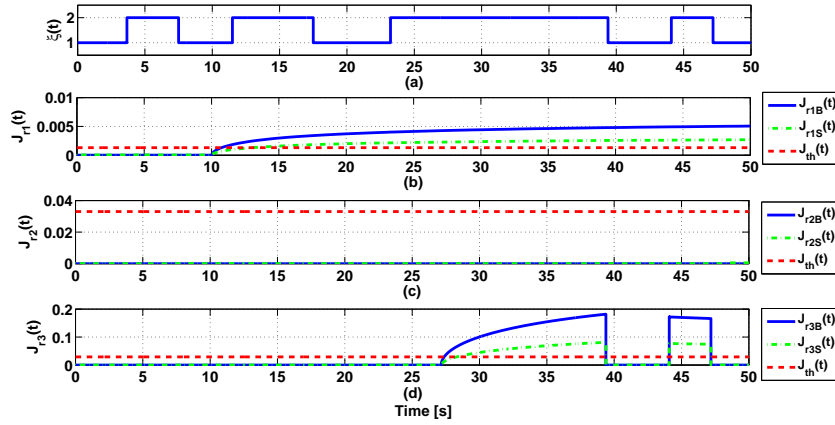


Figura 5.9. Terzo Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

Quarto Esperimento

Il quarto esperimento è stato condotto considerando il seguente scenario di guasto:

- Perdite nella vasca 1 modellate come:

$$f_1(t) = \{0, t \leq 10s; 1, t > 10s\}$$

- Guasto sul sensore di livello della vasca 1 modellato come:

$$f_2(t) = \{0, t \leq 23s; 1, t > 23s\}$$

- Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 27s; 1, t > 23s\}$$

In Figura 5.10, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.10-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.10-(a), è riportata l'evoluzione del modo ξ della catena di Markov.

Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- la perdita viene rilevata a prescindere dal valore assunto dallo stato della catena di Markov. Tale risultato è ovvio in quanto l'evoluzione della catena di Markov influenza esclusivamente la trasmissione delle misure dei sensori;

- i guasti sui sensori di livello delle vasche 1 e 2 sono rilevati, come previsto, nel momento in cui lo stato della catena di Markov assume, rispettivamente, il valore $\xi = 1$ e $\xi = 2$;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

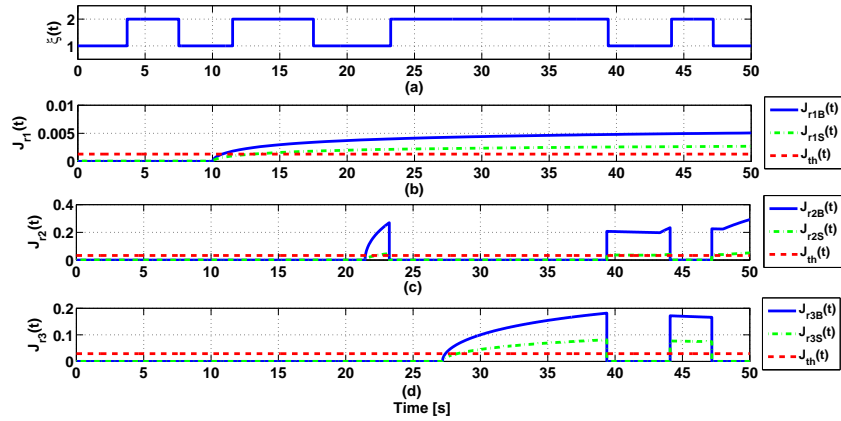


Figura 5.10. Quarto Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

Quinto Esperimento

Il quinto esperimento è stato condotto considerando il seguente scenario di guasto:

- Guasto sul sensore di livello della vasca 1 modellato come:

$$f_2(t) = \{0, t \leq 23s; 1, t > 23s$$

- Guasto sul sensore di livello della vasca 2 modellato come:

$$f_3(t) = \{0, t \leq 27s; 1, t > 27s$$

In Figura 5.9, sono riportati gli andamenti delle funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ e delle relative soglie $J_{th}(t)$ (Figura 5.11-(b),(c),(d)). Inoltre, in Figura 5.11-(a), è riportata l'evoluzione del modo ξ della catena di Markov.

Si precisa che $J_{ri}(t)$ e $J_{th}(t)$ sono progettati in accordo con quanto riportato nel Paragrafo 3.4.

L'analisi dei risultati ottenuti ci consente di affermare che:

- lo schema diagnostico proposto rileva ed isola correttamente i malfunzionamenti considerati;
- i guasti sui sensori di livello delle vasche 1 e 2 sono rilevati, come previsto, nel momento in cui lo stato della catena di Markov assume, rispettivamente, il valore $\xi = 1$ e $\xi = 2$;
- lo schema basato su banco di osservatori offre prestazioni migliori rispetto allo schema basato su singolo osservatore. Tale risultato è ovvio in quanto nella struttura del singolo osservatore diagnostico si ricerca un compromesso, utilizzando la matrice di segnatura dei guasti, tra tutti i guasti che devono essere rilevati ed isolati.

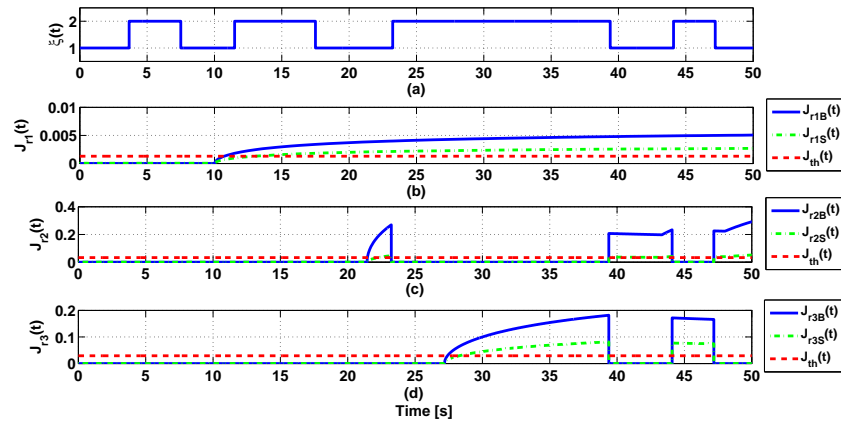


Figura 5.11. Quinto Esperimento: Funzioni di valutazione $J_{ri}(t)$ (linea blu, Banco di osservatori. Linea Verde, Singolo osservatore) e Soglie $J_{th}(t)$

5.2 Conclusioni

In questo capitolo sono state analizzate, attraverso un caso applicativo, le metodologie FDI illustrate nei Paragrafi 3.5-3.6. I risultati ottenuti ci consentono di affermare che le metodologie proposte, Singolo Osservatore e Banco di Osservatori diagnostici, permettono di ottenere un buon livello di rilevazione ed isolamento dei malfunzionamenti. Inoltre un'analisi più approfondita mette in evidenza che l'approccio basato su Banco di Osservatori consente di ottenere prestazioni migliori, sia per quel che riguarda il contesto deterministico sia per quel che riguarda il contesto stocastico.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi sono state definite metodologie di rilevazione ed isolamento guasti (FDI) basate su modello in grado di garantire un adeguato compromesso tra due specifiche, generalmente, in contrasto: reiezione dei disturbi e sensitività ai guasti.

Nel **Capitolo 1** sono state introdotte le nozioni di base e discussi dettagliatamente i principali approcci di rilevazione ed isolamento guasti presenti in letteratura.

Il **Capitolo 2** è stato dedicato alla definizione di una modellistica lineare tempo-variante per sistemi ibridi e markoviani.

Nel **Capitolo 3** sono state definite metodologie FDI per sistemi lineari tempo-varianti dipendenti da parametro (LPV) soggetti a disturbi. Nello specifico, sfruttando la teoria degli osservatori di Luenberger, sono state definite due metodologie di progetto, la prima basata su singolo osservatore diagnostico, la seconda basata su banco di osservatori diagnostici. Il soddisfacimento delle specifiche di reiezione dei disturbi e sensitività ai guasti è stato garantito attraverso la risoluzione di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo, su intervallo frequenziale definito a priori, con prestazioni H_∞/H_- (reiezione dei disturbi/sensitività ai guasti). Tale problema di ottimizzazione è stato risolto riscrivendo gli indici di prestazione H_∞/H_- in termini di disuguaglianze lineari matriciali. I risultati ottenuti sono stati quindi estesi ai framework di modellazione Ibrida ed a Salti. Nel primo caso si è definito un osservatore ibrido in grado sia di stimare le evoluzioni discrete associate alla dinamica ibrida che di rilevare ed isolare la presenza di malfunzionamenti all'interno di ogni configurazione del sistema ibrido. Nel caso dei sistemi a Salti, tipicamente usati per caratterizzare sistemi distribuiti e connessi in rete, sfruttando il concetto di stabilità stocastica, si è definito uno schema FDI in grado di garantire un adeguato livello di rilevazione ed isolamento guasti. Il sistema a salti è stato modellato attraverso il framework markoviano, tipicamente utilizzato per modellare perdite di informazioni durante la trasmissione dati e ritardi di comunicazione. Quindi le metodologie definite in questo capitolo sono state applicate a casi di studio specifici. In particolare nel **Capitolo 4** si è conside-

rato il caso applicativo del motore a combustione interna. Nello specifico, si è per prima cosa definito il modello non-lineare del motore a partire dal quale è stata ricavata una nuova rappresentazione lineare tempo-variante dipendente da parametro (LPV), basata sull'interpolazione di una famiglia di modelli linearizzati attorno a differenti punti di equilibrio/operativi. L'approssimazione LPV definita è stata validata sull'intero intervallo operativo del motore ed i risultati della validazione hanno dimostrato la bontà delle scelte modellistiche. Sfruttando questa nuova approssimazione LPV sono stati progettati e messi a confronto i due metodi di diagnosi presentati nel Capitolo 3. Per verificarne l'efficacia è stato considerato uno scenario applicativo in cui sono stati presi in considerazione guasti multipli (guasti di processo e di sensore). Entrambi gli approcci hanno dimostrato buone capacità di diagnosi ed, in particolare, l'approccio basato su banco di osservatori LPV ha dimostrato una maggiore capacità di rilevazione guasti.

Nel **Capitolo 5**, invece, si è considerato il caso di studio del sistema a tre vasche col fine di analizzare le metodologie FDI proposte per sistemi ibridi ed a salti. In entrambi i casi sono stati considerati scenari applicativi differenti ipotizzando che il sistema in considerazione fosse soggetto a guasti multipli (guasti di processo e di sensore). Sono stati progettati e messi a confronto i due metodi di diagnosi, relativi a sistemi ibridi ed a salti, presentati nel Capitolo 3. Entrambi gli approcci hanno dimostrato buone capacità di diagnosi ed, in particolare, l'approccio basato su banco di osservatori LPV ha dimostrato una maggiore capacità di rilevazione guasti. Inoltre per quel che riguarda lo scenario applicativo ibrido è stato verificato che l'osservatore ibrido proposto è in grado sia di diagnosticare in modo efficiente la presenza di un malfunzionamento, sia di stimare lo stato discreto associato alla configurazione ibrida corrente.

Riferimenti bibliografici

1. S.X. Ding. *Model-based Fault Diagnosis Techniques - Design Schemes, Algorithms and Tools*. Springer-Verlag: New York, Heidelberg, Tokyo, 2008.
2. A.S. Willsky. "A survey of design methods for failure detection systems". *Automatica*, **12**, pp. 601-611, 1975.
3. J. Chen and R.J. Patton. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers: Boston, MA, USA, 1999.
4. J. Gertler. "Analytical redundancy methods in fault detection and isolation; survey and synthesis". In *Proceedings of IFAC/IAMCS symposium on safe process*, pp. 9-21, 1991.
5. R. J. Patton, P. M. Frank and R. N. Clark (Eds). *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, Springer Verlag, 2000.
6. P. S. Min. "Robust application of Beard-Jones Detection Filter". *American Control Conference*, Pittsburgh, PA, USA, pp. 859-864, 1989.
7. E. Sobhani-Tehrani and K. Khorasani. *Fault Diagnosis of Nonlinear Systems Using a Hybrid Approach*. Springer-Verlag, 2009
8. F. Rambeaux, F. Hamelin and D. Sauter. "Optimal thresholding for robust fault detection of uncertain systems". *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **10**, pp. 1155-1173, 2000.
9. E. Hendricks and S.C. Sorenson. "Mean Value Modeling of Spark Ignition Engines". SAE Paper# 900616, 1990.
10. Hendricks E., T.Vestholm, P. Kaidantzis, P. Rasmussen and M. Jensen. "Non-linear Transient Fuel Film Compensation (NTFC)". SAE Paper# 930767, 1993.
11. J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*. Mc Graw-Hill, 1992.
12. G. Gagliardi, A. Casavola, D. Famularo and G. Franzè. "A Robust time-varying Fault Detection and Isolation method for a Spark Injection Engine". *18th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 1241-1246, Marrakech, Marocco, 2010.
13. G. Gagliardi, A. Casavola, D. Famularo and G. Franzè. "A Bank of Observers based LPV Fault Detection and Isolation method for Spark Injection Engine". In *Proceedings of the 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, Yokohama, Japan, 2010.

14. G. Gagliardi, A. Casavola, D. Famularo, G. Franzè and F. De Cristofaro. "A LPV Fault Detection and Isolation method for a Spark Injection Engine". In *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, Baltimore, MD, USA, pp.2230-2235, 2010.
15. A. Ballucchi, L. Benvenuti, M.D. Di Benedetto, A.L. Sangiovanni-Vincetelli. "Design of observer for hybrid systems". *Hybrid Systems: Computation and Control*, **2289**, pp. 76-89, 2002.
16. P. E. Caines, R. Greiner, and S. Wang. "Dynamical logic observers for finite automata". In *Proceedings of 27th Conference on Decision and Control*, Austin, TX, USA, pp. 226-233, 1988.
17. A. Balluchi, L. Benvenuti, M.D. Di Benedetto and A.L. Sangiovanni-Vincentelli. "A Methodology for the Design of Observers for Hybrid Systems". *Europea Community Projects IST-2001-33520 CC, IST-2001-32460 HYBRIDGE, CNR PF-MADESSII SP3.1.2*, 2001.
18. J. P. Hespanha. "Hybrid Control and Switched Systems Course". University of California, Santa Barbara, USA, 2005.
19. G. Gagliardi, A. Casavola, D. Famularo and G. Franzè. "A Fault Detection Filter Design Method for Hybrid Switched Linear Parameter Varying Systems". *8th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Ferrara, Italy, 2010.
20. G. Gagliardi, A. Casavola and D. Famularo. "A Fault Detection Filter Design Method for Markov Jump Linear Parameter Varying Systems". *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Spain, 2009.
21. S. Armeni, A. Casavola and E. Mosca. "A robust fault detection and isolation filter design under sensitivity constraint: An LMI approach" *International Journal of Robust Nonlinear Control*, **18**, pp. 1493-1506, 2008.
22. S. Armeni. *Robust fault detection and isolation with sensitivity constraint*. PhD Thesis, Università degli Studi di Firenze.
23. S. Simani, C. Fantuzzi and R.J. Patton. *Model-Based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques*. Springer-Verlag, 2002.
24. A. Casavola, D. Famularo, G. Franzè and M. Sorbara. "A fault-detection, filter-design method for linear parameter-varying systems". *Proc. IMechE - Journal of Systems and Control Engineering*, **221**, pp. 865-873, 2007.
25. P.M. Frank and X. Ding. "Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. Survey and some new results". *Journal of Process Control*, **7**, pp. 403-424, 1997.
26. J. Liu, J.L. Wang and G.H. Yang. "An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection". *Automatica*, **41**, pp. 1995-2004, 2005.
27. M. Basseville and I.V. Nikiforov. *Detection of Abrupt Changes*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1993.
28. V. Cocquempot, T. El Meznyani and M. Staroswiecki. "Fault Detection and Isolation for Hybrid Systems using Structured Parity Residuals". *5th Asian Control Conference*, **2**, pp. 1024-1212, 2004.
29. M. Zhong, H. Ye, P. Shi and G. Wang, "Fault detection for Markovian jump systems", In *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, **152**(4), pp. 397-402, 2005

30. C. Bonivento, A. Isidori, L. Gentili, L. Marconi and A. Paoli. "Fault Detection and Isolation and Fault Tolerant Control". *Technical report - IST 2001-21122 IFATIS, MIUR*.
31. J. Park, G. Rizzoni and W.B. Ribbens. "On the representation of sensor faults in fault detection filters". In *Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control*, San Antonio, TX, USA, **2**, pp. 1728-1732, 1993.
32. R. Isermann. *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer-Verlag, 2006.
33. P.M. Frank. "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy". *Automatica*, **26**, pp. 459-474, 1990.
34. R. Isermann. "Model-Based Fault Detection And Diagnosis - Status And Applications". *Annual Reviews in Control*, **29**(1), pp. 71-85, 2005.
35. R.N. Clark. "A simplified instrument detection scheme". *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **14**, pp. 558-563 and 456-465, 1978.
36. P.M. Frank. "Advanced fault detection and isolation schemes using nonlinear and robust observers". *10th World Congress on Automatic Control*. München, **3**, pp. 63-68, 1987.
37. T. Escobet and L. Travé-Massuyès. "Parameter estimation methods for fault detection and isolation". *European Associate Laboratory, Technical report*.
38. J.S. Shamma and D. Xiong. "Set-valued methods for linear parameter varying systems.". *Automatica*, **35**, pp. 1081-1089, 1999.
39. R. Tòth. *Modeling and identification of linear parameter-varying systems*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010.
40. A. Marcos and G. J. Balas. "Development of Linear Parameter Varying Models for Aircraft". *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **27**(2), pp. 218-228, 2004.
41. A.M. Esteban and G.J. Balas. "A Linear Parameter Varying Model of the Boeing 747-100/200 Lateral/Directional Motion". *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2001.
42. L. Gou, X. Wang and L. Chen "Design of Turbine Engine Robust Fault Detection with LPV Model", In *Proceedings of the 2008 3rd International Conference on Innovative Computing Information and Control*, pp.284-287, 2008.
43. L. Reberga, D. Henrion, J. Bernussou and F. Vary. "LPV modeling of a turbofan engine". *16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic, 2005.
44. R. Murray-Smith, T. A. Johansen and R. Shorten. "On the interpretation of local models in blended multiple model structures". *International Journal of Control*, **72**(7-8), pp. 620-628, 1999.
45. K.J. Hunt, R. Haas and R. Murray-Smith. "Design analysis of gain-scheduled control using local controller networks". *International Journal of Control*, **66**(5), pp. 619-651, 1997.
46. D.J.Leith and W.E.Leithead. "Comments on the Prevalence of Linear Parameter Varying Systems". *Technical report - Department of Electronic & Electrical Engineering, University of Strathclyde*, Glasgow G1 1QE, U.K.
47. R.A. Nichols, R. T. Reichert. "Gain Scheduling for H -Infinity Controllers: A FlightControl Example". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **1**(2), pp. 69-79, 1993.
48. J.S. Shamma and J. Cloutier. "Gain-Scheduled Missile Autopilot Design Using Linear Parameter Varying Transformation". *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **16**(2), pp. 256-261, 1993.

49. F. Casella and M. Lovera. "LPV/LFT modelling and identification: overview, synergies and a case study". *IEEE International Conference on Computer-Aided Control Systems Design*, San Antonio, TX, USA, pp. 852-857, 2008.
50. G. Balas. "Linear, parameter-varying control and its application to aerospace systems", *23rd Congress of International Council of the Aeronautical Sciences*, Toronto, Canada, 2002.
51. P.J. Antsaklis. "Special Issue on Hybrid Systems: Theory and Applications. A brief introduction to the theory and applications of hybrid systems". In *Proceedings of IEEE*, **88**(7), pp. 879-887, 2000.
52. J. Lygeros, K.H. Johansson, S.N. Simic, J. Zhang, S.S. Sastry. "Dynamical properties of hybrid automata". *IEEE Transactions on Automatic Control*, **48**(1), pp. 2-17, 2003.
53. A. Bemporad, M. Morari. "Control of systems integrating logic, dynamics and constraints". *Automatica*, **35**(3), pp. 407-427, 1999.
54. A. Casavola, G. Franzè, G. Cario and M. Lupia. "Diagnostic tools for identifying the level of attention of a motor vehicle driver". *Technical report - Lane Departure Warning Systems - Prevedo/LDWS/WP4/v1.0*, 2010.
55. E. De Santis, M.D. Di Benedetto, S. Di Gennaro and G. Pola. "Hybrid Observer Design Methodology", *Technical report - IST-2001-32460 of European Commission*, 2001.
56. O.L.V. Costa, M.D. Fragoso, and R.P. Marques. *Discrete-Time Markov Jump Linear Systems. Probability and its Applications*. Springer-Verlag, New York, 2005.
57. G. Calafiore and F. Dabbene, "Observer design with guaranteed RMS gain for discrete time LPV systems whit Markovian jumps". *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **19**, pp. 676-691, 2009.
58. D. Cho and P. Paoletta. "Model-based failure detection and isolation of automotive powertrain systems". In *Proceedings of the 1990 American Automatic Control Conference*, pp. 2898-2905, 1990.
59. A. Abdo, W. Damlakhi, J. Saijai and S. Ding. "Design of Robust Fault Detection Filter for Hybrid Switched Systems". In *Proceedings of the 2010 Conference on Control and Fault Tolerant Systems*, Nice, France, 2010.
60. G. Rizzoni and R. Hampo. "Real time detection filters for onboard diagnosis of incipient failures". SAE Paper# 890763, 1989.
61. K. Tanaka, T. Ikeda and H.O. Wang. "Fuzzy regulator and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs". *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **6**, pp. 250-265, 1998.
62. G. Rizzoni and P.S. Min. "Detection of sensor failures in automotive engines". *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **40**, pp. 487-500, 1991.
63. J. Bokor and G. Balas. "Detection filter design within the LPV framework". In *Proceedings of the 19th Digital Avionics Systems Conferences*, Philadelphia, PA, USA, pp. 6A3/1-6A3/5, 2000.
64. G. Rizzoni, P.M. Azzoni, and G. Minelli. "On-board diagnosis of emission control system malfunctions in electronically controlled spark ignition engines", In *Proceedings of the 1993 American Control Conference*, San Francisco, CA, USA, pp. 1790-1795, 1993.
65. J. Bokor and G. Balas. "Detection Filter design for LPV systems - a geometric approach". *Automatica*, **40**(3), pp. 511-518, 2004.
66. C. Scherer and S. Weiland. *Linear Matrix Inequalities in Control*. Delft Center for Systems and Control Delft University of Technology, The Netherlands.

67. S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*. SIAM, 1994.
68. U. Kiencke, L. Nielsen. *Automotive Control Systems for Engine, Driveline and Vehicle*. Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Tokio, 2000.
69. P. Paoletta and D. Cho. "A robust failure detection and isolation method for automotive power train sensors". In *IFAC SAFEPROCESS Symposium Proceedings*, pp. 509-515, 1991.
70. J. Gertler, M. Costin, X. Fang, R. Hira, Z. Kowalalczuk and Q. Luo. "Model-based on-board fault detection and diagnosis for automotive engines". *Control Engineering Practice*, **1**, pp. 3-17, 1993.
71. G. Fiengo. *Control of IC-Engine*. Ms. Thesis, Università degli Studi del Sannio, Benevento, ITALY, 1998.
72. J. Gertler, M. Costin, X. Fang, R. Hira, Z. Kowalalczuk and R. Monajemy. "Model-based diagnosis for automotive engines". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **3**, pp. 61-69, 1995.
73. M. Nyberg. *Model Based Fault Diagnosis: Methods, Theory, and Automotive Engine Applications*. Ph.D. Thesis, Linkping University, ISBN 91-7219-521-5, ISSN 0345-7524, Dissertation No. 591, 1999.
74. M. Nyberg. "Model-based diagnosis of an automotive engine using several types of fault models". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **10**, pp. 679-689, 2002.
75. M. Nyberg. "Model based diagnosis of an air path of an automotive diesel engine". *Control Engineering Practice*, **12**, pp. 513-525, 2004.
76. M. Jung and K. Glover. "Calibratable Linear Parameter-Varying Control of a Turbocharged Diesel Engine". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **14**(1), pp. 45-62, 2006
77. F. Zhang, K. M. Grigoriadis, M. A. Franchek and I. H. Makki. "Linear Parameter-Varying Lean Burn Air-Fuel Ratio Control". In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference.*, pp. 2688-2693, 2005.
78. A. U. Genç. "Linear Parameter-Varying Modelling and Robust Control of Variable Cam Timing Engines". *PhD Dissertation*, University of Cambridge, UK, 2002
79. J. P. Hespanha and A. S. Morse. "Stability of Switched Systems with Average Dwell-Time". In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. Phoenix, Arizona, USA. 1999.
80. Y. Shiao, P. Chung-hung and J. J. Moskwa. "Advanced dynamic spark ignition engine modelling for diagnostics and control". *International Journal of Vehicle Design*, **15**(6), pp. 578-596, 1994.
81. R.S. Benson. *The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engines, Vol.1*. J.H. Horlock e D.E. Winterbone, Clarendon Press, Oxford, 1982.
82. F. Acquati, L. Battarola, R. Scattolini and C. Siviero. "An Intake Manifold Model for Spark Ignition Engines". In *Proceedings of the 13th IFAC world Congress*, San Francisco, California, USA, **Q**, pp. 249-254, 1996.
83. G. De Nicolao, R. Scattolini and C. Siviero. "Modelling the volumetric efficiency of ic engines: parametric, non-parametric and neural techniques". *Control Engineering Practice*, **4**(10), pp. 1405-1415, 1996.

84. C.F. Aquino and S.R. Fozo. "Steady-State and Transient A/F Control Requirements for Cold Operation of a 1.6 Liter Single Point Fuel injection". SAE Paper# 850509, 1985.
85. Turin R.C., E.G.B. Casartelli and H.P. Geering. "A New Model for Fuel Supply Dynamics in an SI Engine". SAE Paper# 940208, 1994.