

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA

Dipartimento di Strutture

Elisabetta Bianchi

Uno studio sul comportamento statico non-  
lineare dei ponti di grande luce

Tesi di Dottorato in Ingegneria dei Materiali e delle Strutture  
sezione: Scienza delle Costruzioni  
Scuola Pitagora in Scienze Ingegneristiche  
Ciclo XXV (2009-2012)  
S.S.D. ICAR 08

Coordinatore: prof. Renato S. Olivito

Tutor: prof. Domenico Bruno

ing. Paolo Nevone Blasi

UNIVERSITÀ DELLA CALABRIA  
Dipartimento di Strutture

Elisabetta Bianchi

**UNO STUDIO SUL COMPORTAMENTO STATICO NON-  
LINEARE DEI PONTI DI GRANDE LUCE**

Tesi di Dottorato in Ingegneria dei Materiali e delle Strutture  
**sezione: Scienza delle Costruzioni**

Scuola Pitagora in Scienze Ingegneristiche  
Ciclo XXV (2009-2012)  
S.S.D. ICAR 08

*Coordinatore: prof. Renato S. Olivito*

*Tutor: prof. Domenico Bruno*

*ing. Paolo Nevone Blasi*



## INDICE

<b>Prefazione</b>	p.1
<b>Stato attuale della ricerca</b>	p.9
<b>Capitolo 1 - Cenni storici sull'evoluzione dei ponti di grande luce</b>	
Introduzione	p.15
1.1 I ponti nel superamento di grandi luci	p.17
1.2 Evoluzione storica dei ponti strallati	p. 21
1.3 Evoluzione storica dei ponti sospesi	p. 31
<b>Capitolo 2 - I cavi</b>	
Introduzione	p.45
2.1 La catenaria inestensibile	p.46
2.2 La catenaria elastica	p.49
2.3 Schema di ponte strallato: analisi degli stralli	p.53
2.4 Trattazione approssimata	p.55
2.4.1 Il caso dello strallo orizzontale	p.55
2.4.2 Il caso dello strallo obliquo	p.60
2.5 Modellazione dei cavi con il metodo degli elementi finiti	p.62
2.5.1 - 1° modello	p.64
2.5.2 - 2° modello	p.67
2.5.3 - 3° modello	p.68

2.6 Risultati numerici	p.72
2.6.1 Analisi dello strallo singolo	p.72
2.6.2 Analisi dei sistemi di controstralli	p.77

### **Capitolo 3 – Sistemi di sospensione**

Introduzione	p.83
3.1 Stabilità del sistema di cavi nello schema strallato	p.88
3.2 Il sistema sospeso	p.90
3.2.1 Sistemi strutturali	p.93
3.3 Il sistema strallato a ventaglio	p.96
3.3.1 Sistemi strutturali	p.99
3.4 Il sistema strallato ad arpa	p.100
3.4.1 Sistemi strutturali	p.104
3.5 Il sistema combinato strallato-sospeso	p.105

### **Capitolo 4 – I ponti strallati**

Introduzione	p.109
4.1 Tipologie costruttive dei ponti strallati	p.112
4.2 La statica dei ponti strallati	p.115
4.2.1 Comportamento statico sotto l'azione dei carichi permanenti	p.116
4.2.2 Comportamento statico sotto l'azione dei carichi accidentali	p.118
4.2.3 Comportamento statico sotto l'azione dei carichi torcenti	p.126
4.3 Lo schema combinato di ponte strallato-sospeso	p. 132
4.3.1 Schema sospeso: analisi del cavo orizzontale	p. 133
4.3.1.1 Cavo orizzontale soggetto a un carico uniforme	p. 133
4.3.1.2 Cavo orizzontale soggetto a un carico non-uniforme	p.136
4.3.2 I ponti sospesi: aspetti generali e relazioni per il dimensionamento	p.139

4.3.3 Il comportamento statico dei ponti combinati	p. 141
4.3.4 Modello discreto proposto	p.147
4.4 Risultati numerici	p.148
4.4.1 Risultati numerici sui ponti strallati	p.148
4.4.1.1 Modellazione strutturale	p.149
4.4.1.2 Analisi della deformabilità	p.152
4.4.2 Risultati numerici sui ponti combinati sospesi-strallati	p.178
<b>Capitolo 5 – Stabilità dei ponti strallati</b>	
Introduzione	p.185
5.1 Principali aspetti del comportamento non lineare dei ponti strallati	p.189
5.2 Modello discreto semplificato	p.196
5.3 Buckling nell'impalcato	p.199
5.4 Analisi flesso torsionale del modello continuo	p.207
5.5 Analisi del modello discreto	p.211
5.6 Risultati numerici	p.213
<b>Conclusioni</b>	p.230
<b>Bibliografia</b>	p.238



## PREFAZIONE

Nel presente lavoro di tesi viene sviluppato uno studio sul comportamento statico dei ponti di grande luce analizzando gli aspetti legati alla deformabilità e alla stabilità elastica di tali tipologie strutturali. In particolare, lo studio della stabilità è rivolto allo schema di ponte strallato dove l'effetto instabilizzante dello sforzo normale della travata acquista particolare rilevanza.

Tali opere si articolano sostanzialmente in tre differenti tipologie: lo schema strallato, lo schema sospeso e lo schema combinato strallato-sospeso.

Lo schema di ponte sospeso ha trovato notevole sviluppo, nel corso del 900', specie in Asia, in Europa e negli Stati Uniti. Esso, pur presentando problemi connessi all'elevata deformabilità, consente il superamento di luci notevoli. L'eccessiva deformabilità comporta un aumento dei costi di realizzazione e rende lo schema sospeso poco adatto al transito ferroviario.

Recentemente, la tipologia di ponte strallato, offrendo elevate caratteristiche di rigidità, economia e facilità di realizzazione, è divenuta una valida alternativa allo schema sospeso nel superamento delle grandi luci. Le più interessanti realizzazioni di ponti strallati hanno avuto luogo, dalla fine degli anni 70' in Europa; si è infatti passati dai primi modelli tedeschi degli anni 40' e 50' che coprivano luci di 150-300 m, alle opere recenti con campate di circa 1000 m. I ponti di grande luce, soprattutto negli ultimi decenni, sono stati oggetto di studio da parte di numerosi ricercatori sia per le molteplici realizzazioni sviluppate, sia per le problematiche connesse al loro comportamento in ambito statico e dinamico.

L'obiettivo del presente lavoro di tesi riguarda principalmente lo sviluppo di un'analisi dettagliata del comportamento statico dei ponti di grande luce soggetti all'azione dei carichi permanenti e accidentali, per diverse conformazioni

geometriche e strutturali del ponte. In particolare, l'attenzione è stata posta sull'analisi della deformabilità dei ponti di grande luce (strallati e combinati) e sulla stabilità dei ponti strallati. Per quantificare in ambito statico gli effetti prodotti dai carichi agenti, sono stati realizzati, mediante un codice commerciale agli elementi finiti (COMSOL MULTIPHYSICS), alcuni modelli tridimensionali riguardanti gli schemi strutturali maggiormente impiegati nella realizzazione dei ponti di grande luce: lo schema strallato (con disposizione a ventaglio o a ventaglio modificato degli stralli) con diverse forme delle pile (ad "A", ad "H" e ad "Y" rovescia), lo schema sospeso e lo schema combinato. In particolare, per ciascun modello strutturale analizzato, sono state condotte delle analisi parametriche al variare di una serie di fattori adimensionali che influenzano il comportamento statico dello stesso.

Nel primo capitolo del presente lavoro di tesi viene brevemente analizzata l'evoluzione strutturale nel tempo dei ponti. Vengono, quindi, descritti i principali sistemi strutturali (ponti sospesi, strallati e combinati) che, a partire dall'ottocento, hanno consentito il superamento di luci notevoli, fino ad arrivare alle opere contemporanee caratterizzate da luci della campata centrale superiori ai 1000 m. Nello stesso capitolo introduttivo vengono richiamati gli elementi fondamentali che costituiscono lo schema strutturale dei ponti di grande luce (sistema di sospensione, travata irrigidente, piloni e blocchi di ancoraggio), e sono brevemente descritte le componenti strutturali che caratterizzano il sistema dei cavi di sospensione e mediante le quali è possibile effettuare una classificazione delle diverse tipologie di ponte. In particolare, la differenziazione dei ponti di grande luce è legata alla configurazione del sistema dei cavi di sospensione (sistema strallato, sistema sospeso, sistema combinato strallato-sospeso) o al sistema di ormeggio dei cavi principali (sistema ancorato a terra, sistema autoancorato).

Nel secondo capitolo viene analizzato in dettaglio il comportamento statico dei cavi: in primo luogo sono trattate le problematiche connesse al modello di catenaria inestensibile e a quello di catenaria elastica analizzando, per entrambe, le equazioni differenziali che governano il loro comportamento statico.

Con riferimento allo schema strutturale di ponte strallato viene, quindi, analizzato in dettaglio nello stesso "Cap.2" il comportamento statico degli stralli. A tal riguardo, è illustrato un approccio approssimato, mediante il quale il com-

portamento non-lineare degli stralli viene simulato attraverso il modulo tangente e quello secante di Dischinger. Occorre osservare come l'impiego di tale modulo fittizio, per il comportamento meccanico degli stralli, risulti essere inadeguato in tutti quei casi in cui diventa di fondamentale importanza tenere in conto in maniera accurata l'effettivo comportamento non-lineare degli stralli stessi, come ad esempio nel caso dello studio della stabilità dei ponti di grande luce. All'interno dello stesso "Cap. 2" viene quindi illustrata brevemente la modellazione dei cavi secondo il metodo degli elementi finiti.

Vengono descritti due modelli di cavo secondo il metodo degli elementi finiti: nel primo modello, si regola la continuità delle deformazioni e degli spostamenti lungo il cavo mediante opportune funzioni di interpolazione degli spostamenti stessi, assumendo una misura non-lineare della deformazione tipo Green-Lagrange. Il secondo modello agli elementi finiti si basa, invece, su una discretizzazione del cavo in elementi finiti rettilinei in cui le non-linearità del sistema sono incorporate sostanzialmente nel cambio di geometria della catena di elementi rettilinei. Lo studio dei due modelli agli elementi finiti ha consentito di ricavare alcuni risultati numerici relativi al comportamento degli stralli. Tali risultati sono stati quindi confrontati con modelli semplificati di cavo basati sull'impiego del modulo fittizio di Dischinger.

In un'ultima analisi viene illustrato un sistema d'irrigidimento, sovente utilizzato nei ponti, costituito da un insieme di controstralli che limitano la flessibilità dell'impalcato riducendo la perdita di rigidità assiale dovuta all'effetto Dischinger.

Nel terzo capitolo sono esaminati gli aspetti principali riguardanti il sistema di sospensione, analizzando l'incidenza del peso dell'acciaio dei cavi per le principali tipologie di sistemi di cavi (sistema sospeso, sistema strallato a ventaglio, sistema strallato ad arpa, sistema combinato), e analizzando la stabilità del sistema di sospensione.

Il sistema sospeso è costituito da un cavo principale disposto secondo una configurazione curvilinea e da un sistema di cavi verticali detti pendini. Il cavo principale è generalmente vincolato in quattro punti: i vincoli applicati nei blocchi di ancoraggio sono fissi, mentre quelli posti alle estremità dei piloni corrispondono a degli appoggi scorrevoli longitudinalmente.

Il sistema strallato è costituito da stralli che connettono la travata ai piloni e

che possono essere disposti secondo una configurazione ad arpa caratterizzata da stralli paralleli tra loro, e una configurazione a ventaglio in cui gli stralli convergono verso la testa delle torri. Solitamente, in tale tipologia di sospensione, il cavo di ormeggio connette la testa dei piloni agli ancoraggi stabilizzando l'intero sistema.

Lo schema combinato o misto, poiché nasce dalla combinazione dello schema strallato con lo schema sospeso, unisce vantaggi economici, come il risparmio sui materiali, a vantaggi strutturali, come la maggiore rigidità fornita dal sistema di strallatura.

Il quarto capitolo è interamente dedicato allo studio del comportamento statico dei ponti strallati, sospesi e combinati, con particolare riferimento all'analisi della deformabilità degli stessi. In primo luogo viene brevemente illustrato il differente comportamento strutturale delle due principali tipologie di ponte strallato: lo schema con stralli disposti ad arpa e quello con disposizione a ventaglio degli stessi. L'attenzione si concentra in prevalenza su tale secondo schema strutturale, che viene analizzato in maniera più accurata in tale lavoro di tesi. Con riferimento allo schema strutturale che prevede la disposizione a ventaglio degli stralli vengono quindi illustrate le principali componenti strutturali che caratterizzano tale tipologia di ponte (vincoli, stralli, sottostrutture, impalcato ecc).

Viene quindi presentato uno studio dettagliato del comportamento statico dei ponti strallati con disposizione a ventaglio degli stralli, sotto l'azione dei carichi permanenti e accidentali. In particolare, viene dapprima discussa una formulazione al continuo relativa al comportamento statico dei ponti strallati, quindi viene illustrato un modello discreto, sviluppato mediante il codice commerciale COMSOL MULTIPHYSICS che ha consentito di analizzare in dettaglio il funzionamento strutturale dei medesimi ponti.

E' stato poi sviluppato uno studio sulla deformabilità dei ponti combinati strallati-sospesi. Tale tipologia strutturale nasce dalla combinazione dello schema di ponte sospeso e di quello strallato, garantendo il superamento di luci notevoli. In tale schema, per il quale si considera una disposizione a ventaglio degli stralli, si assume anche la presenza di un sistema di sospensione caratterizzato da un cavo principale e dai pendini verticali collegati alla travata.

La scelta di un sistema combinato è spesso legata a vari motivi che possono es-

sere di natura economica e pratica. Ad esempio l'inserimento della strallatura, conferisce alla struttura un incremento di rigidità globale e garantisce una riduzione di costi di realizzazione. È evidente inoltre come, nel processo costruttivo, la presenza del sistema di sospensione consenta di operare con maggiore sicurezza nel caso di grandi luci.

Appare, quindi, evidente, come tale tipologia mista garantisca in generale un miglioramento prestazionale generale del ponte, rispetto alle classiche tipologie singole di ponte strallato e sospeso.

Al fine di analizzare in dettaglio il comportamento statico dei ponti combinati sospesi-strallati nel "Cap 4" viene inizialmente analizzato il comportamento di un cavo sospeso orizzontale, soggetto sia all'azione di un carico uniforme che all'azione di un carico non uniforme. Si è, quindi, studiato il comportamento statico dei ponti sospesi, mediante un modello continuo relativo ad uno schema simmetrico a tre campate. Viene poi sviluppata un'analisi del modello continuo di uno schema di ponte combinato. Viene infine presentato un modello discreto 3D agli elementi finiti per estendere lo studio della statica della tipologia di ponte strallato allo schema misto strallato-sospeso.

Lo schema discreto di ponte combinato analizzato, che consta di tre campate e presenta delle pile con forma ad "H", ha delle caratteristiche geometriche definite in funzione di parametri adimensionali. Le analisi sono state condotte partendo dalla "configurazione zero" praticamente rettilinea e priva di momenti flettenti sotto carichi permanenti.

I risultati ottenuti con le simulazioni numeriche riguardano prevalentemente lo studio della deformabilità e consentono la comprensione della risposta statica degli schemi strutturali analizzati sotto l'azione dei carichi.

In particolare, lo studio del comportamento statico dei ponti strallati viene condotto nell'ambito di un'analisi parametrica, all'interno della quale le caratteristiche geometriche e meccaniche del sistema strutturale analizzato vengono, come detto, fatte variare mediante una serie di parametri adimensionali. Inoltre, in accordo con gli usuali metodi di costruzione adottati nella realizzazione di ponti di grande luce, si è assunto che la travata, sotto l'effetto dei soli carichi permanenti, sia caratterizzata da una configurazione rettilinea priva di momenti flettenti. Nell'ambito del modello tridimensionale agli elementi finiti, pertanto, viene prestata particolare attenzione alla determinazione di tale "configurazione-

ne zero” per il ponte, caratterizzata da spostamenti praticamente nulli per la travata.

Il modello strutturale di ponte strallato analizzato è quello classico e consta di tre campate; esso è caratterizzato da una disposizione a ventaglio degli stralli.

Nell’ambito dello studio della deformabilità del ponte sono state assunte varie posizioni per i carichi accidentali (in corrispondenza della linea d’asse e in posizione eccentrica con vari valori dell’eccentricità) al fine di tenere in conto anche gli effetti torsionali sulla risposta statica del ponte.

Si è voluta valutare l’influenza della forma delle pile (pila ad A, ad H e a Y rovescia) e della spaziatura degli stralli sulla deformabilità. Nelle simulazioni numeriche sono state considerate varie condizioni di carico; inoltre, i risultati ottenuti con modelli non lineari dei cavi sono stati confrontati con modelli semplificati in cui il comportamento non-lineare del singolo strallo è simulato con il modulo di Dischinger (secante, tangente).

Le simulazioni numeriche relative allo schema di ponte combinato sospeso-strallato consentono di valutare il comportamento statico dei ponti misti soggetti all’azione dei carichi accidentali e dei carichi permanenti e di fornire utili confronti con i risultati relativi agli schemi strallati e sospesi.

Il quinto capitolo riguarda lo studio della stabilità elastica dei ponti strallati. In particolare, viene proposta un’investigazione numerica, mediante un modello tridimensionale agli elementi finiti, del comportamento statico non-lineare dei ponti strallati auto-ancorati con distribuzione a ventaglio degli stralli. E’ ben noto come i ponti strallati di grande luce siano caratterizzati da un comportamento fortemente non-lineare sotto i carichi fissi e accidentali. Gli effetti non-lineari sono associati a differenti cause, quali il comportamento fortemente non-lineare del singolo strallo (effetto “sag”), le grandi deformazioni che causano forti variazioni nella geometria del ponte, l’effetto instabilizzante associato agli sforzi di compressione assiale che gli stralli trasmettono alla travata.

Al fine di semplificare lo studio del comportamento statico non-lineare dei ponti strallati, in letteratura vengono presentati numerosi modelli semplificati. Ad esempio, è usuale assumere il comportamento pre-buckling lineare per il ponte, al variare dei carichi applicati, la qual cosa riduce il problema della valutazione del moltiplicatore di carico critico ad un problema agli autovalori. Inoltre è usuale adottare nella modellazione del ponte degli elementi del tipo

“linear truss”, per quanto concerne gli stralli, tenendo conto delle non-linearità mediante l’impiego del modulo fittizio di Dischinger. Tali modelli semplificati possono condurre, tuttavia, ad una valutazione inadeguata della capacità portante dei ponti strallati di grande luce.

Conseguentemente, in tale capitolo, viene proposto un modello tridimensionale agli elementi finiti di ponte, mediante il quale si intende analizzare in maniera accurata l’effettivo comportamento statico non-lineare dei ponti di grande luce sotto l’effetto di un carico accidentale parametrico  $\lambda p$ . In particolare, in tale modello agli elementi finiti, per la travata e i piloni vengono adottati elementi di tipo “beam”, mentre gli stralli sono stati discretizzati in elementi del tipo “non-linear truss” (multi element cable system), tenendo conto delle grandi deformazioni mediante la misura di deformazione di Green-Lagrange.

L’effettivo comportamento statico non-lineare dei ponti strallati di grande luce, con disposizione a ventaglio degli stralli, viene investigato effettuando il confronto con i risultati ottenuti mediante modelli semplificati, per i quali gli stralli sono modellati con elementi del tipo “linear-truss” e adottando il modulo fittizio di Dischinger per il loro comportamento meccanico. Viene inoltre proposto, nell’ambito delle simulazioni numeriche, uno studio parametrico al fine di investigare l’importanza dei principali parametri adimensionali di progetto sull’effettivo comportamento non-lineare del ponte. Inoltre, nelle simulazioni numeriche, si sono tenuti in conto gli effetti torsionali associati all’eccentricità dei carichi accidentali, analizzando altresì l’influenza delle diverse forme geometriche assunte dai piloni sulla valutazione della capacità portante del ponte.



## STATO ATTUALE DELLA RICERCA

Negli ultimi decenni, soprattutto in Asia, in Europa e negli Stati Uniti, si è manifestato un notevole interesse per i ponti di grande luce. Accanto alle numerose realizzazioni di ponti strallati, sospesi e combinati, è notevolmente incrementata l'attività di numerosi studiosi a riguardo [1, 2].

Le ricerche attinenti al comportamento dei cavi sospesi e dei ponti vantano radici abbastanza antiche. I primi studi sulle strutture sospese sono attribuiti a Fausto Veranzio, il quale, intorno al 1595, pubblicò delle tavole rappresentanti dei ponti di legno sostenuti da catene di ferro [3].

Il problema della statica dei cavi fu affrontato, per primo, da Galileo Galilei nel 1638 e fu risolto nel 1691 da James Bernoulli. Attorno alla fine del 700 Nicholas Fuss e Navier studiarono rispettivamente gli effetti prodotti da un carico uniforme fisso e da un carico viaggiante sulla risposta di un cavo parabolico. Nel 1821, lo stesso Navier, pubblicando "Memoires sur les ponts suspendus" sentenziò lo sviluppo dei ponti sospesi in America e in Europa.

Fino alla metà dell'800', la costruzione dei ponti di grande luce non era correlata a uno studio strutturale preliminare ed era al contrario basata sull'intuizione e sull'esperienza. Tale tendenza fu invertita, dal 1858, a seguito di alcuni crolli di strutture esistenti e come conseguenza dello sviluppo della teoria di Rankine, della teoria esatta e della teoria elastica.

Nel novecento gli studi attinenti alla statica dei ponti di grande luce e al problema del comportameto dei cavi sono incrementati ed hanno raggiunto risulta-

ti significativi attraverso il contributo di diversi studiosi [4-6].

L'interesse di numerosi ricercatori del settore, riguardo le problematiche connesse con la modellazione del comportamento statico e dinamico dei cavi, ha prodotto negli ultimi decenni numerosi lavori [7-16].

In particolare, in [8] viene descritto in maniera dettagliata il modello di catenaria sia per il cavo inestensibile, sia per il cavo elastico deformabile e si definiscono, in maniera sintetica e completa, i diversi metodi di analisi. Nello stesso lavoro viene investigato il comportamento statico del cavo sospeso e vengono presentate e discusse alcune applicazioni riguardanti la statica dei cavi, in relazione alla loro applicabilità nelle costruzioni di strutture da ponte.

In [9] viene affrontato lo studio concernente il comportamento non lineare di cavi soggetti a una pretensione iniziale e al peso proprio. In particolare, vengono proposti due modelli non-lineari di cavi, sviluppati nell'ambito del metodo degli elementi finiti [7,14]. Il primo modello proposto si basa sullo impiego di un'interpolazione degli spostamenti che assicura la continuità delle deformazioni e degli stessi spostamenti lungo il cavo. Il secondo modello agli elementi finiti proposto si basa su una discretizzazione del cavo in elementi finiti non-lineari rettilinei tenendo in conto le non-linearità geometriche attraverso una valutazione esatta del cambio di geometria.

In [13] viene proposto un modello di cavo agli elementi finiti basato sui risultati notevoli della catenaria elastica. Mediante una procedura iterativa viene determinata la matrice di rigidezza tangente per l'elemento cavo mostrando l'attendibilità della formulazione proposta attraverso una serie di simulazioni numeriche. In particolare, al fine di verificare l'applicabilità dell'elemento cavo proposto nella modellazione di strutture supportate da cavi, vengono presentati due esempi numerici, relativi alla risposta di due differenti tipologie di ponte. Nel primo esempio viene simulata la procedura di costruzione della sezione d'impalcato di un ponte sospeso (Great Belt), mentre nel secondo viene studiato il comportamento non-lineare di un ponte strallato di media lunghezza.

Facendo seguito ai recenti sviluppi nella progettazione dei ponti di grande luce, la scelta del sistema di sospensione riveste allo stato attuale, rispetto alla tipologia del ponte, un ruolo fondamentale [17-22].

Gli studi concernenti i sistemi di sospensione sono stati principalmente improntati sulla valutazione della quantità di acciaio richiesta da ciascun cavo e sulla

descrizione delle principali tipologie di sistemi di sospensione utilizzate nella costruzione dei ponti di grande luce: sistema sospeso, sistema strallato a ventaglio, sistema strallato ad arpa, sistema a rete di cavi [17-20]. Le ricerche degli studiosi del settore hanno inoltre riguardato la consistenza dei cavi in termini di peso, e la stabilità del sistema strutturale completo del ponte per le diverse tipologie strutturali [17].

A partire dagli anni 70', come conseguenza dell'eccessiva deformabilità e il conseguente aumento dei costi di realizzazione degli schemi sospesi, lo schema di ponte strallato si è affermato come valida alternativa al ponte sospeso per il superamento di luci comprese tra i 200 e i 1000 m. Le ricerche attinenti ai ponti di grande luce hanno soprattutto riguardato la progettazione dei ponti strallati secondo i due schemi strutturali principalmente impiegati: lo schema con stralli disposti ad arpa e lo schema con stralli disposti a ventaglio [23-42].

In [34] vengono discussi i principali aspetti progettuali e costruttivi della tipologia di ponte strallato con disposizione a ventaglio degli stralli. Viene analizzato il comportamento statico e dinamico di un ponte strallato soggetto all'azione dei carichi fissi e dei carichi accidentali. Lo schema di ponte analizzato consta di tre campate ed è caratterizzato da una doppia cortina di stralli disposti in piani paralleli e confluenti in testa alle pile. In particolare, viene evidenziata l'influenza dei parametri progettuali sulla risposta strutturale dei ponti strallati, mostrando gli aspetti generali del comportamento non-lineare degli stessi. Nello stesso lavoro sono discussi i problemi inerenti il comportamento in ambito dinamico dei ponti strallati. In particolare, l'attenzione è posta sui fenomeni di instabilità aerodinamica (vibrazioni autoeccitate dovute al distacco dei vortici dall'impalcato a causa dell'azione del vento, fenomeno del "flutter" legato alle variazioni periodiche di portanza e di momento aerodinamico). Vengono quindi introdotte le tipologie costruttive maggiormente utilizzate, e viene presentata una rassegna di recenti opere realizzate.

In [30] viene studiato il comportamento statico dei ponti strallati di grande luce con pile ad "A". Introducendo un modello al continuo del ponte, vengono fornite alcune soluzioni analitiche approssimate che consentono di analizzare in maniera sufficientemente accurata la risposta statica dei ponti strallati di grande luce con conformazione ad "A" delle pile, sotto l'effetto dei carichi eccentrici. Per lo schema strutturale cui ci si riferisce nel lavoro, si assume che il ponte,

sotto l'effetto dei carichi permanenti, sia caratterizzato da una distribuzione di sforzi di tipo assiale sia negli stralli che nella travata, e da sollecitazioni flettenti di secondaria importanza, in conseguenza del comportamento prevalentemente reticolare del ponte. Lo studio degli effetti torsionali e il confronto tra i risultati concernenti i modelli di ponte aventi pile ad "A" e pile ad "H" mostrano il miglioramento del comportamento in termini di deformabilità torsionale dello schema di ponte con pile ad "A".

Negli ultimi anni, poi, l'interesse dei ricercatori del settore è stato rivolto allo studio dei fenomeni di instabilità dei ponti strallati anche attraverso metodi di analisi di tipo numerico basate sui risultati di analisi strutturali agli elementi finiti [43-54]. Infatti, come è ben noto, i ponti di grande luce, sotto l'effetto dei carichi permanenti e dei carichi accidentali presentano un comportamento fortemente non lineare che per alcune tipologie (strallate) può portare ad un comportamento di tipo softening.

In [43] viene analizzato il comportamento non lineare dei ponti strallati di grande luce. Viene utilizzato sia un modello al continuo, basato sull'ipotesi di stralli distribuiti uniformemente sulla travata, sia un modello discreto che tiene conto dell'effettiva spaziatura degli stralli. Dallo studio del modello continuo è stata sviluppata un'analisi approssimata attinente al comportamento non lineare dei ponti di grande luce. In particolare, l'effettivo comportamento non lineare degli stralli viene tenuto in conto, impiegando per gli stessi il modulo secante di Dischinger. L'introduzione di un modello discreto per il ponte, ha consentito la validazione dei risultati ottenuti mediante il modello al continuo proposto.

In [44] viene studiato il comportamento non lineare dei ponti strallati di grande luce soggetti a carichi eccentrici. Il lavoro, che rappresenta un'estensione di quanto proposto in [43], propone ancora un modello al continuo avente gli stralli distribuiti uniformemente sulla travata, e un modello discreto che tiene conto dell'effettiva spaziatura degli stralli. Il metodo di investigazione adoperato nello studio del comportamento statico dello schema di ponte è basato su un'analisi lineare e sull'utilizzo del modulo di Dischinger.

Negli ultimi decenni sono stati prodotti diversi lavori riguardanti lo studio del comportamento statico e dinamico delle tipologie di ponte sospeso e combinato [55-67].

In [57] viene studiata la deformabilità statica di due schemi strutturali di ponte di grande luce: la tipologia strallata con disposizione a ventaglio dei cavi, e la tipologia mista costituita da un cavo di sospensione principale, da pendini e da stralli di irrigidimento. In tale lavoro viene dapprima presentato un modello continuo di ponte strallato articolato in tre campate e caratterizzato da una distribuzione a ventaglio degli stralli. Il modello di ponte combinato viene quindi ricavato aggiungendo, allo schema strallato, il cavo principale di sospensione e i pendini verticali.

In [61] viene sviluppato, invece, uno studio concernente il comportamento dinamico dei ponti combinati soggetti all'azione di carichi mobili. La tipologia di ponte proposta è costituita da un cavo di sospensione principale, da pendini verticali e da stralli di irrigidimento (sistema misto). In particolare, gli stralli, fissati alla testa delle pile, sono disposti secondo una configurazione a ventaglio, mentre il cavo di sospensione è ancorato a terra e può scorrere longitudinalmente in corrispondenza dei punti di connessione con le pile. Il modello di ponte è analizzato secondo un approccio al continuo (stralli distribuiti uniformemente sull'impalcato). Si assume che la travata, soggetta all'azione dei carichi permanenti, sia rettilinea e priva di momenti flettenti e che i pendini restino sempre in trazione e che seguano un comportamento lineare. Viene introdotto il parametro “ $r$ ” che regola la ripartizione del peso proprio tra il sistema sospeso e il sistema strallato.



CENNI STORICI SULL'EVOLUZIONE  
DEI PONTI DI GRANDE LUCE**Introduzione**

Un ponte, nell'accezione più generale, consiste in un complesso strutturale la cui funzione è quella di assicurare la continuità della sede stradale quando caratteristiche geografiche o esigenze di servizio ne impediscono, o ne sconsigliano l'adattamento alla configurazione offerta dal terreno.

La storia dei ponti può essere suddivisa in quattro grandi capitoli: il periodo preromano, dalle origini fino al II-III secolo a.C.; l'età dell'arco, dal tempo dei Romani fino alla fine del '700; la rivoluzione industriale; il novecento.

La costruzione dei primi ponti, che risale al periodo neolitico, è legata alla necessità di superare gli ostacoli imposti dalla configurazione del terreno o dalla presenza di un fiume; l'intento era quello di facilitare gli spostamenti, i contatti con i popoli vicini, gli scambi e i commerci.

Per i primi manufatti furono utilizzati materiali reperibili direttamente in natura, quali il legno e le funi vegetali. Purtroppo, la deperibilità delle materie prime adoperate ha impedito la conservazione di tali opere che, peraltro, troviamo riprodotte in alcune antiche effigi o in ponti recenti, ma costruiti secondo tradizioni millenarie.

Una tappa fondamentale nel processo evolutivo caratteristico dei ponti è legata alla costruzione degli archi: le prime volte in conci di pietra risalgono al 3000 a.C., queste presentavano una luce ridotta e venivano interrato al fine di godere dell'aiuto offerto dal terreno ai piedritti. I babilonesi, successivamente, comin-

ciarono a realizzare volte dotate di robusti piedritti realizzati al di sopra del suolo; a seguire, i romani impiegarono, come materiale da costruzione, un cemento naturale basato sull'argilla vulcanica, la pozzolana.

Il ponte ad arco, che consente l'impiego di materiali non resistenti a trazione, come la muratura di pietrame o quella di mattoni, ha imperato, nell'ambito degli schemi strutturali adoperati, per circa mille anni. Le uniche variazioni apportate nel corso dei secoli hanno interessato le sovrastrutture e le decorazioni: le prime (torri di guardia ed edicole sacre) introdotte nel Medio Evo; le seconde (fregi, statue, stemmi nobiliari) nel Rinascimento.

Naturalmente il ponte non ha avuto la stessa importanza per tutti i popoli dell'antichità: in epoca romana per facilitare il controllo dell'impero furono necessari collegamenti diretti e sicuri; in era cristiana, invece, l'interesse verso tale complesso strutturale diminuì poiché le unità politiche erano molto piccole e non potevano affrontare la costruzione di opere tanto impegnative.

Le successive tappe nell'evoluzione costruttiva dei ponti sono state segnate dallo sviluppo di nuove tecniche e dall'impiego di nuovi materiali: materiali metallici, cemento armato semplice o precompresso.

In epoca moderna si è avuta un'evoluzione della funzione del ponte con l'avvento delle ferrovie; queste infatti, per ovvie esigenze di esercizio collegate a rigorosi limiti da imporre alle pendenze e ai raggi di curvatura sia planimetrici sia altimetrici, richiedevano tracciati non flessibili come quelli stradali, ma anzi estremamente vincolati e vincolanti.

Le particolari esigenze imposte dalle ferrovie sin dal secolo XIX si sono rinnovate, a partire dagli anni trenta, con l'avvento delle autostrade, diventando progressivamente più rigorose a mano a mano che le stesse strade hanno dovuto assicurare elevate caratteristiche in termini di tracciato e di esercizio. La necessità di evitare eccessive pendenze e di rendere lineari e schematici i tracciati ha fatto sì che il viadotto diventasse parte integrante del tracciato stesso, assumendo la funzione di strada pensile.

Oggi il ponte svolge, attraverso i viadotti, i cavalcavia o le strutture di attraversamento e di svincolo, un ruolo diverso rispetto al passato, assicurando la funzionalità e le caratteristiche peculiari del tracciato autostradale.

In prossimità di fiumi, estuari, fiordi o stretti, in aree marittime e costiere, il collegamento di grandi distanze attraverso un ponte richiede l'uso di campate

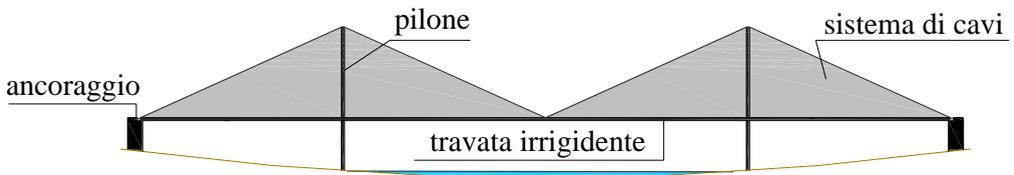
estremamente lunghe. Le tipologie di ponte che meglio si prestano al superamento di notevoli luci sono i ponti sospesi, i ponti strallati ed i ponti a struttura mista strallata sospesa.

## 1.1 I ponti nel superamento di grandi luci

Il concetto di grande luce è strettamente correlato ai materiali impiegati ed alle loro caratteristiche meccaniche: è altamente improbabile che, nonostante le evolute tecniche nell'ambito della costruzione di ponti, si riescano a coprire luci superiori ai 100 m adoperando materiali come il legno o la muratura; al contrario, questa luce è ampiamente superabile con l'impiego del cemento armato o di strutture in acciaio.

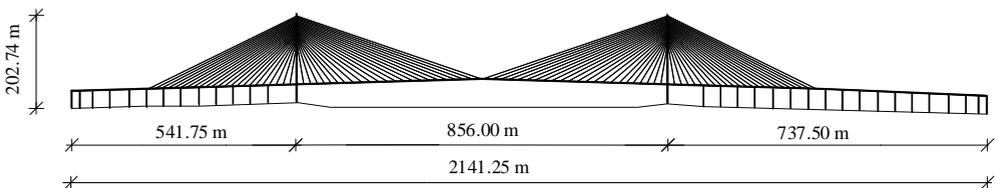
I ponti costituiti da sistemi di cavi di sospensione, particolarmente adatti per le medie e grandi luci (250 ÷ 2000 m), presentano uno schema strutturale caratterizzato da quattro elementi fondamentali (*Fig. 1.1*):

- sistema di cavi,
- travata irrigidente,
- piloni,
- blocchi di ancoraggio.



*Figura 1.1: Componenti strutturali dei ponti di grande luce*

In genere i ponti di grande luce presentano uno schema simmetrico a tre campate (*Fig. 1.2*), ovvero uno schema multicampata (*Fig. 1.3*)



*Figura 1.2: Schema simmetrico a tre campate: Normandie Bridge*

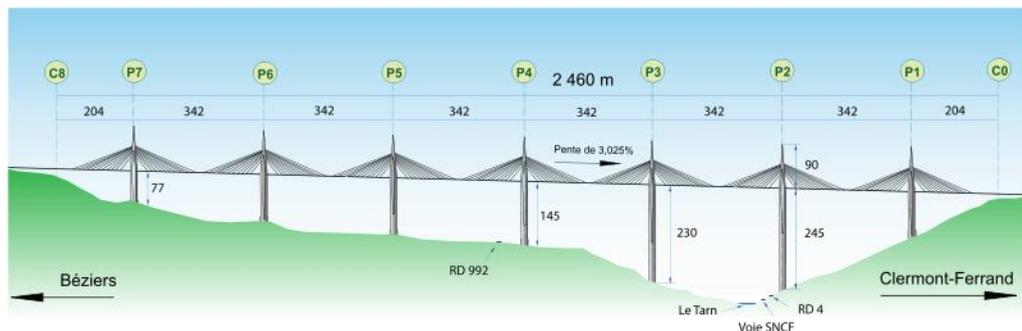


Figura 1.3: Schema multicampata: Millau Viaduct

La differenziazione di detti ponti è legata alla configurazione del sistema di cavi di sospensione:

- a) sistema strallato;
- b) sistema sospeso;
- c) sistema misto strallato-sospeso.

a) Nello schema di ponte strallato, un numero limitato di cavi (stralli), connettono la travata ai piloni: nella disposizione ad arpa gli stralli sono disposti parallelamente tra loro (Fig. 1.4 a); nella configurazione a ventaglio invece gli stralli convergono verso la testa delle torri (Fig. 1.4 b); con lo schema a ventaglio modificato vengono inglobati i vantaggi prestazionali della configurazione a ventaglio, cioè maggiore rigidità strutturale e minori sollecitazioni nelle torri, con la semplificazione tecnologica derivante dal poter disporre di maggiore spazio per l'ancoraggio degli stralli sulle torri (Fig. 1.4 c). Trasversalmente i cavi possono essere disposti secondo due piani paralleli e posizionati agli estremi dell'impalcato (Fig. 1.5 a); possono svilupparsi secondo un unico piano verticale centrale (Fig. 1.5 b); possono essere sistemati secondo due piani inclinati (Fig. 1.5 c). Le torri dei ponti strallati sono elementi strutturali soggetti prevalentemente a compressione e possono essere realizzate sia in calcestruzzo armato, sia in acciaio. Si articolano secondo due diverse configurazioni; la prima, detta ad "H", è costituita da due fusti separati ciascuno dei quali sostiene un piano di stralli; la seconda, detta ad "A", presenta due fusti inclinati, in mezzo ai quali passa l'impalcato.

Nel caso della tipologia strallata il sistema di sospensione può essere realizzato con un numero abbastanza elevato di stralli (strallatura diffusa), oppure con un numero ridotto di stralli (strallatura discreta). Il sistema a strallatura diffusa è in

genere preferito rispetto a quello a strallatura discreta, sia perchè evita la trasmissione di notevoli sforzi di interazione fra stralli e travata, sia perchè consente una agevole sostituzione degli stralli danneggiati.

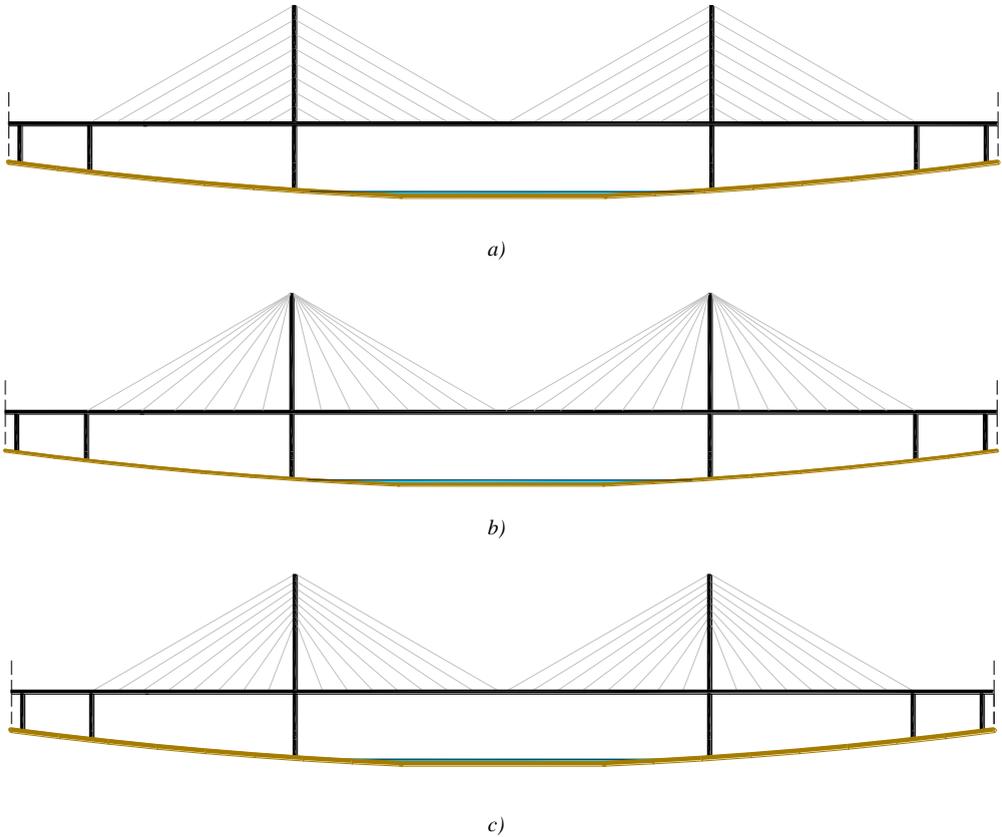


Figura 1.4: Schema di ponte strallato: a) arpa; b) ventaglio; c) ventaglio modificato

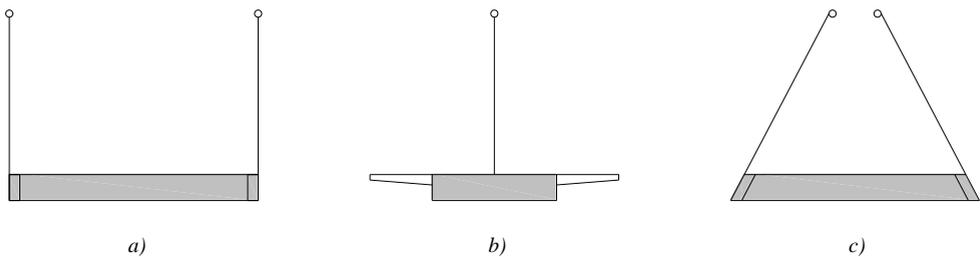
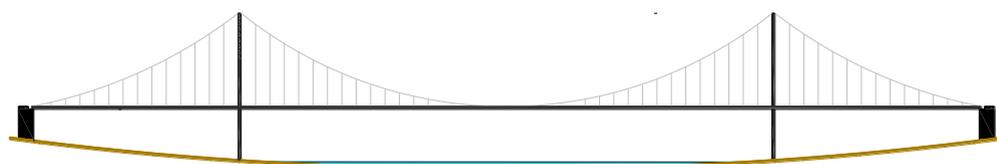


Figura 1.5: Disposizione sistema di stralli: a) due piani paralleli; b) unico piano; c) due piani inclinati

b) Lo schema di ponte sospeso è invece caratterizzato da un cavo principale disposto secondo una configurazione curvilinea, genericamente parabolica, e da

un sistema di cavi verticali o inclinati, detti pendini (hangers), che connettono il cavo principale alla travata (Fig. 1.6 a, b). Per quanto riguarda la disposizione del sistema di cavi, in genere si ricorre ad uno schema che prevede due piani di sospensione verticali o inclinati passanti per i due bordi esterni dell'impalcato (Fig. 1.7 a). Se per esigenze di traffico, l'impalcato risulta diviso in tre corsie, si può ricorrere a due piani verticali di cavi posti a separazione tra la campata centrale e le due campate laterali. Secondo tale disposizione, la corsia centrale, confinata tra i due piani verticali di cavi, è particolarmente rigida a flessione (Fig. 1.7 b). Nel caso di elevata larghezza dell'impalcato i cavi possono essere disposti secondo più piani paralleli in modo da ridurre le inflessioni dai bordi verso il centro e ripartire meglio il carico trasversalmente (Fig. 1.7 c). Si può infine ricorrere ad un unico piano verticale di cavi posto al centro dell'impalcato; ovviamente, tale soluzione, comporta la necessità di una travata d' impalcato abbastanza rigida torsionalmente (Fig. 1.5 b)

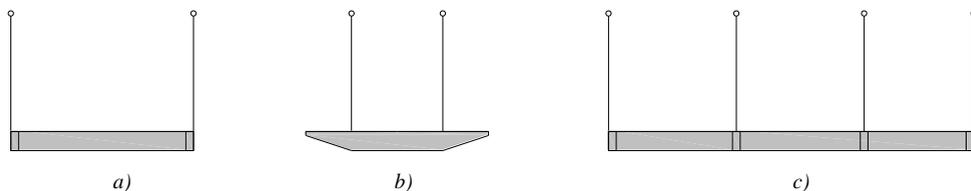


a)



b)

Figura 1.6: Schema di ponte sospeso: a) cavi verticali; b) cavi inclinati



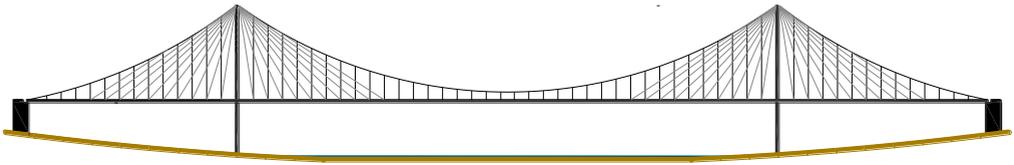
a)

b)

c)

Figura 1.7: Disposizione sistemi di stralli: a) due piani verticali estremi; b) due piani verticali centrali; c) più piani paralleli

c) Lo schema di ponte misto nasce dalla combinazione dello schema strallato con lo schema sospeso: i cavi parabolici ed i tiranti verticali sostengono le tre campate e dalla sommità delle torri si dipartono degli stralli disposti a ventaglio (*Fig. 1.8*). Il ponte sospeso tradizionale, anche se dotato di una trave irrigidente con elevato momento di inerzia, è abbastanza deformabile, quindi non è adatto a sopportare alcune tipologie di carichi come ad esempio quelli ferroviari. Tali deformazioni possono essere notevolmente ridotte mediante l' inserimento di stralli posti nella zona di maggiore inclinazione del cavo parabolico.



*Figura 1.8: Schema di ponte a struttura mista*

Un'ultima classificazione dei ponti di grande luce è basata sul sistema di ormeggio dei cavi principali: nel sistema ancorato a terra entrambe le componenti della forza trasmessa dal cavo sono trasferite al blocco di ancoraggio, mentre nel caso dello schema autoancorato la componente orizzontale viene trasmessa all'impalcato e quella verticale al sistema di ancoraggio.

## **1.2 Evoluzione storica dei ponti strallati**

Le prime applicazioni dello schema strallato, nella costruzione di ponti di grande luce, si sono avute in Europa nei secoli XVII, XVIII, XIX.

Nella prima metà dell'Ottocento, una serie di crolli danneggiarono irreversibilmente alcuni ponti realizzati secondo lo schema strallato: Navier, incaricato di indagare circa la causa di tali collassi, al termine dei suoi studi, sconsigliò l'adozione di questo tipo di ponte suggerendo in alternativa lo schema classico di ponte sospeso. In conseguenza di ciò, il sistema strallato fu sostituito e quasi dimenticato. Soltanto nel 1930, a seguito della costruzione del *ponte di Costantine* in Algeria con luce di 180 m, Fritz Dischinger, con la proposta di un ponte con luce di 750 m a struttura mista sul fiume Elba vicino Amburgo, decretò la riscoperta e successiva ascesa dello schema di ponte strallato. Il sistema proposto da Dischinger trovava una concreta applicazione nei ponti simmetrici a tre campate: le campate laterali erano sostenute da stralli, la parte centrale della

campata principale era sospesa, mentre le rimanenti parti laterali della medesima campata erano supportate da stralli. Il progetto presentato non fu realizzato per via della discontinuità dei due schemi assemblati, ma certamente favorì la reintroduzione del sistema strallato precedentemente abbandonato nell'ambito della costruzioni di opere d'arte.

I primi ponti strallati realizzati nel 900, che decretarono l'ascesa e il conseguente sviluppo dello schema in questione, furono lo *Stromsund Bridge* in Svezia (1956) (Fig. 1.9) ed il *Theodor Heuss Bridge* sul Reno a Dusseldorf (1957) (Fig. 1.10). Il primo, a tre campate di lunghezza (74,7+182,6+74,7) m, è caratterizzato da due piani paralleli di stralli posti secondo uno schema a ventaglio; il secondo, avente una campata centrale di 280 m e due campate laterali di 108 m, è stato realizzato secondo uno schema ad arpa con stralli paralleli colleganti la trave d'irrigidimento ai piloni.

Il *Stromsund Bridge* presenta una travata molto rigida flessionalmente ma con scarsa rigidezza torsionale. Essa è costituita da due travi con sezione ad "I" che fuoriescono rispetto al piano dei cavi permettendo l'ancoraggio degli stralli allo stesso impalcato. Il miglioramento delle tecniche e delle conoscenze relative all'analisi strutturale dei ponti di grande luce ha consentito il preciso calcolo delle forze trasmesse dai cavi durante la progressiva realizzazione dell'opera, assicurando, quindi, la completa efficienza di tutti i cavi a struttura ultimata.

Il *Theodor Bridge*, che sentenziò l'inizio dello sviluppo della tipologia strallata in Germania, introdusse delle nuove idee riguardanti sia il sistema di cavi, sia la progettazione dei piloni. Infatti, il ponte in questione, è stato il primo con schema ad arpa, cioè, con stralli paralleli che connettono il pilone a diversi livelli. Tale schema è stato preferito allo schema a ventaglio, pur presentando minore rigidezza strutturale, principalmente per motivi estetici; infatti, la configurazione ad arpa, conferisce all'opera un aspetto sicuramente più gradevole rispetto alle tipologie classiche. I piloni, al di sopra dell'impalcato, si elevano per mezzo di due fusti separati che sono fissati alla travata irrigidente ed a una trave trasversale per mezzo di alcuni cuscinetti posti sui piloni principali che si sviluppano invece al di sotto dell'impalcato.

Al contrario del *Stromsund Bridge*, per il *Theodor Bridge* non ci si è potuti limitare ad un'analisi piana ed è stato necessario procedere mediante uno studio tridimensionale del sistema. Infatti, l'impalcato irrigidente, essendo costituito

da due travi a cassone a loro volta connesse mediante 10 travi trasversali, presenta una notevole rigidità torsionale.



Figura 1.9: Stromsund Bridge, Svezia



Figura 1.10: Theodor Heuss Bridge, Germania (Reno)

Il secondo ponte strallato realizzato in Germania, il *Severins Bridge* di Colonia (Fig. 1.11) fu sia il primo ponte strallato dotato di pile ad A combinate con piani inclinati di stralli, sia il primo ponte asimmetrico a due campate con pilone collocato sulla riva del fiume. La sezione trasversale del ponte è fondamentalmente la stessa di quella utilizzata nel *Theodor Heuss Bridge* con due travi a cassone connesse mediante delle travi poste trasversalmente all'impalcato. Inoltre, in corrispondenza di entrambe le estremità di ciascuna porzione di impalcato sostenuta dagli stralli, la travata è continua rispetto ai cassoni adiacenti. Anche se il *Severins Bridge* è stato uno dei primi ponti strallati realizzati, esso ebbe un grandissima notorietà per la maestosità, per la forma dei piloni e per la continuità dell'impalcato in corrispondenza delle pile.

Il terzo ponte realizzato in Germania fu il *Norderelbe Bridge*, (Fig. 1.12) esso presenta un bizzarro design caratterizzato da un unico piano verticale di stralli posto al centro dell'impalcato che sembra sorreggere il pilone piuttosto che lo stesso impalcato. Tale tipologia di ponte fu in precedenza proposto, ma scartato a favore dello schema a doppio piano di cavi, nel *Theodor Heuss Bridge* e nel *Severins Bridge*.

Il sistema strallato, a seguito della costruzione delle opere sopra citate, si sviluppò rapidamente, soprattutto in Europa, secondo schemi di travata continua

su appoggi elastici intermedi. Le prime applicazioni, caratterizzate da un numero ridotto di stralli e struttura prevalentemente in acciaio, si prestavano per luci non superiori ai 400 m; difatti, se fossero state esplorate luci maggiori, utilizzando le medesime tecniche costruttive e gli stessi materiali sperimentati precedentemente, si sarebbe inevitabilmente caduti in risultati negativi, travi troppo alte e strutture deformabili, costose e di difficile montaggio. Alla fine degli anni sessanta, il problema delle grandi luci fu ampiamente superato con l'impiego di procedimenti costruttivi differenziati e la combinazione di materiali fortemente eterogenei come il c.a. e l'acciaio.



Figura 1.11: Severins Bridge, Germania



Figura 1.12: Norderelbe Bridge, Germania

Intorno agli anni sessanta, Riccardo Morandi, progettava il primo ponte strallato multi campata dotato di piloni e trave di irrigidimento in calcestruzzo armato: il *Maracaibo Bridge* (Fig. 1.13).



Figura 1.13: Maracaibo Bridge, Venezuela

Per consentire il transito delle navi sul fiume Maracaibo, si decise di costruire un ponte con cinque campate di 235 m l'una; dalla testa dei piloni si fecero dipartire una coppia di stralli sostenenti la travata che, per via del ridotto numero di cavi, doveva essere necessariamente molto rigida. Sulla scia del medesimo schema, Morandi progettò altri due ponti: *il Polcevera* con luce di 200 m realizzato a Genova negli anni sessanta, ed *il Wadi Kuf in Libia* nel 1970 con luce centrale di circa 280 m. Altri ponti del genere, con luci leggermente inferiori, sono stati costruiti in Argentina (Chaco Corientes) e a Roma (Fiumicino).

Parallelamente al miglioramento delle caratteristiche prestazionali dei materiali impiegati, e al progresso nel campo dell'analisi e progettazione strutturale, si affermò lo schema di ponte strallato con strallatura diffusa che consentì l'impiego di travi di impalcato più leggere e sottili.

I primi ponti a stralli diffusi furono completati nel 1967: *il Friedrich Ebert Bridge* a Bonn ed *il Rhine Bridge* a Rees in Germania. *Il Friedrich Ebert Bridge* che sorge sul Reno è il primo ponte dotato di un sistema multicavo e fu progettato da Homberg intorno agli anni settanta. Esso presenta un unico piano centrale di stralli disposti secondo uno schema modificato ad arpa-ventaglio, due piloni che sostengono ciascuno 40 stralli ed una trave di irrigidimento scatolare che assicura un'adeguata rigidità torsionale. Gli 80 stralli del ponte presentano un diametro variabile, a seconda della posizione assunta, tra 91 e 123 mm; essi garantiscono un supporto continuo alla travata e la conseguente riduzione delle forze trasmesse da ciascun cavo evita la necessità di irrigidire l'impalcato in corrispondenza dei punti di ancoraggio degli stralli.

Nel *Rhine Bridge*, costruito simultaneamente al *Friedrich Ebert Bridge*, fu previsto un doppio piano di cavi (ciascuno contenente un sistema ad arpa multicavo).

vo), e una travata irrigidente caratterizzata da due travi laterali in acciaio connesse orizzontalmente attraverso un impalcato ortotropo.

Si ricorda inoltre il *Kohlbrand Bridge* di Amburgo, primo ponte strallato munito di un sistema multicavo distribuito su un doppio piano e sostenuto da un pilone di forma ad "A". Ciascuno strallo del ponte è costituito da un trefolo elicoidale con diametro compreso tra 54 mm e 110 mm.

Il primo ponte dotato di un sistema di ancoraggio a terra è il *Ponte Indiano a Firenze* progettato da F. De Miranda e realizzato negli anni settanta secondo uno schema a ventaglio. In particolare, gli stralli di ormeggio che si ripartono dalla sommità dei piloni sono ancorati a terra con due blocchi di ancoraggio che a loro volta trasmettono al suolo le componenti orizzontale e verticale delle forze agenti nel cavo. L'opera è costituita da una campata centrale con luce di 206 m e impalcato in lamiera d'acciaio formato da due travi a cassone trapezio collegate da traversoni e controventi orizzontali.

Intorno agli anni settanta la tipologia descritta cominciò ad essere utilizzata nel tentativo di coprire luci notevoli: il *Brotonne Bridge* sulla Senna a tre luci di (143,5+320+143,5) m ed il *Columbia River Bridge* nello stato di Washington a tre luci di (140+300+140) m, rappresentano le prime concretizzazioni di tale tendenza.

Il *Brotonne Bridge* in Francia è il primo ponte munito di un sistema multicavo con stralli in calcestruzzo. Esso è caratterizzato da un unico piano di stralli posto al centro della travata irrigidente costituita da travi a cassone realizzate con elementi prefabbricati. Gli stralli sono formati da sette trefoli a fili paralleli in calcestruzzo post-teso, inseriti e fissati con malta, per protezione dalla corrosione, all'interno di elementi tubolari in acciaio. L'ancoraggio dei sette trefoli venne inizialmente realizzato mediante dei cunei di ancoraggio usati come tendini per la pretensione del calcestruzzo, a seguito dell'applicazione dei carichi permanenti venne realizzato un ulteriore ancoraggio per sopperire all'incremento della tensione a fatica.

Il *Columbia River Bridge* rappresenta un ulteriore esempio di ponte strallato costituito da stralli in calcestruzzo distribuiti con continuità sulla travata. L'opera progettata da F. Leonhardt, presenta un doppio piano di stralli disposti secondo uno schema a ventaglio che costituiscono un efficiente supporto all'impalcato. Gli stralli sono stati protetti dalla corrosione mediante degli in-

volucri tubolari in acciaio. La travata abbastanza rigida sia torsionalmente che verticalmente, è costituita da elementi prefabbricati e presenta una sezione trasversale caratterizzata da travi triangolari cave connesse per mezzo di altrettante travi piane.

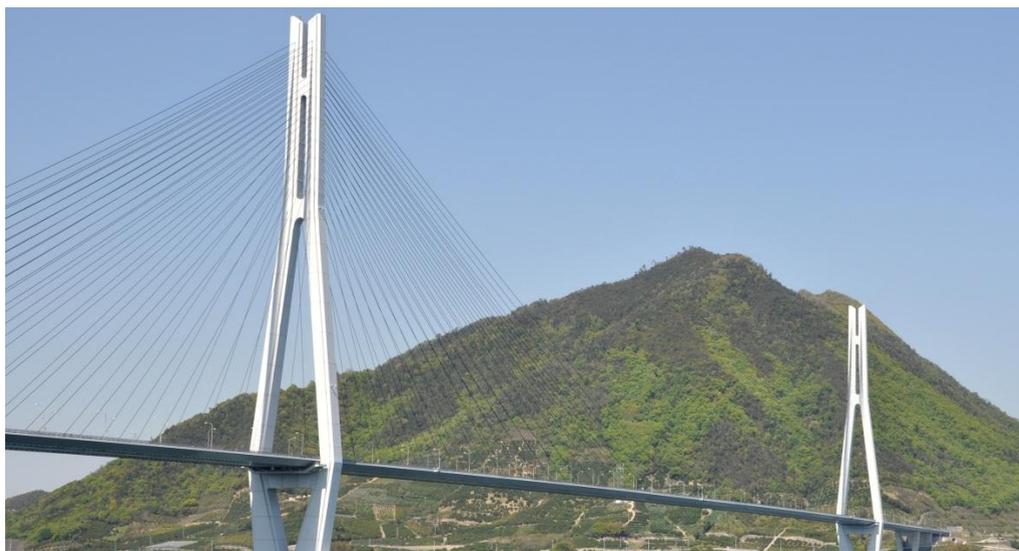
Nel 1995 fu aperto al pubblico il *Ponte di Normandia in Francia* (Fig. 1.14): un ponte strallato che, collegando Honfleur e Le Havre per una lunghezza totale di 2143 m e con campata maggiore lunga 856 m, detenne il primato in quanto dimensioni fino al 1998, anno di costruzione del *Tatara Bridge*. Trasversalmente, la travata irrigidente del ponte presenta una profondità di 23,6 m, è suddivisa in quattro corsie adibite al traffico, e due corsie destinate ai pedoni. I piloni, realizzati interamente in calcestruzzo, presentano una forma ad “Y rovescia” con altezza di circa 215 m.



Figura 1.14: Normandie Bridge, Francia

Il *Tatara Bridge* in Giappone (Fig. 1.15), completato nel 1998, fa parte dell'autostrada di Nishiseto e connette le isole di Ikuchi e Oumishima. Il ponte presenta una campata centrale lunga 890 m e si articola trasversalmente in due corsie di traffico per ogni direzione ed in corsie supplementari di biciclette, biciclette a motore e pedoni. Dai piloni, presentanti una forma ad “Y rovescia”, si dipartono gli stralli disposti secondo due piani paralleli. Il progetto originario del ponte prevedeva uno schema sospeso, si optò tuttavia per un sistema strallato per evitare scavi di notevoli dimensioni destinati all'alloggiamento dei blocchi di ancoraggio.

Tra le realizzazioni più recenti si ricorda, per merito della sua rilevante grandezza, *l'Oresund Bridge*, un ponte strallato adibito al traffico stradale e ferroviario con campata centrale di 490 m (*Fig. 1.16*). Il ponte, inaugurato il 1° giugno del 2000, fa parte di una tratta di 15,9 Km che collega la Svezia alla Danimarca. Dalla città di Malmo si raggiunge, per mezzo del ponte di lunghezza totale pari a 7845 m, l'isola artificiale di Peberholm, lunga a sua volta 4,05 Km; a seguire è stato costruito un tunnel sotterraneo, attraverso il quale si raggiunge l'aeroporto Kastrup di Copenaghen. La rampa occidentale è composta da 22 campate, 18 delle quali sono lunghe 140 m. La rampa orientale, lunga 3739 m, è composta da 28 campate, 24 delle quali sono lunghe 140 m e 4 circa 120 m. Tra le due rampe si sviluppa il vero e proprio ponte dell' Oresund che, con i suoi 1092 m di lunghezza totale, presenta dei piloni in cemento armato alti 206 m e una sovrastruttura larga 30 m che si sviluppa su due piani: quello superiore, in cemento armato, consente lo scorrimento di un'autostrada a quattro corsie; quello inferiore, in acciaio, è invece destinato al traffico ferroviario.



*Figura 1.15: Tatara Bridge, Giappone*



*Figura 1.16: Oresund Bridge, Svezia*

Il *Rion-Antirion Bridge* in Grecia (*Fig. 1.17*) chiamato anche ponte Charilaos Trikoupis, attraversa il golfo di Corinto tra le città di Rion, nel Peloponneso, e Antirion, nella Grecia continentale. Aperto al traffico nel 2004, è stato soprannominato ponte di Poseidone, e con i suoi 2833 m è il ponte strallato più lungo del mondo. Il ponte, i cui piloni hanno un'altezza totale di 164 m, è un ponte multi campate costituito da cinque campate: la principale è lunga 560 m ed è sospesa a 60 m al di sopra del livello del mare.



*Figura 1.17: Rion-Antirion Bridge, Grecia*

Il *Millau Viaduct* (*Fig. 1.18*) è un viadotto autostradale che attraversa la valle del Tarn nella Francia Meridionale. E' stato inaugurato nel dicembre del 2004 e con un complesso pilastro/pilone che sfiora i 341 m è il ponte strallato più alto del mondo: è leggermente più basso dell'Empire State Building e supera in altezza la Torre Eiffel.

Il viadotto è costituito da un impalcato di acciaio di otto campate supportato da sette pile di cemento. L'intera travata è lunga 2.460 m, misura 32 m in larghezza per 4,2 m di profondità. Le sei campate centrali sono lunghe ciascuna 342 m, mentre le due campate esterne misurano 204 m. L'impalcato ha una pendenza del 3%, e presenta una curvatura planimetrica di raggio di 20 km. Ha due corsie in entrambe le direzioni. Per ridurre le sollecitazioni ed evitare eventuali collassi, la carreggiata è stata costruita in sito a parte ed è stata fatta poi scorrere sui pilastri mediante delle pompe idrauliche ad una velocità di 60 cm ogni quattro minuti. Il tracciato del ponte rispetta i principali siti naturali presenti, e oltre ad integrarsi perfettamente con il paesaggio è stato costruito nel rispetto degli equilibri biologici dell'ambiente circostante: durante la realizzazione sono stati gestiti i rifiuti del cantiere e dopo la messa in servizio dell'opera, sono stati integrati all'interno della struttura molti dispositivi permanenti per il recupero e il trattamento delle acque piovane e dei residui della pulizia della rete viaria.



*Figura 1.18: Millau Viaduct, Francia*

Attualmente il primato in lunghezza della campata centrale è detenuto dal *Sutong Bridge* in Cina (*Fig. 1.19*). Completato nel 2007, con una lunghezza complessiva di 2088 m, attraversa il fiume di Suzhou-Nantong Yangtze. La campata centrale del ponte è lunga 1088 m ed è sorretta da due piloni di forma ad “Y rovescia” dell'altezza di 300 m. La trave di irrigidimento, larga 41 m, è di tipo scatolare a profilo alare. Il sistema dei cavi è organizzato secondo due piani in-

clinati con passo di 16 m nella campata centrale e 12 m in prossimità dei punti terminali delle campate laterali.



Figura 1.19: Sutong Bridge, Cina

### 1.3 Evoluzione storica dei ponti sospesi

Le prime conoscenze relative alle strutture sospese risalgono al 500'. Nello specifico, nel 1595, Fausto Veranzio pubblicò a Venezia 'Machinae Novae Faustii Verantii', testo costituito essenzialmente da tavole rappresentanti strutture che affidano la resistenza alla sola trazione delle membrature: ponti in legno sostenuti da catene in ferro con andamento parabolico. Nel 1691 James Bernoulli risolse il problema della catenaria; a seguire, nel 1794 Nicholas Fuss si occupò del cavo parabolico soggetto ad un carico uniforme permanente e Navier estese il problema ad un carico viaggiante.

Agli inizi dell'Ottocento, due cause fondamentali favorirono lo sviluppo del ponte sospeso negli Stati Uniti ed in Europa: la prima, certamente connessa all'aspetto teorico, fu la pubblicazione nel 1821 del testo di Navier 'Memoires sur les ponts suspendus'; la seconda scaturì dalla rivoluzione industriale e quindi dalla possibilità di produrre a costi più bassi ed in tempi più rapidi elementi strutturali in ferro lavorato con brillanti caratteristiche meccaniche.

Tra le prime realizzazioni si ricordano: il *Newburyport Bridge* realizzato nel 1820 con catene in ferro e piloni e travata in legno; il *King's Meadows Bridge*, un ponte pedonale di 33,6 m di luce, con stralli e piloni in ferro; l'*Union Bridge* sul Tweed fra Scozia e Inghilterra, realizzato nel 1820 con un'unica campata lunga 137 m, catene in ferro e piloni in pietra disposti in maniera asimmetrica.

Nel 1839 fu aperto al traffico il *Ponte sullo Stretto di Menai* che per via dell'esilità della travata di impalcato lunga circa 176 m, crollò nel 1936 a seguito di una tempesta di vento. Gli ingegneri coinvolti nella ricostruzione identificarono nella mancanza di rigidità torsionale il problema della instabilità del ponte, ma ancora nel gennaio del 1939 il ripristinato ponte subì dei danni a causa di oscillazioni verticali e torsionali.

A seguito dei danni subiti dal *Ponte di Menai*, si iniziò ad investigare circa il comportamento dei ponti sospesi soggetti a carichi dinamici. I progettisti dell'epoca, infatti, attribuivano la totale resistenza della struttura ai cavi portanti trascurando il contributo dell'impalcato; come ben noto però, l'elevato peso proprio ed il forte ribassamento dei cavi, pur risultando efficienti nei confronti dei carichi verticali, sono inefficaci rispetto alle azioni dinamiche esercitate dal vento.

Sulla base di tali considerazioni, tra il 1854 ed il 1883, furono costruiti negli USA il *Niagara Bridge* ed il *Brooklyng Bridge* (Fig. 1.20): rispetto alle opere precedentemente realizzate, furono aggiunti degli stralli oltre ai cavi portanti e si utilizzarono inoltre delle travate reticolari nell'impalcato. Il primo ponte, con luce di 205 m era soggetto a carichi accidentali più elevati rispetto a quelli abituali in quanto era destinato ad un traffico sia ferroviario sia carrabile. Il *Brooklyng Bridge*, allora chiamato *East River Bridge* è costituito da una campata centrale di 486 m e due campate laterali di 286 m. Con i suoi 1058 m totali allora deteneva il primato di ponte più lungo del mondo. L'impalcato del ponte è costituito da una travata reticolare in acciaio con altezza pari a 5.6 m e il rapporto tra lo spessore della travata e la luce è pari a 1/86.



Figura 1.20: *Brooklyng Bridge, New York*

Entrambi i ponti sopracitati furono progettati da Roebling, un ingegnere tedesco emigrato in America che, precedentemente alla progettazione di queste due opere realizzò il *Covington Suspendium Bridge* sul fiume Ohio. Mentre Roebling lavorava sul ponte di Brookling il *Covington Suspendium Bridge* fu distrutto da una tempesta di vento. Tale disastro spinse Roebling, per via precauzionale, ad incrementare la rigidità del *Brooklyng Bridge* introducendo nel classico sistema sospeso degli stralli che si dipartivano dai piloni e insistevano sulle campate laterali e sulle zone laterali della campata centrale.

Come ben noto gli stralli sono degli elementi strutturali molto più rigidi dei cavi di sospensione, la loro rigidità è tanto più prossima a quella estensionale quanto maggiore è lo sforzo di tensione iniziale in rapporto alla loro lunghezza ed al loro peso. Nel *Brooklyng Bridge* quindi, si decise di attribuire agli stralli un'aliquota consistente del carico permanente fino ad un'assegnata distanza dalle torri. La parte centrale della campata principale fu invece completamente sospesa e sostenuta dai pendini vincolati al cavo principale. Ne consegue che il cavo di sospensione principale del *Brooklyng Bridge* presenta una curvatura maggiore in prossimità del centro della campata e si avvicina ad un andamento quasi rettilineo in prossimità delle torri, tale differenza di curvatura è proporzionale alla differenza di carico sostenuta. Roebling intuì, pur in assenza di strumenti di analisi adeguati, la maggiore efficienza, in ambito strutturale, del sistema misto sospeso-strallato rispetto agli altri schemi usati nel passato. Infatti, il sistema misto strallato-sospeso è tanto più volte iperstatico di quello semplicemente sospeso quanto maggiore è il numero di stralli, inoltre il detto sistema, se munito di una leggera inclinazione del piano orizzontale consente di irrigidire la struttura anche nei confronti delle azioni trasversali. Con il *Brooklyng Bridge* si chiude una fase di realizzazioni basata sull'intuizione e sull'esperienza delle prestazioni dei diversi schemi piuttosto che sull'analisi.

Nel 1858 si diffuse la Teoria di Rankine, pubblicata dall'omonimo ingegnere inglese su un modello di ponte sospeso. Le ipotesi base di Rankine, in realtà non dimostrabili, sono:

- i carichi permanenti vengono assorbiti esclusivamente dal cavo;
- il cavo, considerato inestensibile, non cambia configurazione sotto l'azione dei carichi variabili e conserva la sua forma parabolica;
- le forze di sospensione sono direttamente relazionate con i carichi variabili.

In conseguenza alla diffusione di questa teoria, fu possibile ottenere delle altezze dell'impalcato abbastanza ridotte rispetto al passato quindi dei costi di produzione notevolmente minori. Rankine era cosciente che la sua teoria era lontana dal descrivere la realtà e invitò anche dei matematici ad occuparsi del problema.

In un secondo momento si diffuse la Teoria Elastica che, basata su studi relativi agli archi elastici di Castigliano, presentava un margine di affidabilità e di coerenza con il reale comportamento della struttura tanto maggiore quanto più l'impalcato si avvicinava ad una trave infinitamente rigida. Rispetto alla teoria di Rankine, rimangono inalterate le prime due ipotesi, mentre, per quanto riguarda la terza, si suppone che le forze di sospensione dipendano dalla rigidità flessionale della trave e da quella assiale del cavo.

Il *Williamsburg Bridge* (Fig. 1.21), realizzato nel 1903 a New York fu progettato secondo la Teoria Elastica; esso presenta una luce di 488 m, ossia di soli 2 m maggiore del ponte di Brooklyn, una travata d'impalcato abbastanza rigida con spessore di 12 m ed un rapporto tra altezza e lunghezza pari a  $1/40$ . Il *Williamsburg Bridge* e il *Brooklyn Bridge* hanno in comune la disposizione del cavo principale sulla lunghezza media della campata centrale. In entrambi i ponti il cavo, in corrispondenza della freccia massima della sua curvatura, si protrae fino all'estremo inferiore della sezione longitudinale della travata irrigidente: tale disposizione è sicuramente vantaggiosa da un punto di vista economico poiché implica la riduzione dell'altezza dei piloni e dei pendini. Nei più recenti ponti si è registrata un'inversione di tendenza: lo sviluppo del cavo principale si blocca in corrispondenza dell'estremità superiore dell'impalcato conferendo all'intero ponte un aspetto più gradevole.

La tendenza ad incrementare le dimensioni dell'impalcato, registrata dai primi. Rispetto alla teoria elastica rimangono invariate la prima e la terza ipotesi, mentre per quanto riguarda la seconda, si suppone che il cavo cambi configurazione con l'applicazione dei carichi viaggianti. Da un punto di vista qualitativo l'adozione della Teoria Esatta comporta una riduzione delle sollecitazioni nella travata rispetto alla teoria elastica e un incremento nella valutazione degli spostamenti. Quest'ultima teoria, quindi, forniva risultati migliori soprattutto in termini economici poiché consentiva l'uso di impalcati piuttosto sottili. Col tempo tuttavia essa fu migliorata, ed in particolare, nel 1894, fu proposta una

linearizzazione tale da consentire l'uso del "Principio di sovrapposizione degli effetti" ed "il metodo delle linee di influenza" che la non linearità del problema aveva escluso.



Figura 1.21: Williamsburg Bridge, New York

Il *Manhattan Bridge*, progettato da Moisseif, fu il primo ponte pensato sulla scia della *Deflection Theory*. Destinato al traffico ferroviario, venne inaugurato nel 1909. La campata centrale presenta una luce di 448 m mentre le campate laterali si protraggono per 221m. Il *Manhattan Bridge* si rivelò, ai tempi della sua progettazione, innovativo, oltre che per un rapporto più basso tra spessore e luce (1/60), anche per l'introduzione di un vincolo fisso tra cavi e torri e per la presenza della travata continua sugli appoggi intermedi. Negli schemi realizzati in precedenza si usava utilizzare una travata interrotta in corrispondenza degli appoggi al fine di evitare sollecitazioni flettenti negative e una sella scorrevole sulla sommità dei piloni in modo tale da garantire una componente orizzontale del tiro uguale per la campata centrale e per quelle laterali. Nel *Manhattan Bridge* tuttavia, ai piloni viene attribuita una rigidezza flessionale ridotta, tale da poter schematizzare le stesse torri come dei pendoli; in questo modo vengono consentiti spostamenti adeguati nella testa delle pile in direzione orizzontale, trascurabili rispetto all'entità del tiro permanente ed addizionale.

Il *George Washington Bridge* (Fig. 1.22), progettato nel 1931 da Amman, segnò definitivamente l'affermazione della Teoria Esatta. Difatti esso presenta

una luce di 1066 m ed un'altezza delle travi irrigidenti di 8,8 m, dunque, il rapporto tra l'altezza dell'impalcato e la lunghezza è pari a  $1/120$ . Il progetto di Amman confidava esclusivamente sulla resistenza e sulla rigidità dei cavi, mettendo in evidenza che il parametro realmente significativo per la rigidità strutturale nel campo delle grandi luci, non è tanto il rapporto fra la rigidità dell'impalcato e quella del cavo, quanto il rapporto tra carico accidentale, instabilizzante, e carico permanente, stabilizzante. La rigidità flessionale della travata rivestiva un ruolo fondamentale solo riguardo alla redistribuzione locale dei carichi accidentali e non nei confronti delle azioni esercitate dal vento. Nel progetto del *George Washington Bridge* i carichi da vento erano stati considerati come delle semplici azioni orizzontali agenti nel piano dell'impalcato, dunque gli irrigidimenti trasversali formati dai due correnti superiori delle travi reticolari verticali erano sufficienti a sopperire l'azione esercitata dal vento.



Figura 1.22: *George Washington Bridge, New York*

A seguito di lievi oscillazioni verticali registrate nel ponte, si indirizzarono gli studi verso un'analisi più approfondita del comportamento della struttura nei confronti dall'azione del vento. Nel 1932 venne pubblicato un articolo redatto da Moisseif e Lienhard che estendeva i risultati della Teoria Esatta ad un modello tridimensionale di ponte sospeso e prevedeva una redistribuzione dei carichi trasversali tra cavi e travata.

Sempre negli anni Trenta furono progettati da L.S. Moisseff i due ponti che costituiscono il collegamento sulla Baia di San Francisco (*Bay Bridge*) (Fig. 1.23): dall'Oakland all'isola di Yerba Buena sul versante orientale e dall'isola alla città sul fronte occidentale. Quest'ultimo, sicuramente più interessante del primo, è formato da due ponti gemelli posti in serie e separati da un blocco di ancoraggio centrale. Ciascuno dei due ponti sospesi presenta una campata centrale di 704 m e due campate laterali lunghe 352 m.



Figura 1.23: Bay Bridge, San Francisco

Il *Golden Gate Bridge* (Fig. 1.24), contemporaneo al *Bay Bridge*, all'epoca della sua costruzione, con una campata centrale di 1280 m che superava del 20% quella del ponte *George Washington*, era il più lungo ponte al mondo. È stato realizzato in maniera tale da presentare una snellezza pari a  $1/168$  e una snellezza laterale, data dal rapporto tra la larghezza dell'impalcato e la lunghezza della campata centrale, di  $1/47$ . Dunque, la travata irrigidente del ponte, con sezione trasversale aperta, presenta una snellezza notevole ed è costituita da tre travate reticolari piane di cui due verticali e una orizzontale.

I due cavi principali del ponte presentano ciascuno un diametro di 930 mm, 20 mm maggiore del diametro usato nel *Washington Bridge*. L'intera resistenza torsionale del ponte è stata dunque affidata ai cavi e non sono stati previsti dei rinforzi ai lati della travata d'impalcato che avrebbero ridotto gli effetti legati all'azione del vento.



Figura 1.24: Golden Gate Bridge, USA

La tendenza alla riduzione della rigidezza dell'impalcato e delle sue dimensioni in rapporto alla luce libera, culminò proprio con il *Golden Gate Bridge*, e si arrestò soltanto con il collasso, a seguito di oscillazioni torsionali, del *Tacoma Bridge* negli USA (Fig. 1.25). Il ponte in questione progettato da Moisseif, con luce di 853 m, rapporto altezza-luce pari  $1/350$ , e snellezza laterale pari a  $1/72$ , risentì fin da subito degli effetti dinamici del vento e arrivò al collasso, dopo pochi mesi dalla sua costruzione, per una crisi dovuta a fenomeni di fatica degli elementi di sospensione, in conseguenza di ampie oscillazioni dipendenti dal fenomeno di instabilità aerodinamica per flutter torsionale.

Sin dai primi giorni che seguirono l'apertura del ponte, l'impalcato risultò inefficiente nel contrastare i carichi legati al transito dei veicoli ed al vento; immediatamente si avvertirono delle oscillazioni verticali che per i primi quattro mesi, pur raggiungendo un'ampiezza di 1.5 m, venivano smorzate. Dopo poco tempo si registrarono dei movimenti torsionali ed il ponte cominciò ad oscillare in modo torsionale asimmetrico. I movimenti torsionali divennero molto violenti e in corrispondenza delle sezioni poste a circa un quarto della campata centrale dell'impalcato, si registrò una rotazione di  $\pm 45^\circ$ . Dopo circa un'ora dalle violente oscillazioni, i pendini del sistema di sospensione collassarono per fenomeni di fatica e una buona parte dell'impalcato crollò. E' opportuno inoltre precisare che al momento del crollo il vento soffiava ad una velocità che, essendo pari a circa 60 Km/h era nettamente minore a quella limite secondo cui era stato progettato il ponte.

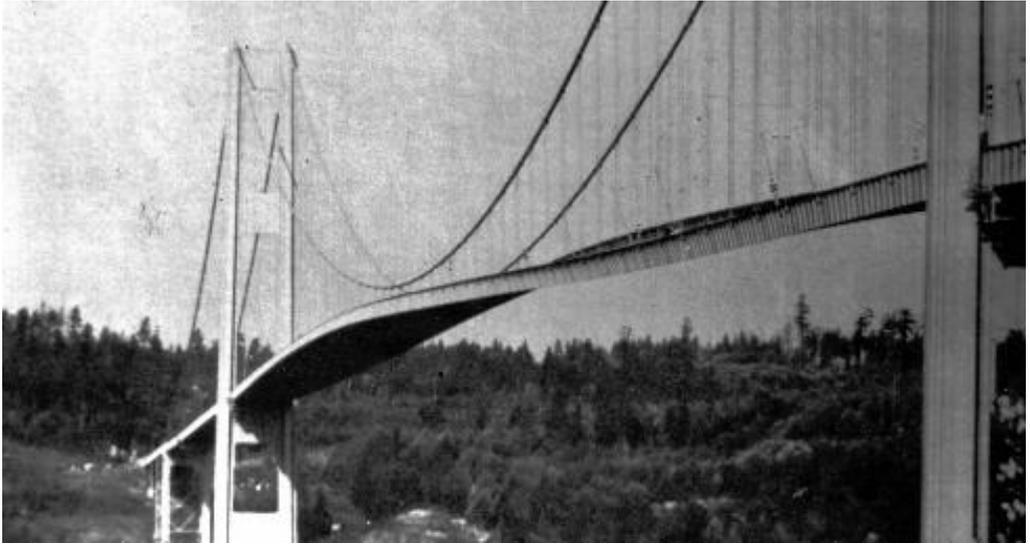


Figura 1.25: Tacoma Bridge, USA

I progetti seguenti al disastro del *Tacoma Bridge*, in particolare il *Second Tacoma Bridge* ed il *Mackinac Bridge*, realizzati dopo la seconda guerra mondiale, furono caratterizzati da una snellezza così bassa da far arretrare lo studio delle travi dei ponti sospesi di circa mezzo secolo.

Il *Second Tacoma Bridge* fu realizzato, sulla scia del precedente ponte, secondo dei cambiamenti radicali; la vecchia travata alta 2.4 m e profonda 11.9 m fu sostituita con un nuovo impalcato con altezza pari a 10 m e profondità di 18.3 m. Il *Mackinac Bridge*, costruito negli USA, è il primo ponte sospeso costruito dopo la guerra che azzarda luci simili a quelle tipiche dei ponti sospesi antecedenti al *Tacoma Bridge*. Esso presenta una campata centrale lunga 1158 m e due campate laterali di 549 m, con una travata irrigidente alta 11.60 m. Il cavo di sospensione principale ha una lunghezza totale (2256 m) più elevata di quelle utilizzate nei precedenti ponti. A titolo di esempio si ricorda il *Golden Gate Bridge* che, pur avendo una luce maggiore, presenta un cavo la cui estensione totale misura 1966 m.

L'episodio del *Tacoma Bridge* portò inoltre ad un cambio di tendenza nella progettazione dei ponti sospesi: ci si rese conto che un progetto moderno di un ponte, ma anche di altre strutture civili, non poteva prescindere da un'analisi dinamica. Tale tendenza è stata concretizzata nel *Verrazzano Narrows Bridge* (Fig. 1.26), progettato nel 1963 da Amman con luce di 1298 m, altezza della

travata di impalcato pari a 7.30 m e con rapporto luce-altezza pari a 1/178. Il ponte presenta dunque una snellezza inferiore a quella del *Golden Gate Bridge* e molto minore di quella del *Second Tacoma Bridge* e del *Mackinac Bridge*, nonostante ciò, e grazie all'uso di una sezione trasversale scatolare chiusa per l'impalcato, il *Verrazano Narrows Bridge* ha dato prova di un comportamento stabile sia rispetto ai carichi verticali, sia nei confronti delle sollecitazioni dinamiche.



Figura 1.26: Verrazano Bridge, USA

Nello stesso periodo, la politica dello schema sospeso nel superamento di grandi luci approdò anche in Europa. Ne sono esempi il *Tancarville Bridge* costruito in Francia nel 1959 (Fig. 1.27) ed il *Tagus River Bridge* costruito nel 1966. Il *Tancarville Bridge*, con la sua luce principale di 608 m fu il primo a superare la soglia dei 500 m in Europa. Esso segna l'inizio dell'era dei ponti sospesi europei introducendo peraltro un importante elemento innovativo: un vincolo incastro collegante il cavo principale alla travata a metà della luce che in presenza di corte luci laterali contribuisce all'irrigidimento della struttura.

Nel 1996 Sir Gilbert Roberts progettò il *Severn Bridge* (Fig. 1.28). Si tornò, con quest'opera, ad una snellezza di 1/324, molto vicina a quella del primo ponte Tacoma rispetto al quale però, sono stati eliminati due sostanziali difetti: la sezione fu progettata nella galleria del vento e alla sezione di insignificante rigidezza torsionale del Tacoma fu sostituita una sezione scatolare di elevata rigidezza. Si tende quindi a realizzare prevalentemente delle sezioni scatolari chiuse, a cassone, in acciaio o in calcestruzzo, dai profili affusolati, in modo tale da garantire una massimizzazione della rigidezza torsionale e una minimizzazione degli effetti del vento. Tale tendenza, che consente di utilizzare travi snelle che comunque garantiscono ampi margini di sicurezza, si sviluppò rapidamente soprattutto in Europa.



*Figura 1.27: Tancarville Bridge, Francia*



*Figura 1.28: Severn Bridge, Inghilterra*

Nel 1998, due società italiane realizzarono in Danimarca il *Great Belt Bridge* (Fig. 1.29). Il sistema di cavi sostiene una campata centrale di 1624 m e due campate laterali di 535 m cadauna, per una lunghezza totale del ponte di 2694 m. Le torri sono state realizzate in calcestruzzo e presentano un'altezza di 254 m. La sezione trasversale del ponte è di tipo scatolare alta 4 m con una snellezza pari a  $1/406$ . L'intento era quello di realizzare sezioni scatolari chiuse, a cassone, in acciaio o in calcestruzzo, in modo tale da garantire sia vantaggi

strutturali, come la massimizzazione della rigidità torsionale, sia benefici economici. A tal proposito sono state molte, anche in Europa, le applicazioni di grande portata scientifica e tecnologica; si ricordano: il *Little Belt Bridge* in Danimarca, del 1970; ed il primo *Ponte sul Bosforo*, ad Istanbul, del 1973.



Figura 1.29: Great Belt Bridge, Danimarca

Nello stesso anno del *Great Belt* fu completato in Giappone l'*Akashi Kaikyo Bridge* (Fig. 1.30) che con i 1991 m di luce della campata centrale detiene il primato di ponte più lungo del mondo. La travata irrigidente presenta una sezione trasversale reticolare spaziale con altezza di 14 m, la relativa snellezza è dunque pari a 1/142.

Attualmente si percepisce una tendenza al raggiungimento di luci notevoli: dimostrata la validità strutturale ed economica del ponte strallato per luci al di sotto dei 1000 m, si prevede l'evoluzione dello schema sospeso nel superare le ordinarie luci di 1500-2000 m. E' difficile non citare due progetti tanto affascinanti, quanto utopistici: primo fra tutti il *Ponte di Messina* (Fig. 1.31), megastruttura con luce libera della campata centrale di 3300 m; secondo il *ponte sullo stretto di Gibilterra*, tra le cui proposte si segnalano ipotesi di una soluzione con quattro campate con luce di 5000 m per le due campate centrali.



Figura 1.30: Akashi Kaikyo Bridge, Giappone

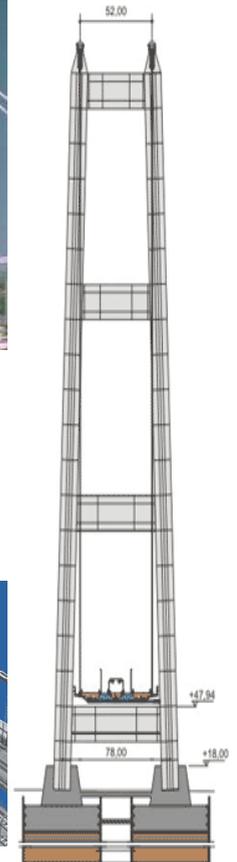
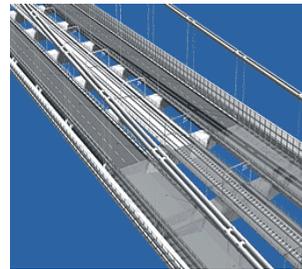
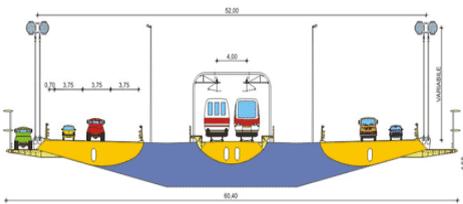
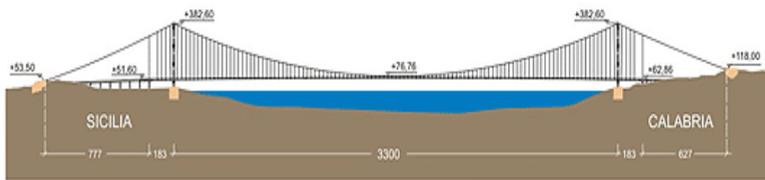


Figura 1.31: Ponte sullo Stretto di Messina, Italia



## Introduzione

L'analisi del comportamento dei cavi riveste un'importanza fondamentale nello studio dei ponti di grande luce. Il problema della statica dei cavi fu affrontato, per primo, da Galileo Galilei nel 1638; egli, seguendo un'analogia con il moto del proiettile, pensò erroneamente che la forma di una fune appesa per i suoi estremi e soggetta alla forza di gravità, fosse una parabola. A partire dalla seconda metà del '700, l'argomento fu riaffrontato prima dai fratelli James e John Bernoulli, poi da Leibnitz, quindi da Huygens, fino ad arrivare, nel 1698, ad una soluzione analiticamente corretta proposta dallo stesso John Bernoulli. Il cavo era inteso come un elemento privo di rigidità flessionale che, sotto il peso proprio, assumeva la configurazione descritta da una funzione di tipo coseno iperbolico: la catenaria.

Il problema relativo alla dinamica dei cavi, invece, vanta radici molto antiche: i primi ad occuparsi del comportamento dinamico furono Pitagora e i suoi allievi incuriositi dal fenomeno del suono prodotto dalle arpe; tuttavia i primi studi concreti circa l'argomento furono formulati da Marsenne soltanto nel 1636. Nel 1676 furono Noble e Pigott ad introdurre per la prima volta il concetto di modi di vibrazione di un cavo sospeso e successivamente D'Alambert, Eulero e Daniel Bernoulli contribuirono costituendo i principi fondamentali a partire dai quali, nel 1713, Taylor elaborò una teoria matematica del problema. Nel 1820 Poisson formulò le equazioni generali del moto di un cavo delineando, quindi, la soluzione corretta per le vibrazioni lineari. Successivamente, nel

1851, Routh, ottenne una soluzione approssimata per i modi simmetrici verticali di vibrazione di un cavo omogeneo e ancora nel 1868 fornì la soluzione esatta per i modi simmetrici verticali di vibrazione di un cavo eterogeneo. Dopo molti decenni Rannie e Von Karman ripresero, indipendentemente, gli studi inerenti alla soluzione dei modi simmetrici ed antisimmetrici nel piano di un cavo inestensibile e, nel 1945, Vincet estese tale teoria al cavo elastico per i modi simmetrici. Quindi, nel 1900 Pugsley formulò una teoria semiempiristica per la determinazione delle prime tre frequenze naturali dei modi nel piano.

Irvine nel suo libro pubblicato nel 1981, illustra in modo sintetico e chiaro le problematiche connesse con la modellazione della statica e della dinamica dei cavi, fornendo una articolata discussione sui metodi di analisi.

Di seguito vengono riportati alcuni risultati relativi allo studio dei cavi, riferendosi a modelli esatti e approssimati. In particolare, facendo riferimento agli sviluppi forniti da Irvine [8], viene discusso il modello di catenaria sia per il cavo inestensibile che per il cavo elastico deformabile.

Vengono quindi forniti alcuni modelli approssimati che si fondano su una configurazione approssimata del cavo di tipo parabolico e che forniscono utili risultati approssimati con particolare riferimento alla valutazione della rigidezza assiale degli stralli nel contesto dello schema di ponte strallato[9,34].

## 2.1 La catenaria inestensibile

Si consideri un cavo inestensibile vincolato a due punti fissi disposti sullo stesso livello e soggetto all'azione della forza peso. Si assumi che gli elementi costituenti il cavo abbiano rigidezza flessionale nulla e che il cavo possa sopportare soltanto sforzi assiali. Ci si riferisca ad un elemento isolato del cavo posto alla coordinata  $(x, z)$  (Fig. 2.1a).

Dall'equilibrio verticale dell'elemento considerato si ottiene:

$$-T \frac{dz}{ds} + mg \Delta s + T \frac{dz}{ds} + \frac{d}{ds} \left( T \frac{dz}{ds} \right) \Delta s = 0;$$

$$\frac{d}{ds} \left( T \frac{dz}{ds} \right) = -mg; \quad (2.1)$$

dove:

- $T$  è la tensione nel cavo;
- $dz/ds$  è il seno dell'angolo di inclinazione del profilo;
- $mg$  è la forza peso del cavo per unità di lunghezza;

Dall'equilibrio orizzontale dell'elemento considerato si ha (Fig. 2.1b):

$$\begin{aligned}
 -T \frac{dx}{ds} + T \frac{dx}{ds} + \frac{d}{ds} \left( T \frac{dx}{ds} \right) \Delta s &= 0; \\
 \frac{d}{ds} \left( T \frac{dx}{ds} \right) &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

dove:

- $dx/ds$  è il coseno dell'angolo di inclinazione.

Integrando la (2.2) si ottiene:

$$T \frac{dx}{ds} = \text{costante} = H; \tag{2.3}$$

con  $H$  componente orizzontale della tensione del cavo, costante in assenza di carichi longitudinali.

Integrando la (2.1) si ricava:

$$H \frac{d^2 z}{dx^2} = -mg \frac{ds}{dx}; \tag{2.4}$$

dalla precedente relazione si osserva che, se l'intensità del carico per unità di lunghezza è costante ( $mg (ds/dx) = \text{cost}$ ) il profilo derivante è parabolico.

Dal soddisfacimento della seguente condizione geometrica:

$$\left( \frac{dx}{ds} \right)^2 + \left( \frac{dz}{ds} \right)^2 = 1; \tag{2.5}$$

si ottiene l'equazione differenziale che governa la catenaria:

$$H \frac{d^2 z}{dx^2} = -mg \left\{ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right\}^{1/2}. \tag{2.6}$$

Data una funzione parabolica, risulta:

$$\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1;$$

$$\frac{d}{dt}(\cosh t) = \sinh t;$$

$$\frac{d}{dt}(\sinh t) = \cosh t;$$

l'equazione che soddisfa sia la (2.6), sia le condizioni al contorno, è espressa come segue:

$$z = \frac{H}{mg} \left\{ \cosh \left( \frac{mgl}{2H} \right) - \cosh \frac{mg}{H} \left( \frac{l}{2} - x \right) \right\}. \quad (2.7)$$

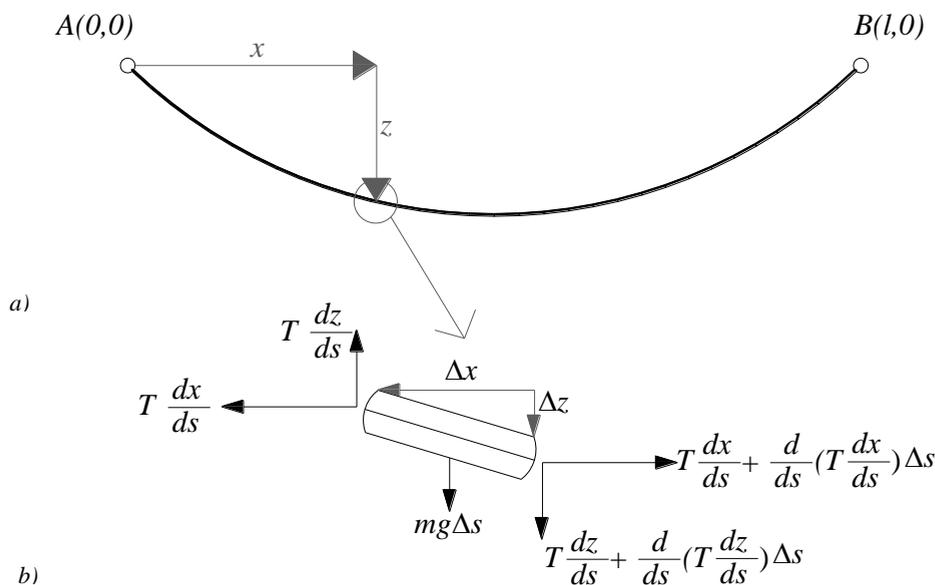


Figura 2.1: Equilibrio di un elemento di cavo soggetto al peso proprio

L'espressione della lunghezza di una porzione di cavo compresa tra l'origine del sistema di riferimento, fissato nell'estremo sinistro, e l'ascissa  $x$ , è:

$$s = \int_0^x \left\{ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right\}^{1/2} dx = \frac{H}{mg} \left\{ \sinh \left( \frac{mgl}{2H} \right) - \sinh \frac{mg}{H} \left( \frac{l}{2} - x \right) \right\}; \quad (2.8)$$

quindi, se  $L_0$  è la lunghezza di un cavo posizionato tra due supporti, la componente orizzontale della tensione, assumendo  $mg$  ed  $l$  noti, è data dalla seguente espressione:

$$\sinh\left(\frac{mgl}{2H}\right) = \frac{mgL_0}{2H}; \quad (2.9)$$

dalla (2.9) si deduce che la soluzione non può esistere se  $L_0$  è minore di  $l$ .

La tensione in ogni punto è fornita, invece, dalla seguente relazione:

$$T = H \cosh \frac{mg}{H} \left( \frac{l}{2} - x \right). \quad (2.10)$$

Dunque, nell'ipotesi di inestensibilità assiale del cavo, dall'equazioni ricavate si deduce che la configurazione assunta dalla fune è funzione del peso proprio e del tiro  $H$ .

## 2.2 La catenaria elastica

Di seguito viene analizzato il comportamento statico di un cavo a sezione trasversale costante, costituito da un materiale elastico lineare e sospeso tra due punti qualsiasi non necessariamente posti allo stesso livello. Le espressioni della tensione nel cavo e delle coordinate Cartesiane che descrivono il profilo teso sono derivate come funzioni ad una variabile indipendente coincidente con la coordinata lagrangiana associata al profilo teso. Tali espressioni contengono come incognite le reazioni orizzontali e verticali ai nodi che possono essere determinate risolvendo simultaneamente un'equazione trascendentale e un'equazione algebrica. Il cavo mostrato in *Fig. 2.2a*, sospeso tra i punti  $A(0, 0)$  e  $B(l, h)$  presenta: luce pari ad  $l$ , profondità verticale eguale ad  $h$  e lunghezza in condizione indeformata coincidente con  $L_0$ : quantità non necessariamente maggiore di  $(l^2+h^2)^{1/2}$ . Un generico punto del cavo, in condizione indeformata, ha coordinata lagrangiana  $s$ : dunque la lunghezza del cavo dall'origine del sistema di riferimento al punto considerato è proprio pari ad  $s$ ; sotto l'effetto del peso proprio del cavo, quindi in condizione indeformata, il generico punto tende ad occupare una nuova posizione descritta dalle coordinate cartesiane  $x$  e  $z$  e dalla coordinata lagrangiana  $p$ .

Sotto l'effetto del solo peso proprio, la fune si inflette interamente sul piano verticale, a tal proposito deve essere soddisfatta la relazione geometrica (2.11):

$$\left(\frac{dx}{dp}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dp}\right)^2 = 1; \quad (2.11)$$

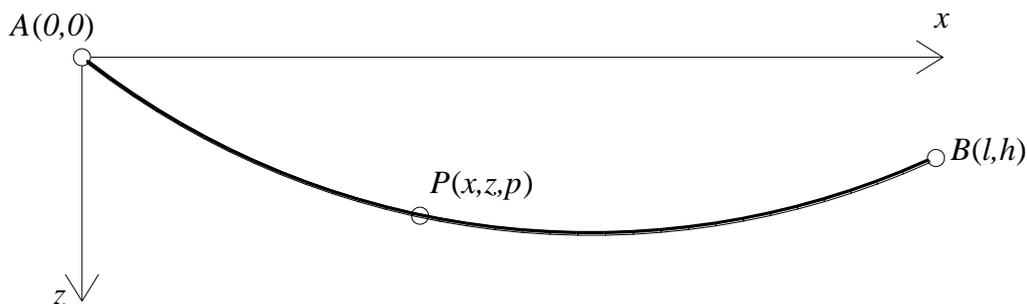


Figura 2.2a: Cavo elastico

con riferimento ad un tratto di cavo compresso tra i punti  $A$  e  $P$  (Fig. 2.2b), si scrivono le equazioni che equilibrano in direzione orizzontale e verticale le forze agenti (2.12):

$$\begin{aligned} T \frac{dx}{dp} &= H; \\ T \frac{dz}{dp} &= V - W \frac{s}{L_0}; \end{aligned} \quad (2.12)$$

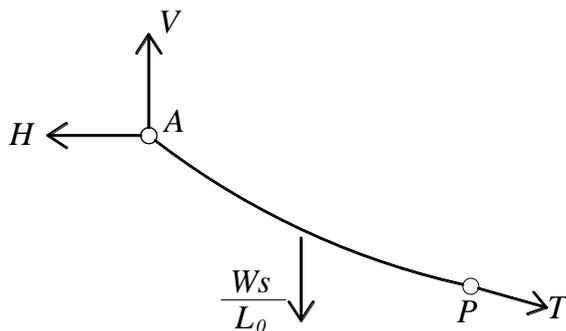


Figura 2.2 b: Equilibrio del cavo elastico

dove:

- $V$  è la reazione verticale nell'estremo  $A$ ;
- $H$  è la reazione orizzontale nell'estremo  $A$ ;
- $T$  è la reazione tangenziale nel cavo in corrispondenza di  $P$ ;
- $Ws/L_0$  è la forza peso agente nella parte di cavo compresa tra  $A$  e  $P$ .

Dall'equilibrio alla rotazione intorno al punto  $A$  della porzione di cavo a sinistra di  $P$ , si ottiene:

$$\left( T \frac{dz}{dp} \right) x - \left( T \frac{dx}{dp} \right) z + \int_0^s \frac{Ws}{L_0} x(\xi) d(\xi) = 0; \quad (2.13)$$

sostituendo le (2.12) nella (2.13), quest' ultima deve essere soddisfatta.

Secondo la legge di Hooke, risulta:

$$T = EA_0 \left( \frac{dp}{ds} - 1 \right); \quad (2.14)$$

con  $E$  modulo di Young e  $A_0$  area costante della sezione trasversale del cavo in condizione indeformata.

Le condizioni al contorno, ricavate in corrispondenza dei punti  $A$  e  $B$ , sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} x = 0, \quad z = 0, \quad p = 0 \quad \text{a} \quad s = 0; \\ x = l, \quad z = l, \quad p = l \quad \text{a} \quad s = l; \end{aligned} \quad (2.15)$$

dove  $L$  è la lunghezza del cavo in condizione deformata.

E' possibile derivare la soluzione parametrica che descrive il profilo deformato del cavo in funzione delle coordinate cartesiane  $x$  e  $z$  e della tensione  $T$  dipendenti dalla variabile indipendente  $s$ .

- Tensione  $T=T(s)$ :

Quadrando, aggiungendo e sostituendo le (2.12) nella (2.11) si ottiene:

$$T(s) = \left\{ H^2 + \left( V - W \frac{s}{L_0} \right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (2.16)$$

- Coordinata cartesiana  $x=x(s)$ :

Si nota che:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dp} \frac{dp}{ds};$$

dove:

- dalla (2.12)  $dx/dp$  è funzione di  $T$ ;
- dalla (2.14)  $dp/ds$  è funzione di  $T$ ;

dalla (2.16) si ottiene:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{H}{EA_0} + \frac{H}{\left[ H^2 + \left\{ V - Ws / L_0 \right\}^2 \right]^{1/2}}; \quad (2.17)$$

la (2.17), considerando che  $x=0$  per  $s=0$ , può essere integrata nella forma:

$$x(s) = \frac{Hs}{EA_0} + \frac{HL_0}{W} \left[ \sinh^{-1} \left( \frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left\{ \frac{V - Ws / L_0}{H} \right\} \right]. \quad (2.18)$$

- Coordinata cartesiana  $z=z(s)$ :

In analogia al ragionamento relativo alla determinazione di  $x(s)$ , risulta:

$$\frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dp} \frac{dp}{ds};$$

dove:

- dalla (2.13)  $dz/dp$  è funzione della tensione  $T$ ;

- dalla (2.14)  $dp/ds$  è funzione della tensione  $T$ ;

per la (2.14) si ha:

$$\frac{dz}{ds} = \frac{1}{T} \left( V + W \frac{s}{L_0} \right) \left( \frac{T}{EA_0} + 1 \right). \quad (2.19)$$

Integrando la (2.19) e considerando che  $z=0$  per  $s=0$ , si ottiene l'espressione di  $z(s)$ :

$$z(s) = \frac{Ws}{EA_0} \left( \frac{V}{W} - \frac{s}{2L_0} \right) + \frac{HL_0}{W} \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{V}{H} \right)^2 \right\}^{1/2} - \left\{ 1 + \left( \frac{V - Ws / L_0}{H} \right)^2 \right\}^{1/2} \right].$$

- Reazioni verticale e orizzontale nell'estremo A ( $H, V$ ):

Nel derivare le soluzioni per  $x$  e  $z$  sono state soddisfatte soltanto le prime della (2.15); con riferimento alle altre condizioni espresse nella medesima relazione si ottengono due equazioni, l'una trascendente e l'altra algebrica, in funzione di  $H$  e  $V$ :

$$l = \frac{HL_0}{EA_0} + \frac{HL_0}{W} \left\{ \sinh^{-1} \left( \frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left( \frac{V - W}{H} \right) \right\}; \quad (2.20)$$

$$h = \frac{WL_0}{EA_0} \left( \frac{V}{W} - \frac{1}{2} \right) + \frac{HL_0}{W} \left[ \left\{ 1 + \left( \frac{V}{H} \right)^2 \right\}^{1/2} - \left\{ 1 + \left( \frac{V - W}{H} \right)^2 \right\}^{1/2} \right]. \quad (2.21)$$

Le equazioni (2.20) e (2.21) possono essere manipolate con l'ausilio di metodi numerici per consentire la determinazione delle reazioni  $H$  e  $V$ , quindi l'utilizzo delle espressioni in  $x(s)$ ,  $z(s)$  e  $T(s)$ .

Nell'ipotesi in cui i supporti del cavo siano posti sullo stesso livello ( $h=0$ ), la (2.20) fornisce il valore  $V=W/2$  e la (2.20) può essere riscritta in funzione della sola incognita  $H$ :

$$\sinh\left(\frac{WL}{2HL_0} - \frac{W}{2EA_0}\right) = \frac{W}{2H}. \quad (2.22)$$

Se si assume il cavo inestensibile la (2.22) si riduce alla (2.9), quindi risultano valide tutti i risultati relativi alla catenaria inestensibile.

### 2.3 Schema di ponte strallato: analisi degli stralli.

Il funzionamento strutturale dello schema di ponte strallato è strettamente connesso a quello del sistema di cavi di sostegno della travata, cavi che per la peculiarità dello schema strutturale complessivo del ponte, sono soggetti ad elevati sforzi assiali e al peso proprio dello strallo medesimo.

In particolare, la valutazione della rigidità assiale dello strallo risulta di fondamentale importanza sia per gli aspetti statici (deformabilità) che dinamici (vibrazioni libere e forzate).

In genere, in ragione del sistema di carichi agenti sugli stralli, i metodi utilizzati sono di tipo approssimato e si basano su analisi elastico-lineari dove le non linearità degli stralli sono tenute in conto attraverso il cosiddetto modulo elastico fittizio di Dischinger.

Tuttavia, in determinati casi, questo approccio approssimato non risulta sufficientemente adeguato (grandi luci e bassi stati di tensione iniziale negli stralli, messa in conto dei modi superiori di vibrazione degli stralli, ecc). In questi casi diventano necessarie delle analisi accurate che tengano conto in modo più preciso del comportamento non lineare statico e dinamico degli stralli.

Si vuole esaminare il comportamento statico del singolo strallo, al fine di valutare la sua rigidità assiale.

Si consideri un generico strallo vincolato alle sue estremità secondo lo schema di *Fig. 2.3*. Si supponga che lo strallo sia soggetto al peso proprio  $\gamma A$ , essendo  $\gamma$  il peso specifico del materiale ed  $A$  l'area della sezione trasversale dello strallo, ed all'azione di una forza assiale  $F_0$  applicata ad una delle estremità (*Fig. 2.3*).

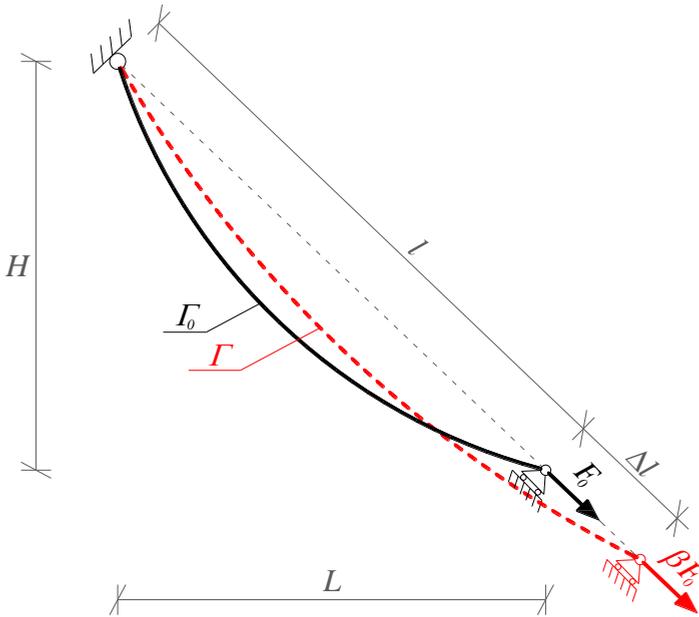


Figura 2.3: Schema di funzionamento di uno strallo

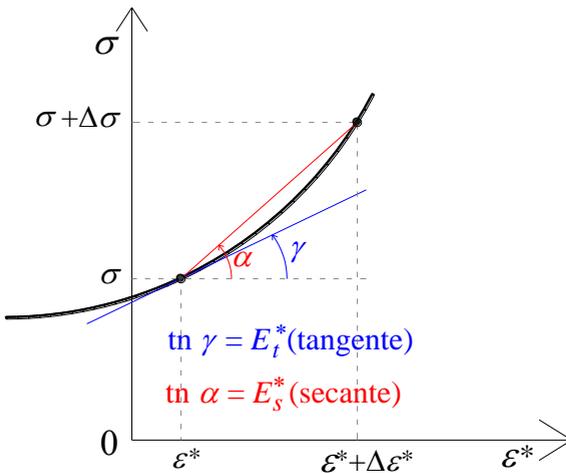


Figura 2.4: Stralli: legame tensione deformazione fittizia

Se si applica un incremento di forza assiale pari a  $\Delta F = \beta F_0$ , il cavo assumerà una nuova configurazione  $\Gamma$  caratterizzata da una variazione della lunghezza della corda pari a  $\Delta l$ .

Si definisce modulo elastico secante assiale  $E_s^*$  dello strallo il rapporto tra l'incremento di tensione  $\Delta\sigma$  e l'incremento di deformazione  $\Delta\varepsilon^*$ :

$$E_s^* = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon^*} = \frac{\beta - 1}{\Delta l(\beta)} \frac{F_0 l}{A}; \quad (2.23)$$

dove l'incremento di deformazione apparente dello strallo  $\Delta\varepsilon^*$ , corrispondente al passaggio dalla configurazione iniziale  $\Gamma_0$  alla configurazione attuale  $\Gamma$ , è definita dalla relazione:

$$\Delta\varepsilon^* = \frac{\Delta l}{l};$$

e la tensione  $\sigma$  è definita come:  $\sigma = F/A$ .

Si definisce modulo elastico tangente assiale  $E_t^*$  dello strallo, la quantità:

$$E_t^* = \lim_{\beta \rightarrow 1} E_s^*. \quad (2.24)$$

Le (2.23) e (2.24) individuano il modulo secante ed il modulo tangente del cavo nella relazione non lineare tra la tensione  $\sigma$  e la cosiddetta deformazione apparente  $\Delta\varepsilon^*$  (Fig. 2.4).

Per il calcolo dei moduli tangente e secante sopra definiti, si possono utilizzare diverse teorie, più o meno raffinate e precise, in relazione all'accuratezza che si vuole raggiungere, nonché all'accettabilità, da un punto di vista ingegneristico, dei risultati numerici.

La teoria più raffinata per lo studio dei cavi a cui si farà anche riferimento nel seguito è quella della catenaria; mentre per quanto attiene alla trattazione approssimata si farà riferimento alla teoria di Dischinger.

## 2.4 Trattazione approssimata.

### 2.4.1 Il caso dello strallo orizzontale

Si vuole analizzare il comportamento meccanico di un cavo soggetto all'azione del peso proprio  $g = \gamma A$  in relazione alla sua rigidità assiale. Si consideri un cavo con corda orizzontale AB, soggetto all'azione del peso proprio  $g = \gamma A$  e alla forza assiale  $N$ , vincolato nelle due estremità come mostrato nella Fig. 2.5 a, caratterizzato da un elevato stato di tensione interna e da una configurazione d'equilibrio  $y(z)$  che può conseguentemente assumersi abbastanza prossima alla corda AB.

Con riferimento all'equilibrio di un elemento di cavo nell'ipotesi di piccoli spostamenti (*Fig. 2.5 b*) soggetto all'azione della propria forza peso  $g$  si ottiene:

$$\text{equilibrio orizzontale: } \frac{dN_0}{dz} = 0; \quad (2.25)$$

$$\text{equilibrio verticale: } \frac{dN_v}{dz} + g = 0; \quad (2.26)$$

essendo:

$$N_v = N_0 y'; \quad (2.27)$$

dalla (2.25) si deduce:  $N_0 \simeq N = \text{costante}$ ,  $\sigma = N/A = \text{costante}$ ,  $\varepsilon = \sigma/E = \text{costante}$ .

Mentre l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale diventa:

$$Ny'' = -g; \quad (2.28)$$

$$y(0) = y(l) = 0. \quad (2.29)$$

Integrando la (2.28) e considerando le condizioni (2.29), si ottiene la configurazione di equilibrio del filo definita dalla seguente equazione della parabola:

$$y(z) = \frac{g}{2N} z(l-z) = \frac{\gamma}{2\sigma} z(l-z). \quad (2.30)$$

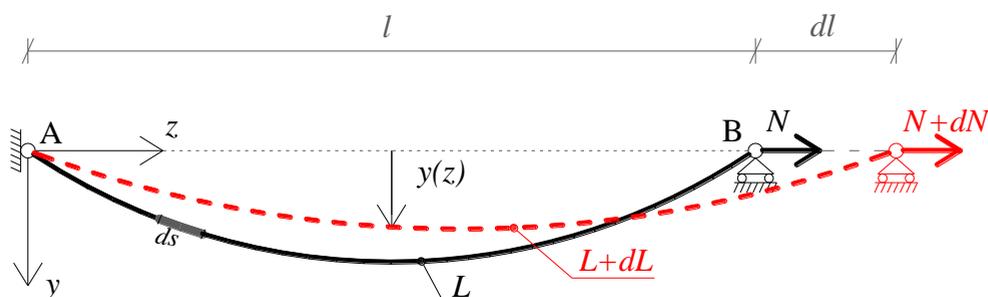


Figura 2.5b: Strallo a corda orizzontale

Si prosegue con l'intento di determinare la lunghezza  $L$  del filo nella configurazione di equilibrio; dalla *Fig. 2.5* si deduce:

$$ds = dz\sqrt{1 + y'^2};$$

dalla precedente si ottiene:

$$L = \int_0^l ds = \int_0^l (1 + y'^2)^{1/2} dz; \tag{2.31}$$

assumendo che  $y'^2$  sia trascurabile rispetto all'unità, ed operando mediante un'espansione in serie di Taylor, si ha:

$$\sqrt{1 + y'^2} = \left| \sqrt{1 + y'^2} \right|_{y'=0} + \left| \frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2}} \right|_{y'=0} y' + \frac{1}{2} \left| \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} - \frac{y'^2}{\sqrt{(1 + y'^2)^3}} \right|_{y'=0} y'^2 + \dots \approx 1 + \frac{1}{2} y'^2$$

Quindi, la (2.31) diventa:

$$L = \int_0^l \left( 1 + \frac{1}{2} y'^2 \right) dz = \int_0^l dz + \frac{1}{2} \int_0^l \left[ \frac{\gamma}{2\sigma} (l - 2z) \right]^2 dz = l \left[ 1 + \frac{1}{6} \left( \frac{\gamma l}{2\sigma} \right)^2 \right]. \tag{2.32}$$

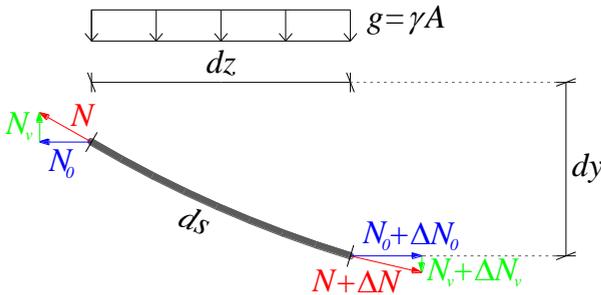


Figura 2.5b: Equilibrio strallo a corda orizzontale

Se si applica un incremento di tiro  $dN$ , il cavo assume una nuova configurazione di equilibrio dove le quantità  $l$  ed  $L$  si incrementano rispettivamente di  $dl$  e  $dL$ .

Differenziando la (2.32) si ottiene:

$$dL = \frac{\partial L}{\partial l} dl + \frac{\partial L}{\partial \sigma} d\sigma = dl \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma l}{2\sigma} \right)^2 \right] - \frac{1}{12} \gamma^2 \frac{l^2}{\sigma^3} d\sigma. \tag{2.33}$$

Si ricorda che il valore di  $\epsilon$  può assumersi costante lungo il cavo, dunque l'incremento  $d\epsilon$  di deformazione può valutarsi come  $d\epsilon = dL/L$ , per cui è possibile scrivere la seguente relazione:

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} = \frac{\left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma l}{2\sigma}\right)^2\right] \frac{dl}{l}}{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{\gamma l}{2\sigma}\right)^2} - \frac{\frac{1}{12} \frac{\gamma^2 l^2}{\sigma^3} d\sigma}{1 + \frac{1}{6} \left(\frac{\gamma l}{2\sigma}\right)^2}. \quad (2.34)$$

Tenendo conto che la quantità  $(\gamma l/2\sigma)^2$  è molto piccola rispetto all'unità e che l'incremento di tensione  $d\sigma$  è legato all'incremento di deformazione  $d\varepsilon$  dalla relazione:  $d\sigma = E d\varepsilon$ , le (2.32) e (2.33) consentono di scrivere la (2.34) come segue:

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l} - \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma l}{2\sigma}\right)^2 \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{dl}{l} - \frac{\gamma^2 l^2}{12\sigma^3} E \frac{dL}{L}; \quad (2.35)$$

da cui:

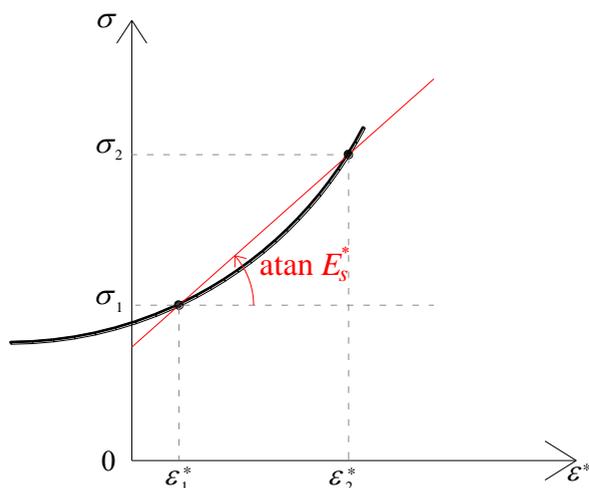


Figura 2.6: Stralli: grafico del modulo secante di Dischinger.

$$d\varepsilon = \frac{dL}{L} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12\sigma^3}} \frac{dl}{l}. \quad (2.36)$$

Pertanto l'incremento di tensione  $d\sigma$  può essere espresso:

$$d\sigma = E d\varepsilon = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12\sigma^3}} \frac{dl}{l}. \quad (2.37)$$

Se si definisce ora la deformazione apparente  $d\varepsilon^*$  dello strallo attraverso la relazione  $d\varepsilon^* = dl/l$  la relazione 2.37 diventa:

$$d\sigma = E^* d\varepsilon^*; \quad (2.38)$$

$$E^* = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12\sigma^3}}; \quad (2.39)$$

è il cosiddetto modulo elastico fittizio di Dischinger.

Il modulo di elasticità di *Dischinger* può essere definito come il valore del modulo tangente  $E_t^*$  sulla curva tensione deformazione per un assegnato valore di  $\sigma$  (Fig. 2.4):

$$E_t^*(\sigma) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^*}; \quad (2.40)$$

dove gli incrementi di tensione e di deformazione coinvolti sono di ordine infinitesimo.

È possibile comunque istituire un legame tensione-deformazione più realistico nel caso di incrementi di tensione e deformazione finiti, riferendosi al modulo secante  $E_s^*$  relativo al passaggio dallo stato di tensione iniziale  $\sigma_1$  a quello finale  $\sigma_2$  (Fig. 2.6).

L'incremento di deformazione  $\Delta\varepsilon^*$  corrispondente all'incremento di tensione  $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$  può essere calcolato attraverso la relazione:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon^* &= \int_{\varepsilon_1^*}^{\varepsilon_2^*} d\varepsilon^* = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{E^*(\sigma)} = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12\sigma^3} \right) d\sigma = \frac{1}{E} \left[ \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{1}{\sigma^3} d\sigma \right] = \\ &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{\gamma^2 l^2}{24} \left( \frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_2^2} \right). \end{aligned} \quad (2.41)$$

La precedente relazione definisce il legame tra incrementi di tensione  $\Delta\sigma$  e incrementi di deformazione  $\Delta\varepsilon^*$  finiti e può convenientemente essere scritta nella seguente forma:

$$E_s^* = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon^*} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2^* - \varepsilon_1^*}. \quad (2.42)$$

Se si pone:

$$\beta = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}; \quad (2.43)$$

dalla (2.41) si ricava:

$$E_s^* = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\frac{1}{E}(\sigma_2 - \sigma_1) + \frac{\gamma^2 l^2}{24\sigma_1^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right)} = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{24\sigma_1^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) \frac{1}{(\beta-1)}} = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E (1+\beta)}{12\sigma_1^3 2\beta^2}};$$

quindi in definitiva il modulo secante è espresso dalla:

$$E_s^* = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2^* - \varepsilon_1^*} = \frac{E}{1 + \frac{E\gamma^2 l^2}{12\sigma_1^3} \frac{1+\beta}{2\beta^2}}. \quad (2.44)$$

### 2.4.2 Il caso dello strallo obliquo

I risultati ottenuti con lo studio dello strallo a corda orizzontale possono essere generalizzati al caso dello strallo obliquo.

Si consideri, a tal proposito, un cavo in tensione vincolato negli estremi A e B, soggetto all'azione della forza peso  $g=\gamma A$  e avente una configurazione d'equilibrio  $y(z)$  abbastanza prossima alla configurazione rettilinea (Fig. 2.7).

Siano  $g_y=g l/L_c$  e  $g_z=g H/L_c$  rispettivamente le due componenti trasversale e longitudinale del peso proprio  $g$ .

Si consideri l'equilibrio dell' elemento infinitesimo di cavo avente lunghezza  $ds$  mostrato in Fig. 2.7; le relative equazioni indefinite di equilibrio rispetto agli assi  $z$ - $y$  sono:

$$\frac{dN_z}{dz} + g_z = 0; \quad (2.45)$$

$$\frac{dN_y}{dz} + g_y = 0. \quad (2.46)$$

Dall'equazione di equilibrio (2.45) dell'elemento considerato rispetto all'asse  $z$  si ottiene:

$$N_z(z) = -g_z z + N_{z0}; \quad (2.47)$$

sostituendo nell'equazione (2.47) l'espressione di  $g_z$  si ha:

$$N_z(z) = -\frac{\gamma AH}{L_c} z + N_{z0} = N_{z0} \left( 1 - \frac{\gamma AH}{N_{z0} L_c} z \right). \quad (2.48)$$

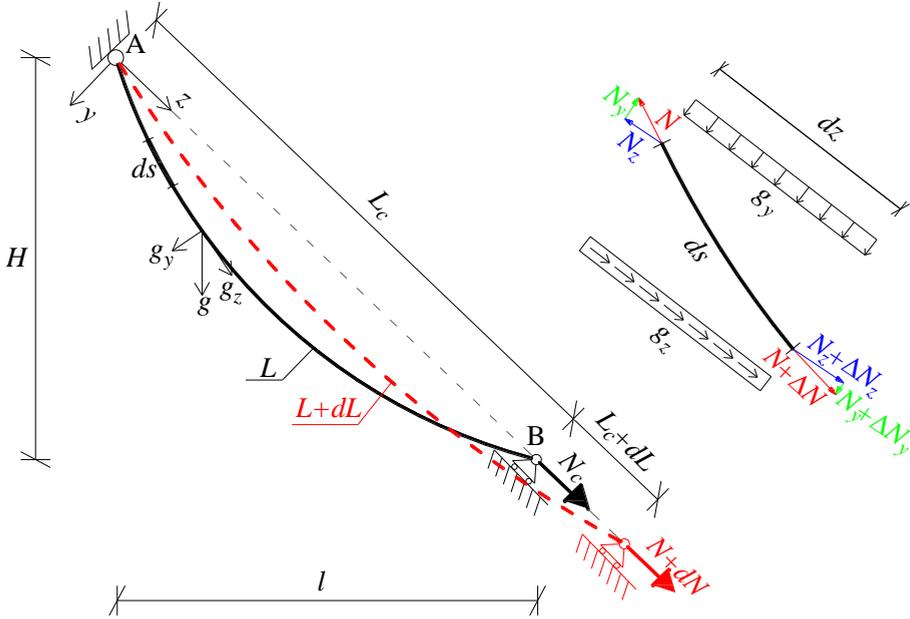


Figura 2.7: Schema di strallo obliquo

Si osserva ora che la quantità:

$$\frac{\gamma AH}{N_{z0} L_c} z = \frac{\gamma H}{\sigma_0 L_c} z; \quad (2.49)$$

assume il valore massimo per  $z=L_c$ , pari a  $\gamma H/\sigma_0$  che è una quantità molto piccola:

$$\frac{\gamma H}{\sigma_0} \ll 1. \quad (2.50)$$

Pertanto la (2.50), unita all'ipotesi di piccoli spostamenti, consente di scrivere la (2.48) nel modo seguente:

$$N_z \cong N = \text{cost.} \quad (2.51)$$

Inoltre, essendo:

$$N_y = N y'; \quad (2.52)$$

l'equazione di equilibrio (2.46) alla traslazione verticale e le relative condizioni al contorno diventano:

$$N y'' = -g_y; \quad (2.53)$$

$$y(0) = y(L_c) = 0. \quad (2.54)$$

Integrando la (2.53) e considerando le condizioni al contorno (2.54), si ottiene la configurazione di equilibrio del cavo definita dalla seguente equazione parabolica:

$$y(z) = \frac{g_y}{2N} z(L_c - z) = \frac{\gamma_y}{2\sigma} z(L_c - z); \quad (2.55)$$

dove:

$$\gamma_y = \frac{\gamma l}{L_c}; \quad \sigma = \frac{N}{A}.$$

Partendo dall'equazione (2.55) e operando sviluppi simili a quelli del cavo a corda orizzontale, si ottiene l'espressione del modulo tangente di Dischinger:

$$E^* = \frac{E}{1 + \frac{\gamma_y^2 L_c^2 E}{12\sigma^3}} = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12\sigma^3}}. \quad (2.56)$$

Valgono ovviamente anche in questo caso gli sviluppi relativi al calcolo del modulo secante effettuati nel caso di strallo a corda orizzontale.

## 2.5 Modellazione dei cavi con il metodo degli elementi finiti

Come già evidenziato in precedenza nello studio dei ponti di grande luce, l'analisi del comportamento dei cavi riveste carattere di primaria importanza in ragione del ruolo chiave che essi svolgono nel contesto strutturale generale del ponte.

Alle forti non linearità di tipo intrinseco legate agli effetti del peso proprio del cavo stesso, si aggiungono infatti le non linearità di tipo geometrico prodotte da diverse cause quali la variazione della geometria dei cavi sotto diversi livelli di carico, il cambiamento della geometria globale del ponte dovuto ai grandi spostamenti che ne caratterizzano il comportamento complessivo.

Diversi approcci che sono stati sviluppati in letteratura, trovano applicazione nei diversi contesti strutturali (schema di ponte sospeso, strallato, misto sospeso/strallato) e in relazione alla tipologia di analisi (deformabilità statica, stress analysis, buckling, vibrazioni, ecc).

Un primo approccio, usualmente impiegato nell'ambito dello studio del comportamento statico dei ponti strallati di grande luce, è basato su analisi di tipo elastico-lineare, nelle quali le non linearità che caratterizzano il comportamento degli stralli vengono tenute in conto mediante l'impiego dei classici moduli di elasticità fittizi, tangente o secante, di Dischinger. Secondo tale approccio, ciascun cavo viene in tale ambito modellato mediante l'impiego di un elemento monodimensionale di tipo "bar", caratterizzato da una rigidità assiale equivalente che tiene conto delle non-linearità intrinseche che caratterizzano il comportamento del cavo (effetto "sag").

Occorre rilevare che il modulo elastico fittizio di Dischinger è una funzione non lineare dello stato di tensione attuale presente nello strallo, che evolve durante l'applicazione dei carichi e che quindi non è noto a priori. In genere, nelle analisi statiche di deformabilità e resistenza, si utilizzano analisi linearizzate facendo riferimento al modulo secante in cui l'incremento di tensione, corrispondente all'azione dei carichi accidentali, viene assunto proporzionale ai carichi. In altri casi, ad esempio: analisi delle vibrazioni libere, buckling lineare, ecc, viene utilizzato il modulo fittizio tangente in cui lo stato di tensione di riferimento nello strallo è quello corrispondente all'azione dei carichi permanenti.

Un secondo approccio presente in letteratura si basa sul metodo degli elementi finiti in cui ciascun cavo viene discretizzato in un numero finito di elementi, utilizzando diverse formulazioni nella caratterizzazione della tipologia di elemento finito; una di tali formulazioni fa riferimento ad elementi non lineari di tipo rettilineo (truss element) in cui le non linearità vengono messe in conto attraverso la variazione di geometria del cavo che richiede però una fitta discretizzazione in elementi finiti del cavo stesso. Una formulazione alternativa agli elementi finiti si basa sull'impiego di elementi finiti isoparametrici che consentono di modellare la geometria curva di ciascun cavo mediante un numero contenuto di elementi, in confronto all'approccio precedentemente descritto in cui vengono impiegati degli elementi rettilinei per modellare il cavo stesso.

Una ulteriore formulazione agli elementi finiti si basa sull'uso di un elemento finito in cui la geometria dell'elemento cavo e il legame fra forze e spostamenti nodali, derivano dai risultati relativi alla catenaria elastica pesante. Con tale formulazione, in ambito di analisi statica dei ponti strallati, ciascuno cavo può essere modellato mediante un singolo elemento a due nodi la cui formulazione rispetta l'espressione della catenaria elastica, garantendo peraltro l'esatta rappresentazione della geometria curva del cavo e l'esatto legame sforzo-deformazione. In ambiti diversi, come ad esempio nel caso di analisi dinamiche ovvero analisi statiche in cui i cavi son soggetti a carichi aggiuntivi rispetto al peso proprio, si può modellare ciascun cavo mediante un numero adeguato di elementi di questo tipo. I vantaggi legati a tale formulazione sono molteplici e vanno dalla riduzione del numero di gradi di libertà, alla precisione dei risultati rispetto a tutti i parametri di analisi coinvolti (geometria del cavo, sforzi, deformazioni, vibrazioni, ecc).

Di seguito vengono riportati alcuni modelli agli elementi finiti disponibili in letteratura, a cui si è anche fatto riferimento per la validazione dei risultati numerici.

**2.5.1 - 1° modello.** Un primo modello agli elementi finiti sviluppato da Bruno e Maceri [9], si basa su una interpolazione degli spostamenti che assicura la continuità degli stessi spostamenti, insieme alle deformazioni, lungo tutto il cavo.

Il modello di elemento di cavo è quello rappresentato in *Fig. 2.8*.

Viene assunto un andamento parabolico per le funzioni di interpolazione relative agli spostamenti trasversali  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{v}(\xi) = \mathbf{V}^T(\xi) \mathbf{v}_e; \quad -\frac{1}{2} \leq \xi \leq \frac{1}{2}; \quad (2.56)$$

$$\mathbf{v}(\xi) = \mathbf{V}^T(\xi) \mathbf{v}_e; \quad -\frac{1}{2} \leq \xi \leq \frac{1}{2}; \quad (2.57)$$

essendo:

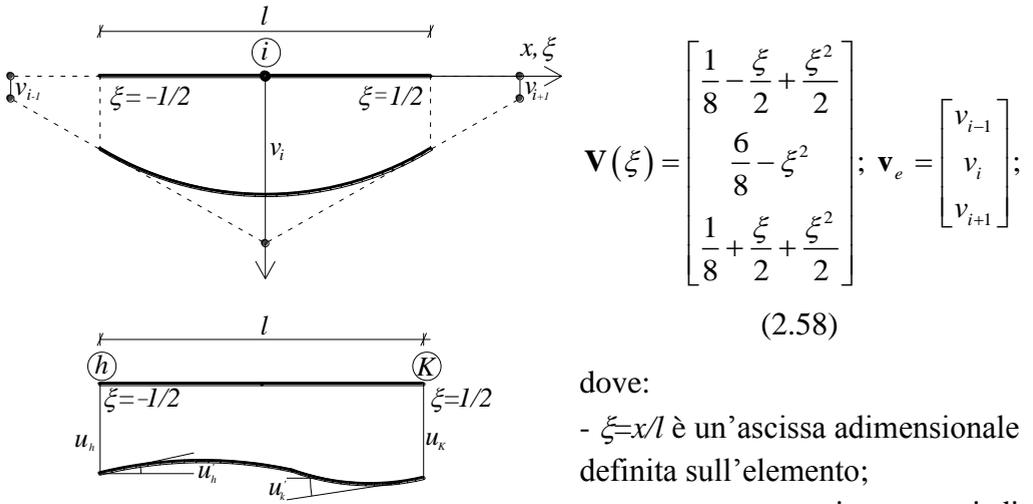


Figura 2.8: Primo modello di cavo

Mentre, per quanto attiene agli spostamenti assiali  $\mathbf{u}$ , vengono assunte delle funzioni di interpolazione cubica:

$$\mathbf{u}(\xi) = \mathbf{U}^T(\xi) \mathbf{u}_e; \quad -\frac{1}{2} \leq \xi \leq \frac{1}{2}; \quad (2.59)$$

essendo:

$$\mathbf{U}(\xi) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\xi + 2\xi^3 \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\xi - 2\xi^3 \\ l \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{4}\xi - \frac{\xi^2}{2} + \xi^3 \right) \\ l \left( -\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\xi + \frac{\xi^2}{2} + \xi^3 \right) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{u}_e = \begin{bmatrix} u_h \\ u_k \\ u'_h \\ u'_k \end{bmatrix}; \quad (2.60)$$

dove:

- $u_h, u_k$  sono gli spostamenti nodali assiali;
- $u'_h, u'_k$  sono le derivate nodali degli spostamenti nodali assiali.

Per la deformazione viene fornita la seguente misura non-lineare:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \mathbf{u}_{,x} + \frac{1}{2} \mathbf{v}_{,x}^2; \quad (2.61)$$

che assume la seguente espressione in termini di parametri nodali di spostamento:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \mathbf{U}_{,x}^T \mathbf{u}_e + \frac{1}{2} \mathbf{v}_e^T \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e; \quad (2.62)$$

dove:

$$\boldsymbol{\psi}(\xi) = \mathbf{V}_{,x}(\xi) \mathbf{V}_{,x}^T(\xi); \quad (2.63)$$

e  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  è la deformazione iniziale sull'elemento.

Il vettore delle forze nodali  $\mathbf{s}_e$  ed il vettore dei carichi nodali  $\mathbf{p}_e$ , sono richiamati per mezzo dell'equazione dei lavori virtuali:

$$\int_l EA \boldsymbol{\varepsilon} \delta \boldsymbol{\varepsilon} dx - \int_{l_e} (p_x \delta u + p_y \delta v) ds = \delta \mathbf{d}_e^T (\mathbf{s}_e - \mathbf{p}_e) = 0; \quad \forall \delta \mathbf{d}_e \quad (2.64-a)$$

dove:

$$\delta \mathbf{d}_e = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{u}_e \\ \delta \mathbf{v}_e \end{bmatrix}; \quad (2.64-b)$$

il secondo integrale della precedente relazione è esteso alla lunghezza attuale  $l^*$  dell'elemento nella configurazione deformata del cavo.

Gli sforzi e i carichi nodali sono espressi dalle seguenti relazioni:

$$\mathbf{s}_e = EA \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{U}_0 + \mathbf{K}_u \mathbf{u}_e + \frac{1}{2} l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{v}_e^T \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e \mathbf{U}_{,x} d\xi \\ \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{K}_v \mathbf{v}_e + l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{U}_{,x}^T \mathbf{u}_e \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e d\xi + \frac{1}{2} l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{v}_e^T \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e d\xi \end{bmatrix}; \quad (2.65)$$

$$\mathbf{p}_e = l \left( 1 + \frac{\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_h}{l} \right) \begin{bmatrix} p_x \int_{-1/2}^{1/2} (1 + \mathbf{v}_e^T \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e)^{1/2} \mathbf{U} d\xi \\ p_y \int_{-1/2}^{1/2} (1 + \mathbf{v}_e^T \boldsymbol{\psi} \mathbf{v}_e)^{1/2} \mathbf{V} d\xi \end{bmatrix}; \quad (2.66)$$

dove:

$$\mathbf{K}_v = l \int_{-1/2}^{1/2} \psi d\xi; \quad \mathbf{U}_0 = l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{U}_{,x} d\xi; \quad \mathbf{K}_u = l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{U}_{,x} \mathbf{U}_{,x}^T d\xi. \quad (2.67)$$

La matrice di rigidità tangente è definita dalla relazione:

$$\mathbf{K}_T = \frac{d\mathbf{s}_e}{d\mathbf{d}_e} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_u & l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{U}_{,x} (\psi \mathbf{v}_e)^T d\xi \\ l \int_{-1/2}^{1/2} \psi \mathbf{v}_e \mathbf{U}_{,x}^T d\xi & \sigma_0 \mathbf{K}_v + l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{U}_{,x}^T \mathbf{u}_e \psi d\xi + \bar{\psi} + \psi^* \end{bmatrix}; \quad (2.68)$$

dove:

$$\bar{\psi} = l \int_{-1/2}^{1/2} \psi \mathbf{v}_e (\psi \mathbf{v}_e)^T d\xi; \quad \psi^* = \frac{1}{2} l \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{v}_e^T \psi \mathbf{v}_e \psi d\xi. \quad (2.69)$$

E' possibile osservare che gli spostamenti  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ , le loro derivate  $\mathbf{u}_{,x}$ ,  $\mathbf{v}_{,x}$  e la deformazione  $\boldsymbol{\varepsilon}$  sono continui lungo l'intero cavo; circostanza che assicura la convergenza del modello discreto agli elementi finiti al modello continuo di cavo.

### 2.5.2 - 2° modello.

Gli stessi autori (Bruno, Maceri) [9] hanno sviluppato un secondo modello agli elementi finiti abbastanza semplice che si basa su una discretizzazione del cavo in elementi finiti rettilinei, in cui le non linearità vengono messe in conto considerando la variazione di geometria del cavo e considerando, nel legame tensione-deformazione dell'elemento, il modulo elastico fittizio di Dischinger. Si faccia riferimento all'elemento di cavo rappresentato in Fig. 2.9; il modello assume che l'elemento si mantenga rettilineo a seguito della deformazione e che gli spostamenti assiali siano lineari lungo l'elemento.

Si assume inoltre che la tensione sia costante lungo l'elemento, e che sia espressa nella seguente forma:

$$\sigma = \sigma_0 + E_s^* \Delta \varepsilon; \quad (2.70)$$

dove  $\sigma_0$  è la tensione iniziale dell'elemento cavo,  $E_s^*$  è il modulo secante di

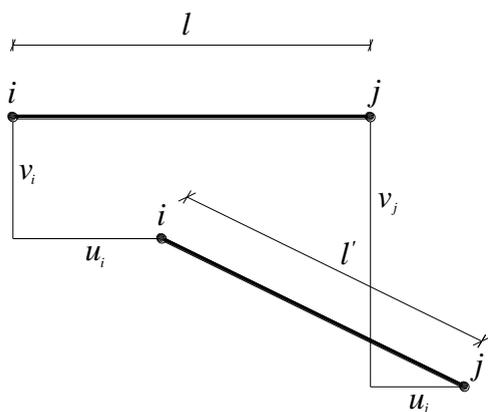


Fig. 2.9: Stralli: 2° modello di cavo

Dischinger corrispondente alla lunghezza dell'elemento stesso ed alla tensione iniziale in esso presente; inoltre, l'incremento di deformazione  $\Delta\varepsilon$  è definito dalla seguente relazione:

$$\Delta\varepsilon = \frac{l'_e - l_e}{l_e}; \quad (2.71)$$

dove  $l_e$  è la lunghezza del cavo nella configurazione indeformata

ed  $l'_e$  quella nella configurazione deformata. Il vettore delle forze nodali può essere definito con il seguente prodotto:

$$\mathbf{s}_e = \sigma A \boldsymbol{\alpha}; \quad (2.72)$$

dove  $\boldsymbol{\alpha}$  è il versore dall'elemento di cavo rettilineo nella configurazione deformata e  $A$  l'area della sezione trasversale del cavo.

Anche in questo caso, ai fini dello sviluppo della procedura numerica iterativa di soluzione delle equazioni di equilibrio, è definita una matrice di rigidezza tangente dell'elemento, approssimata al secondo ordine:

$$\mathbf{K}_T = \frac{E_s^* A}{l} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T & -\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T \\ -\boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T & \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T \end{bmatrix} + \frac{\sigma^e A}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T & \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T - \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T - \mathbf{I} & \mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^T \end{bmatrix}; \quad (2.73)$$

con  $\mathbf{I}$  matrice identità.

E' da osservare che la formula di Dischinger è molto accurata per valori bassi della lunghezza  $l_e$  dell'elemento finito; inoltre, la variazione di lunghezza dell'elemento legata al cambiamento di configurazione viene valutata in maniera esatta mediante la (2.71).

Di conseguenza, gli effetti non lineari possono essere interamente attribuiti al cambiamento di geometria.

### 2.5.3 - 3° modello

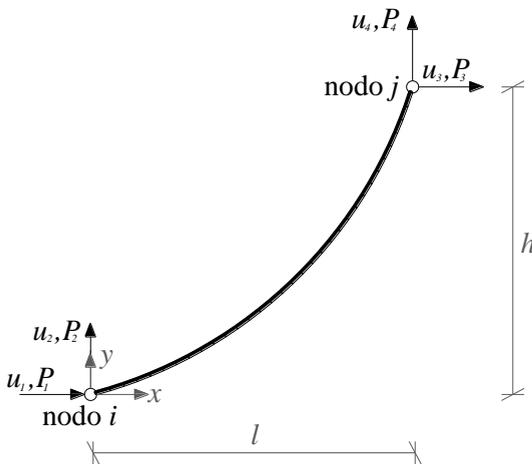
Un' altra formulazione agli elementi finiti (Karoumi) [13] si basa sui risultati della teoria della catenaria elastica.

Con riferimento alla *Fig. 2.10*, si consideri il generico elemento di cavo elastico caratterizzato da una lunghezza  $L_0$  nella configurazione iniziale indeformata scarica, modulo di elasticità  $E$ , area della sezione trasversale  $A$ , e peso per unità di lunghezza pari a  $w$ .

Con riferimento alla teoria della catenaria elastica, le relazioni fra le forze nodali e i parametri geometrici dell'elemento cavo sono le seguenti:

$$l = -P_1 \left( \frac{L_0}{EA} + \frac{1}{w} \ln \frac{P_4 + T_j}{T_i - P_2} \right); \quad (2.74)$$

$$h = \frac{1}{2EAw} (T_j^2 - T_i^2) + \frac{T_j - T_i}{w}; \quad (2.75)$$



*Fig. 2. 9: 3° modello di cavo*

dove  $T_i$  e  $T_j$  rappresentano rispettivamente lo sforzo assiale in corrispondenza dei due nodi estremi dell'elemento cavo.

Le espressioni di  $l$  e  $h$  sopra riportate possono essere riscritte in funzione delle sole forze di estremità  $P_1$  e  $P_2$ :

$$\begin{aligned} l &= l(P_1, P_2); \\ h &= h(P_1, P_2); \end{aligned} \quad (2.76)$$

essendo  $P_1, P_2, P_3, P_4, T_i, T_j$  legate mediante le seguenti relazioni di equilibrio:

$$\begin{aligned} P_4 &= wL_0 - P_2; \quad P_3 = -P_1; \\ T_i &= \sqrt{P_1^2 + P_2^2}; \quad T_j = \sqrt{P_3^2 + P_4^2}; \end{aligned} \quad (2.77)$$

differenziando le relazioni (2.75) si ottiene:

$$dl = \frac{\partial l}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial l}{\partial P_2} dP_2; \quad (2.78-a)$$

$$dh = \frac{\partial h}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial h}{\partial P_2} dP_2; \quad (2.78-b)$$

ed in forma matriciale:

$$\begin{Bmatrix} dl \\ dh \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l}{\partial P_1} & \frac{\partial l}{\partial P_2} \\ \frac{\partial h}{\partial P_1} & \frac{\partial h}{\partial P_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dP_1 \\ dP_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{F} \begin{Bmatrix} dP_1 \\ dP_2 \end{Bmatrix}; \quad (2.79)$$

dove  $\mathbf{F}$  è la matrice di flessibilità incrementale.

La matrice di rigidità  $\mathbf{K}$  dell'elemento è definita invece come l'inversa della matrice  $\mathbf{F}$ :

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix}. \quad (2.80)$$

Mediante la matrice di rigidità tangente è possibile mettere in relazione il vettore degli incrementi delle forze nodali ( $\Delta P_1, \Delta P_2, \Delta P_3, \Delta P_4$ ) con il vettore degli incrementi degli spostamenti nodali ( $\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3, \Delta u_4$ ).

La matrice di rigidità tangente  $\mathbf{K}_t$  ed il vettore delle forze interne  $\mathbf{P}$  sono di seguito riportate con riferimento ai quattro gradi di libertà nodali che caratterizzano l'elemento cavo:

$$\mathbf{K}_t = \begin{bmatrix} -\mathbf{K} & \mathbf{K} \\ \mathbf{K} & -\mathbf{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & -k_2 & k_1 & k_2 \\ & -k_4 & k_2 & k_4 \\ & & -k_1 & -k_2 \\ sym & & & -k_4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix}. \quad (2.81)$$

Mediante derivazione delle relazioni (2.75) è possibile ottenere le espressioni degli elementi della matrice di rigidità tangente  $\mathbf{K}_t$ :

$$K_1 = -\frac{1}{\det \mathbf{F}} \left( \frac{L_0}{EA} + \frac{1}{w} \left( \frac{P_4}{T_j} + \frac{P_2}{T_i} \right) \right);$$

$$K_2 = K_3 = -\frac{1}{\det \mathbf{F}} \left( \frac{P_1}{w} \left( \frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) \right);$$

$$K_4 = \frac{1}{\det \mathbf{F}} \left( \frac{l}{P_1} + \frac{1}{w} \left( \frac{P_4}{T_j} + \frac{P_2}{T_i} \right) \right); \quad (2.82)$$

$$\det \mathbf{F} = \left( -\frac{L_0}{EA} - \frac{1}{w} \left( \frac{P_4}{T_j} + \frac{P_2}{T_i} \right) \right) \left( \frac{l}{P_1} + \frac{1}{w} \left( \frac{P_4}{T_j} + \frac{P_2}{T_i} \right) \right) - \left( \frac{P_1}{w} \left( \frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right) \right)^2. \quad (2.83)$$

Appare evidente come, al fine di valutare la matrice di rigidezza tangente  $\mathbf{K}_t$  devono essere determinate preliminarmente le forze di estremità  $P_1$  e  $P_2$ . Queste ultime vengono determinate, per un'assegnata posizione dei nodi di estremità del cavo, mediante una procedura iterativa, la quale richiede un valore iniziale di tentativo delle stesse forze. Partendo dalle ben note relazioni analitiche della catenaria elastica, si adottano i seguenti valori iniziali delle forze di estremità  $P_1$  e  $P_2$ :

$$P_1 = -\frac{wl}{2\lambda}; \quad P_2 = \frac{w}{2} \left( -h \frac{\cosh \lambda}{\sinh \lambda} + L_0 \right); \quad (2.84)$$

dove:

$$\lambda = \sqrt{3 \left( \frac{L_0^2 - h^2}{l^2} - 1 \right)}; \quad (2.85)$$

nei casi in cui non sia possibile utilizzare la (2.85) poiché la lunghezza indeformata del cavo è inferiore alla lunghezza della corda, a  $\lambda$  può essere attribuito un valore contenuto pari a 0.2. Per i cavi verticali invece si adotta un valore di  $\lambda$  elevato (generalmente  $10^6$ ).

Usando le (2.76-2.77) è possibile determinare le proiezioni dell'elemento cavo rispetto a x e y associate alle forze  $P_1$  e  $P_2$  iniziali, direttamente dalle equazioni (2.74-2.75). Ottenute le proiezioni dell'elemento cavo rispetto agli assi x e y relative alla scelta iniziale delle forze di estremità e note le posizioni dei nodi  $i$  e  $j$  dell'elemento stesso è possibile ottenere il vettore degli incrementi di lunghezza  $(\Delta l, \Delta h)^T$  mediante il quale si può correggere la scelta iniziale delle forze  $P_1$  e  $P_2$ :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{Bmatrix} &= \mathbf{K} \begin{Bmatrix} \Delta l \\ \Delta h \end{Bmatrix}; \\ \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}^{i+1} &= \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}^i + \begin{Bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{Bmatrix}; \end{aligned} \quad (2.86)$$

dove la matrice di rigidezza  $\mathbf{K}$  è definita dalla (2.80) ed il pedice  $i$  si riferisce all'iterazione numerica. La procedura iterativa termina quando  $\Delta l$  e  $\Delta h$  risultano essere inferiori ad una fissata tolleranza.

## 2.6 Risultati numerici

Vengono ora forniti alcuni risultati numerici relativi al comportamento degli stralli rispetto alla rigidezza assiale; ciò, in considerazione della rilevante incidenza che questa ha sulla rigidezza globale dello schema di ponte strallato.

Vengono in particolare utilizzati i due modelli agli elementi finiti 2.6.2 e 2.6.3 sopra descritti, fornendo alcuni confronti con la teoria semplificata di Dischinger.

### 2.6.1 Analisi dello strallo singolo

Si consideri lo schema di strallo rappresentato in *Fig. 2.3*, soggetto oltre che al peso proprio, ad una forza assiale di trazione, per indagare sul legame sforzo-deformazione dello strallo, fornendo confronti fra i risultati numerici agli elementi finiti e quelli deducibili dalla teoria semplificata di Dischinger.

Come ben noto, la teoria di Dischinger si basa sulle seguenti assunzioni:

- forma parabolica del cavo;
- tensione costante lungo il cavo.

In particolare, si vuole saggiare l'accuratezza della formula di Dischinger al variare dei parametri  $\sigma_1$ ,  $L$ ,  $\beta$  con riferimento ai valori numerici ottenuti usando i due modelli agli elementi finiti sopra descritti.

Nella *Tab. 2.1* si riportano i valori del rapporto tra il modulo elastico secante alla Dischinger (2.44) ed il modulo elastico di Young al variare del rapporto di  $\beta = \sigma_2/\sigma_1$ , fra la tensione finale e quella iniziale, e del numero NE di elementi finiti impiegati nella discretizzazione del cavo. Si assume una lunghezza del cavo pari a 1200 m, una altezza pari a 480 m e un valore della tensione iniziale  $\sigma_1$  pari a 30.000 t/m<sup>2</sup>.

Nelle Fig. 2.11 a-b e 2.12 a-b si riporta la curva tensione-deformazione al variare della luce  $L$  e della tensione iniziale  $\sigma_I$ . Dai detti grafici è possibile confrontare l'andamento  $\sigma$ - $\varepsilon$  relativo ai due modelli agli elementi finiti studiati e l'andamento teorico basato sull'approssimazione alla Dischingher. Si nota un buon accordo tra i risultati ottenuti per valori alti della tensione e delle significative differenze, soprattutto nel caso di luci notevoli, per valori bassi della tensione.

Tabella 2.1: convergenza dell'elemento cavo

NE \ $\beta$	1° modello			2° modello		
	1.2	1.6	2	1.2	1.6	2
5	0.18952	0.26014	0.32250	0.18987	0.25987	0.32179
10	0.18940	0.26001	0.32237	0.19001	0.26001	0.32193
20	0.18936	0.25998	0.32234	0.19005	0.26005	0.32197
40	0.18936	0.25997	0.32233	0.19006	0.26006	0.32198
$E_s^*/E$	0.18869	0.25918	0.32146	0.18869	0.25918	0.32146

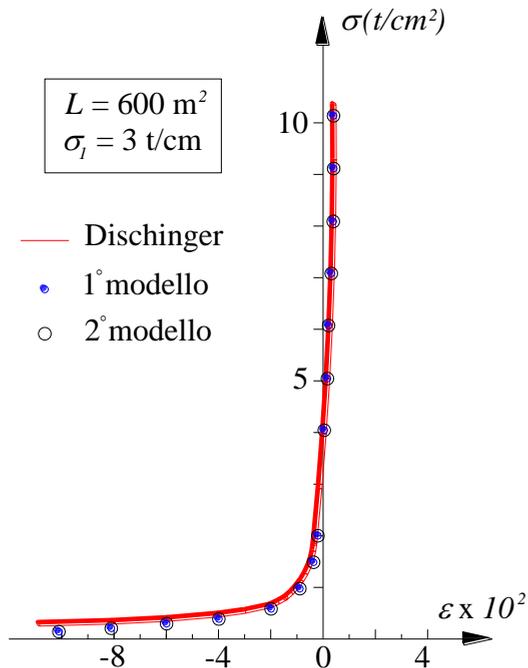


Figura 2.11 a: Andamento tensione-deformazione:  $L=600$

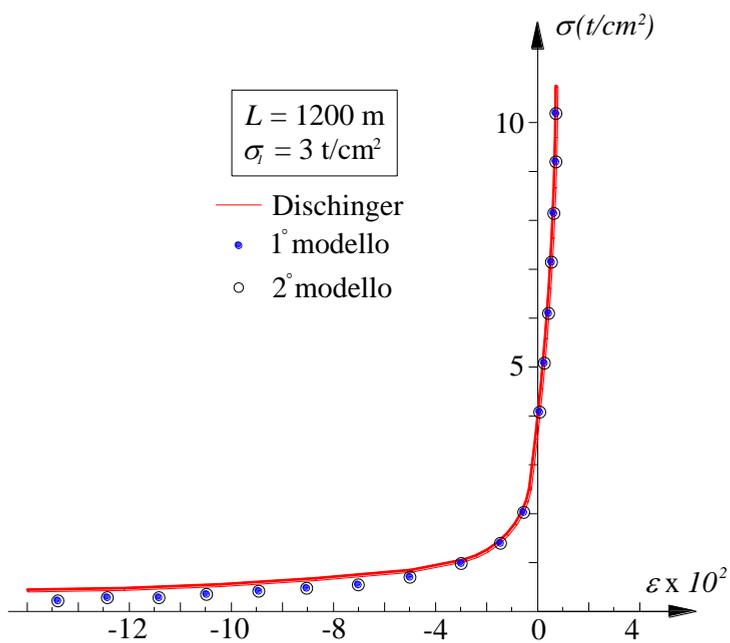


Figura 2.11 b: Andamento tensione-deformazione:  $L=1200 \text{ m}$

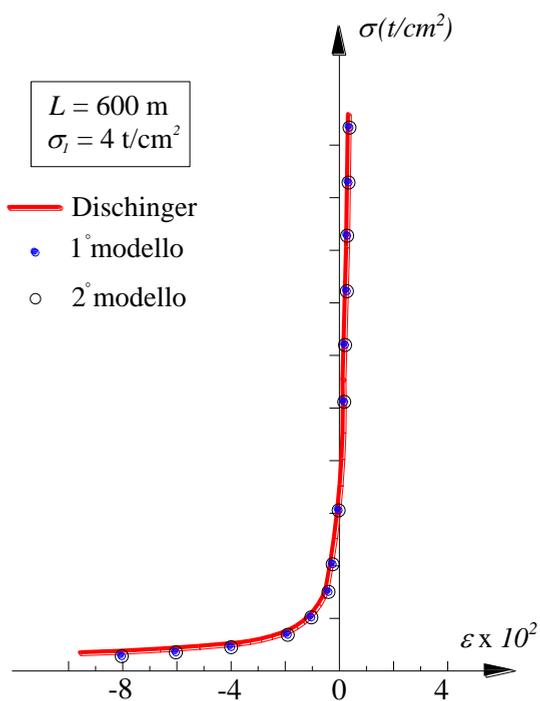


Figura 2.12 a: Andamento tensione-deformazione:  $L=600 \text{ m}$

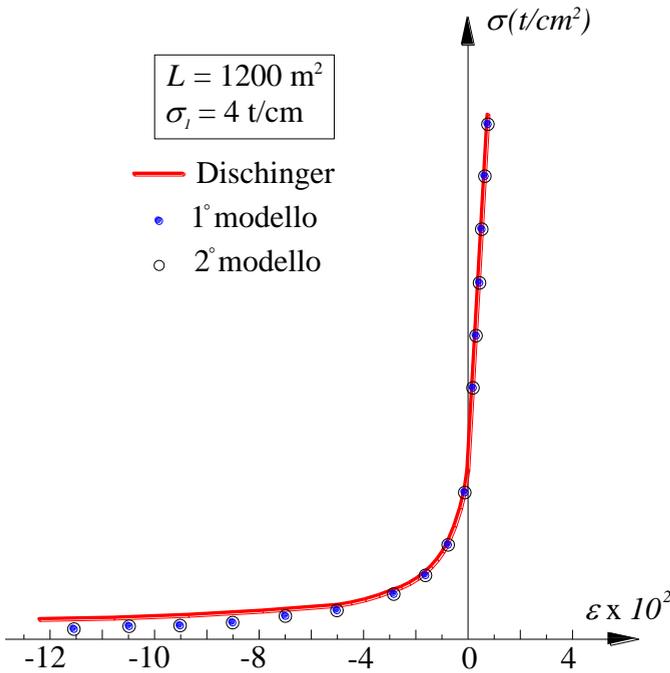


Figura 2.12 b: Andamento tensione-deformazione:  $L=1200\text{m}$ ;

Nei grafici riportati nelle Fig. 2.13, 2.14, 2.15 si relaziona il rapporto  $E_s^*/E$  con la luce del cavo. In particolare sono state costruite, per diversi valori della tensione iniziale  $\sigma_I$ , le curve relative al modulo secante di Dischinger (valutate con la 2.44), e quelle ricavate a partire dai due modelli agli elementi finiti analizzati. Si può osservare una buona analogia tra i risultati ottenuti.

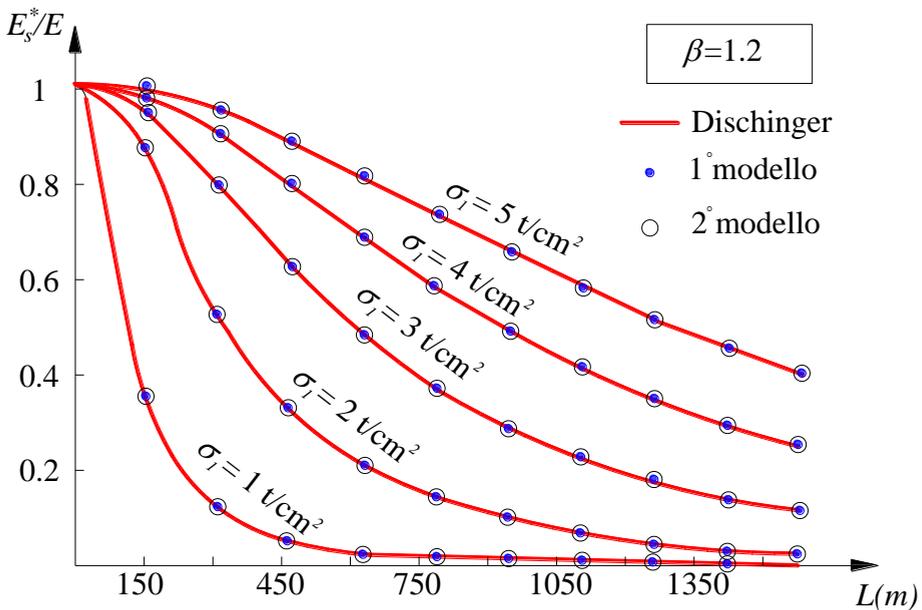


Figura 2.13: Grafico modulo elastico-luce:  $\beta=1.2$

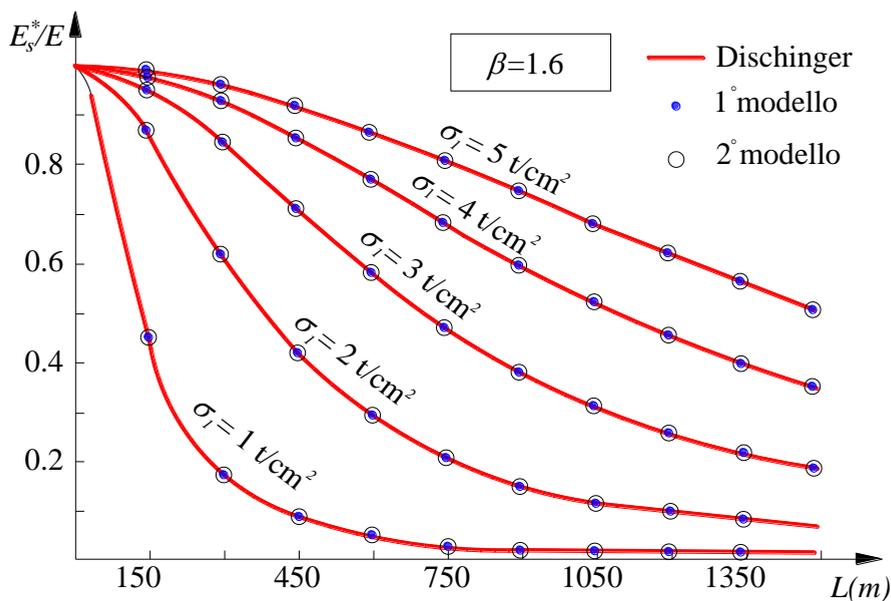


Figura 2.14: Grafico modulo elastico-luce:  $\beta=1.6$

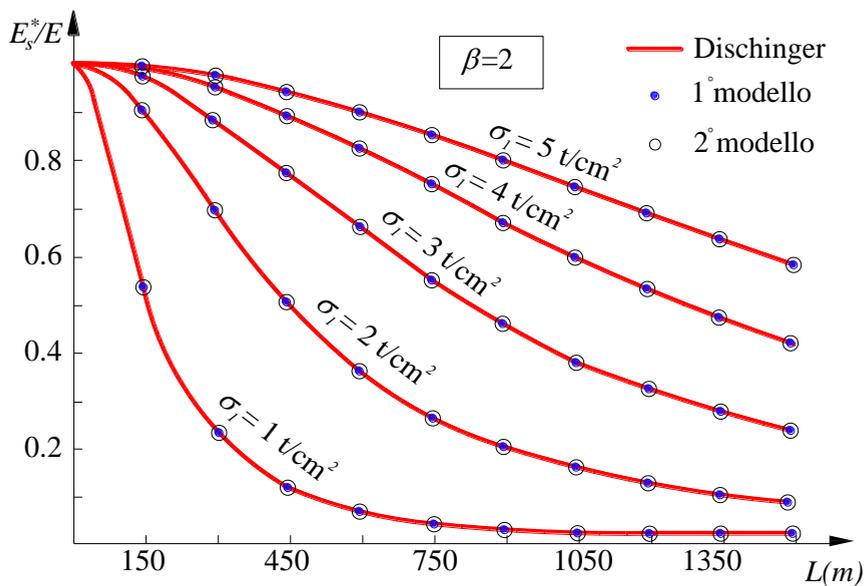


Figura 2.15: Grafico modulo elastico-luce:  $\beta=2$

### 2.6.2 Analisi dei sistemi di controstralli

Come è ben noto, uno degli aspetti principali del comportamento dei ponti di grande luce è rappresentato dalla deformabilità.

In particolare, per i ponti strallati, tale aspetto è legato alla perdita di rigidità assiale dovuta all'effetto Dischinger.

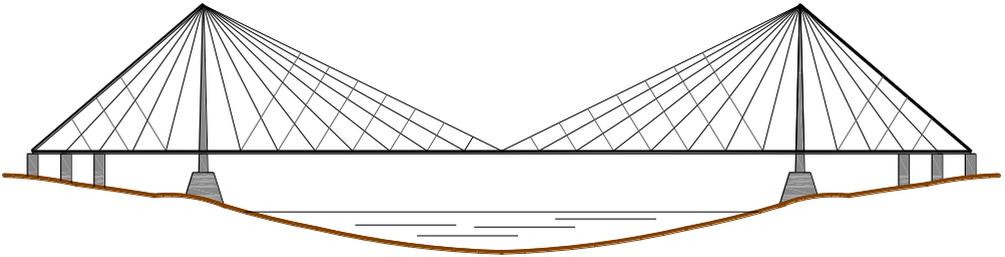


Figura 2.16 a: Sistema di controstralli

Un provvedimento che limiti tale perdita di rigidità, suggerito in letteratura per i ponti strallati di grande luce, è rappresentato da un sistema irrigidente costituito da controstralli che spezzano la luce degli stralli principali (Fig. 2.16a).

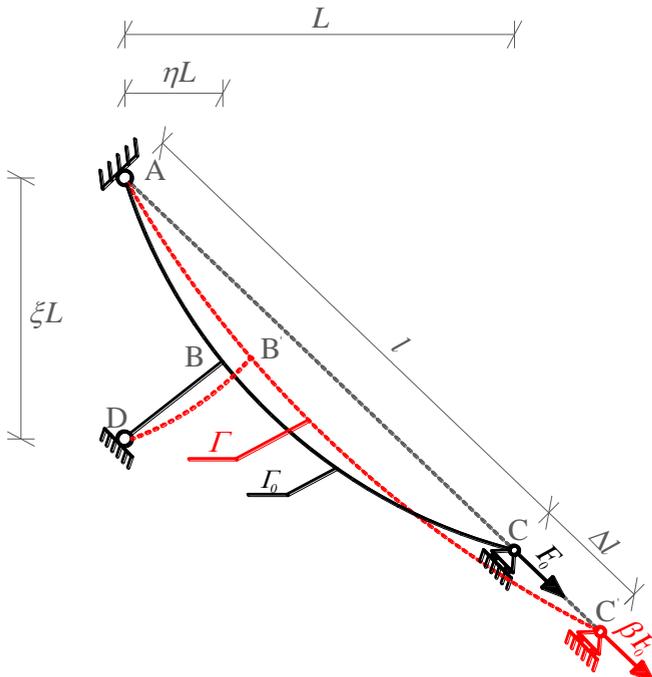


Fig. 2.16 b: Sistema con controstrallo

La funzione prioritaria di questi elementi strutturali consiste nel limitare la perdita di rigidità assiale dovuta all'effetto Dischinger e di conseguenza nel ridurre la flessibilità dell'impalcato.

Con riferimento alla Fig. 2.16 b, si consideri un sistema costituito da uno strallo principale AC di lunghezza  $l$ , avente un'area pari ad  $A$  e soggetto ad una tensione iniziale  $\sigma_0$  e da un controstrallo

DB di area  $A'$  e tensione iniziale  $\sigma_0'$  che interseca il medesimo cavo nel punto  $B$ .

Facendo riferimento alla teoria semplificata di Dischingher si può scrivere la seguente espressione del modulo secante del sistema irrigidito di *Fig. 2.16 b*:

$$E_s = \frac{E_s^{(1)} E_s^{(2)}}{(1-\eta)E_s^{(1)} + \eta E_s^{(2)}}; \quad (2.87)$$

dove  $E_s^{(1)}$ ,  $E_s^{(2)}$  sono rispettivamente i moduli secanti alla Dischingher relativi alle due parti  $AB$  e  $BC$  dello strallo principale  $AC$ .

Si vuole studiare il comportamento non lineare dello schema mostrato in *Fig. 2.16 b* considerando l'interazione tra strallo principale e controstrallo, in relazione al rapporto  $n$  tra la tensione iniziale dello strallo principale e quella del controstrallo ( $n = \sigma_0/\sigma_0'$ ), ed al rapporto  $n'$  tra l'area del controstrallo e dello strallo ( $n' = A'/A$ ).

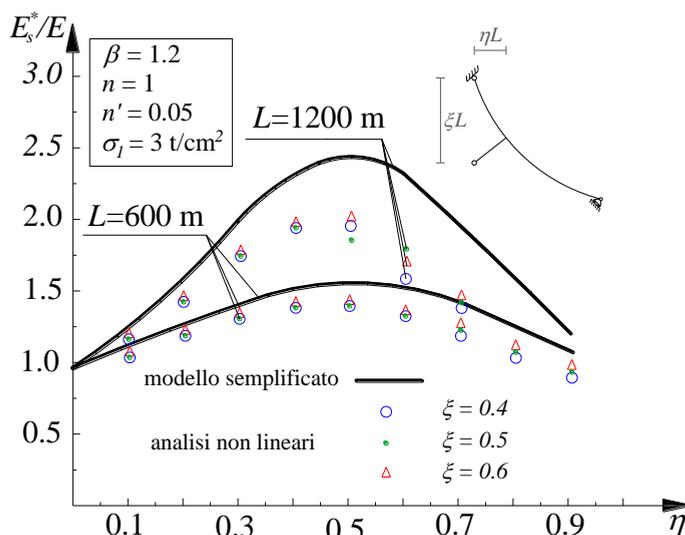


Figura 2.17 a: Grafico modulo elastico- $\eta$ ;  $\beta=1.2$

Nei grafici rappresentati in *Fig. 2.17 a-b* viene riportato il rapporto  $E_s/E_s^*$  in funzione del parametro  $\eta$  per assegnati valori dei rapporti  $n$  e  $n'$  e al variare di  $\beta$  di  $\xi$  e della luce  $L$ .

$E_s$  è il modulo elastico secante il cui valore viene fornito dalla 2.87 per quanto riguarda il modello semplificato e dalla 2.23 per il modello agli elementi finiti

considerato (secondo modello 2.6.2).  $E_s^*$  è invece il modulo elastico secante dello strallo principale fornito dalla 2.44.

Dai precedenti grafici si può osservare che i valori del rapporto  $E_s/E_s^*$  ottenuti per il modello semplificato sono superiori a quelli ottenuti con le analisi non lineari sul modello agli elementi finiti.

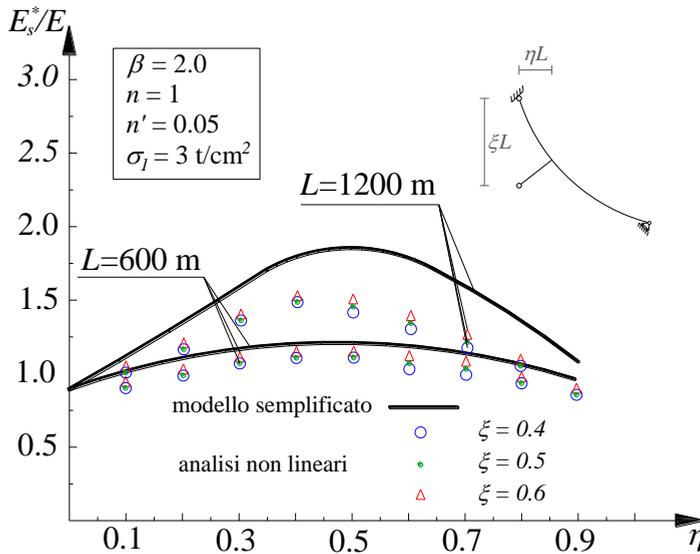


Figura 2.17 b: Grafico modulo elastico- $\eta$ :  $\beta=2$

Inoltre, come si evince dalle curve relative al modello ad elementi finiti, la posizione ottimale del controstrallo dipende dall'inclinazione del cavo principale in ragione della distribuzione non uniforme della tensione sul cavo.

Nel grafico rappresentato in Fig. 2.18 il rapporto  $E_s/E_s^*$  viene plottato in funzione di  $\eta$  per un assegnato valore di  $L$ ,  $\sigma_l$ ,  $n$ ,  $n'$ ,  $\xi$  ed al variare di  $\beta$ . Dall'andamento delle curve si può osservare che la rigidezza assiale dipende dal valore di  $\beta$  ed in particolare aumenta al diminuire di  $\beta$ .

Nel grafico riportato in Fig. 2.19 la deformazione  $\varepsilon$  viene relazionata con  $\sigma$  e  $\sigma'$  per un assegnato valore di  $L$ ,  $\sigma_l$ ,  $\eta$ ,  $\xi$ ,  $n'$  al variare di  $n$ , mentre in Fig. 2.20 la deformazione  $\varepsilon$  viene relazionata con  $\sigma$  e  $\sigma'$  per un assegnato valore di  $L$ ,  $\sigma_l$ ,  $\eta$ ,  $n'$ ,  $\xi$  al variare di  $n$ .

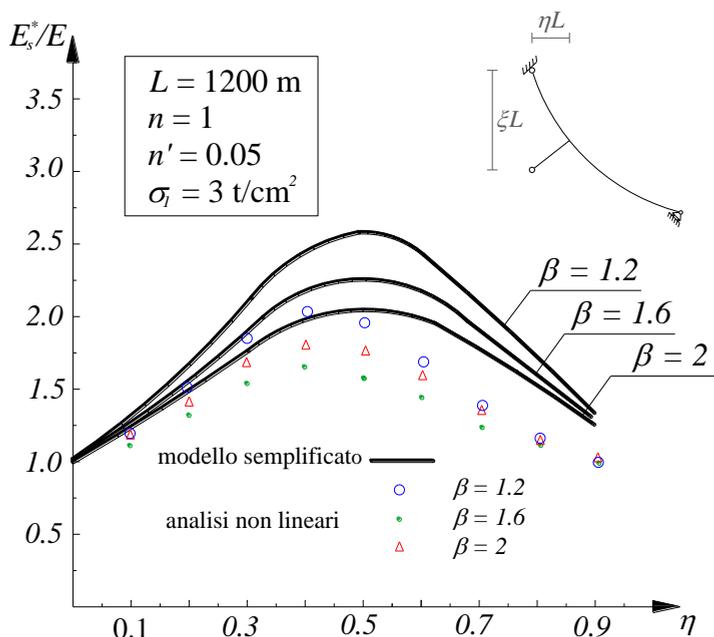


Figura 2.18: Grafico modulo elastico- $\eta$  per diversi valori di  $\beta$

Dalla Fig. 2.19-a si può osservare che la tensione dello strallo principale aumenta al diminuire di  $n$ , ma tale incremento è difatti ininfluente per valori di  $n$  prossimi a 1.5; la tensione  $\sigma'$  del controstrallo aumenta notevolmente al diminuire di  $n$ . Dunque il valore di  $n$  non può essere eccessivamente ridotto.

Dalla Fig. 2.19-b si evince che la rigidezza assiale dello strallo principale aumenta all'aumentare di  $n'$ , inoltre per un piccolo valore di  $n'$  si registrano dei valori inaccettabili di  $\sigma'$ . È opportuno quindi mantenere il valore di  $n'$  al di sotto di 0.05.

Infine nel grafico riportato in Fig. 2.20 viene confrontata la risposta elastica di uno strallo principale irrigidito da un singolo controstrallo con quella di uno strallo principale irrigidito da un sistema di controstralli. Dal confronto, fatto a parità di area dei due sistemi di controstralli, si può osservare una discreta analogia dei risultati ottenuti per i due schemi. Dunque si può concludere affermando che l'uso di un singolo controstrallo posto, rispetto allo strallo, in una posizione adeguata, è sicuramente preferibile rispetto all'uso di un sistema diffuso di controstralli.

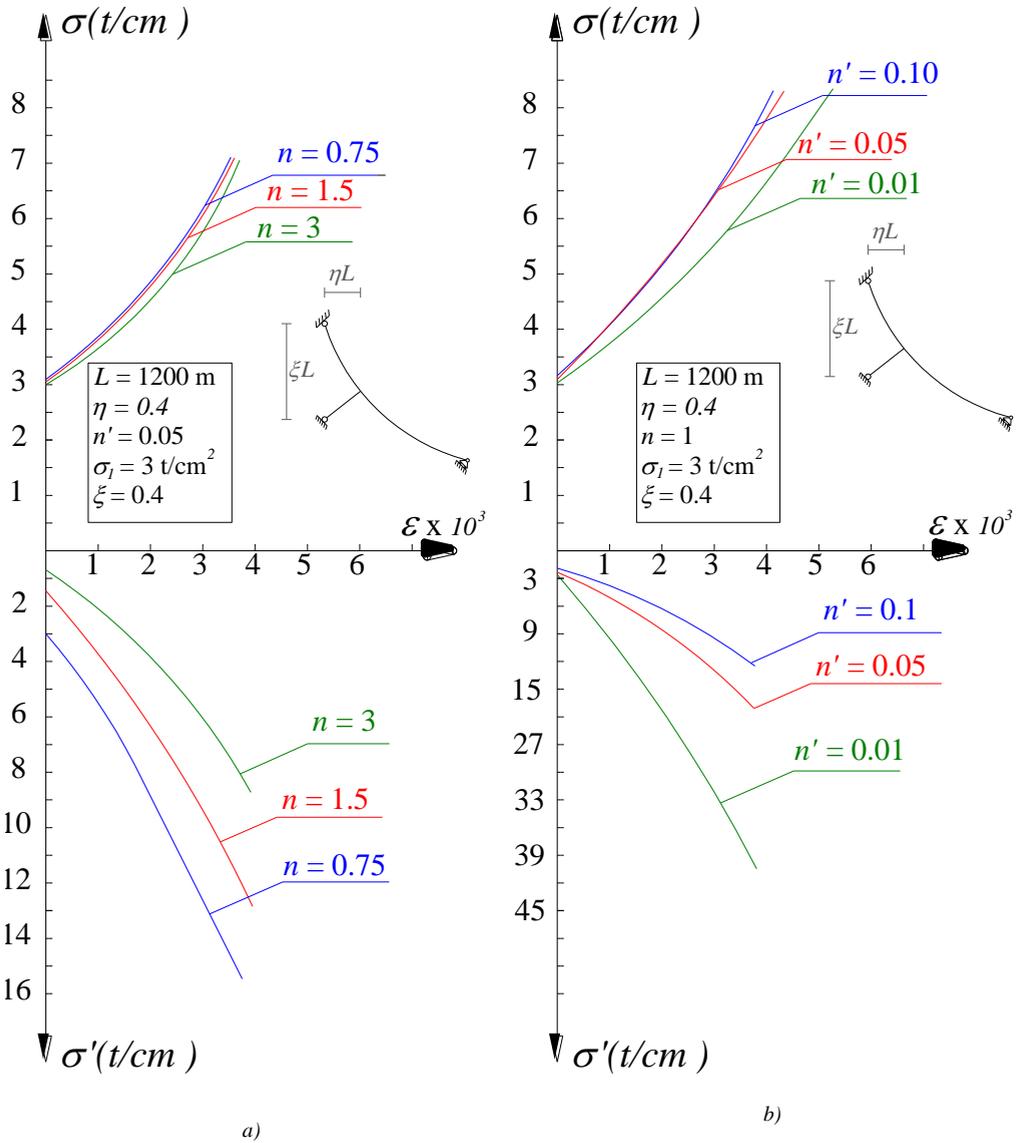


Figura 2.19: Grafico tensione-deformazione: a) diversi valori di  $n$ ; b) diversi valori di  $n'$

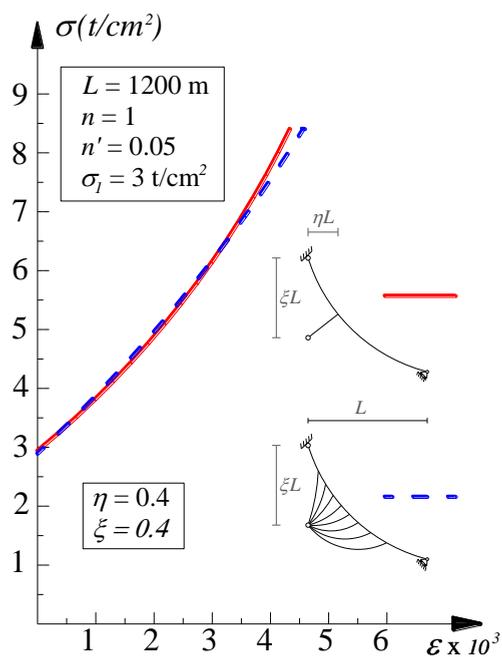


Figura 2.20: Grafico tensione-deformazione per i sistemi di controtralli

### Introduzione

Nell'ambito della progettazione dei ponti di grande luce la scelta del sistema di sospensione ricopre un ruolo fondamentale rispetto alla tipologia del ponte. Nel presente capitolo si vuole anzitutto valutare la quantità di acciaio richiesta per ciascun cavo, quindi si intende analizzare la stabilità dell'intero sistema strutturale. Inoltre, viene sviluppata una disamina rispetto alla consistenza dei cavi, in termini di peso, e all'analisi di stabilità del sistema strutturale completo del ponte per le diverse tipologie strutturali. Di seguito sono descritte le principali tipologie di sistemi di sospensione utilizzate nella costruzione dei ponti di grande luce: sistema sospeso, sistema strallato a ventaglio, sistema strallato ad arpa, sistema a rete di cavi.

La quantità teorica di acciaio  $Q_{c,l}$  necessaria per un singolo cavo di lunghezza  $l_c$  soggetto ad uno sforzo normale  $N_c$  è definita dalla seguente espressione:

$$Q_{c,l} = \frac{\gamma_s}{\sigma_c} N_c l_c; \quad (3.1)$$

dove  $\gamma_s$  è il peso specifico dell'acciaio di cui è costituito il cavo e  $\sigma_c$  è la tensione ammissibile dell'acciaio.

Per un sistema composto da  $n$  elementi, la quantità teorica di acciaio richiesta dall'intero schema, è fornita dalla seguente espressione:

$$Q_c = \frac{\gamma_s}{\sigma_c} \sum_{i=1}^n N_{c,i} l_{c,i}.$$

Nella precedente sommatoria, lo sforzo normale in ciascun cavo rappresenta lo sforzo massimo corrispondente alla condizione di carico più sfavorevole che in genere corrisponde ad una distribuzione uniforme sull'intera campata.

I tre sistemi di sospensione maggiormente utilizzati nella costruzione dei ponti di grande luce sono: a) sistema sospeso; b) sistema strallato a ventaglio; c) sistema strallato ad arpa.

Di seguito vengono riportate le valutazioni dei pesi complessivi dei sistemi di sospensione per le diverse tipologie strutturali facendo riferimento ai risultati di Gimsing [17].

a) Nel caso di un sistema sospeso (*Fig. 3.1*) caricato uniformemente con  $2n$  forze verticali agenti costantemente su dei pendini equidistanti tra loro,  $\Delta=l/(2n+1)$  la quantità teorica di acciaio  $Q_{cs}$  è definita come:

$$\begin{aligned} Q_{cs} &= 2 \frac{\gamma_s}{\sigma_c} P \left[ \frac{1}{4} n(n+1) \frac{\Delta^2}{h} + \sum_{i=1}^n \frac{i(i-1)}{n(n+1)} h + \sum_{i=1}^n \frac{n(n+1)}{2h} \left( \Delta^2 + \frac{4h^2}{n^2(n+1)^2} i^2 \right) \right] = \\ &= 2nP \left( h + \frac{n+1}{2n+1} \frac{l^2}{4h} \right) \frac{\gamma_s}{\sigma_c}; \end{aligned} \quad (3.2)$$

dove il primo termine è riferito alla porzione di cavo principale 0-1, il secondo termine ai pendini (sommatoria di  $i-i'$ ) e il terzo alla porzione di cavo principale 1-( $n+1$ )' (sommatoria di  $i'-(i+1)$ ).

Per un elevato numero di pendini ( $n \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta \rightarrow 0$ ), si può scrivere il valore asintotico di  $Q_{cs}$  :

$$Q_{cs} = pl \left( h + \frac{l^2}{8h} \right) \frac{\gamma_s}{\sigma_c}; \quad (3.3)$$

dove  $p = P / \Delta$  è il carico per unità di lunghezza.

b) Nei sistemi di cavi disposti a ventaglio (*Fig. 3.2 a*) la quantità teorica di acciaio è definita dalla seguente espressione:

$$Q_{cF} = 2 \frac{\gamma_s}{\sigma_c} P \left( \sum_{i=1}^n (n-1+1) \left( i - \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta^2}{h} + \sum_{i=1}^n \left[ (n-1+1)^2 \Delta^2 + h^2 \right] \frac{1}{h} \right); \quad (3.4)$$

dove il primo termine si riferisce agli elementi cavo orizzontali ( $0 - i$ ), mentre il secondo termine si riferisce agli elementi inclinati ( $n + 1$ ).

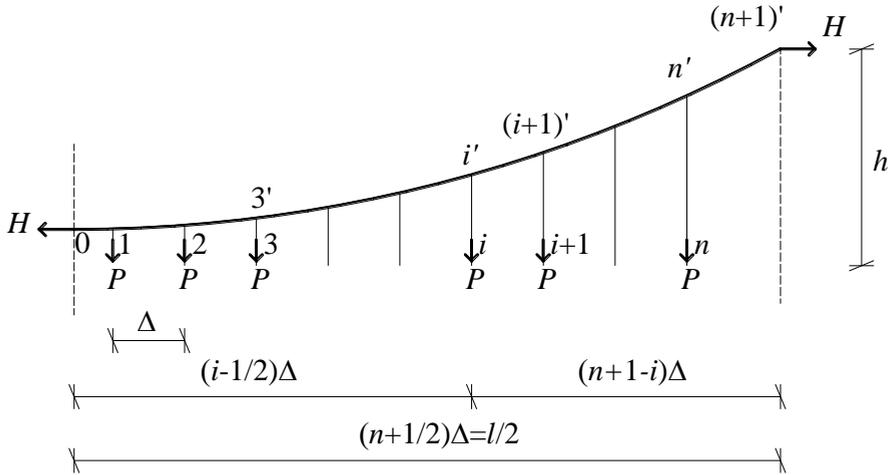


Figura 3.1: Geometria del sistema sospeso

La precedente relazione può anche scriversi come:

$$Q_{cF} = 2nP \left( h + (n+1)(2n+1) \frac{\Delta^2}{4h} \right) \frac{\gamma_s}{\sigma_c}; \quad (3.5)$$

che coincide con quella relativa al sistema sospeso.

In particolare, la quantità teorica di acciaio richiesta dagli stralli ( $Q_{cFs}$ ) è fornita dal secondo termine della (3.4):

$$Q_{cFs} = 2nP \left( h_F + \frac{1}{6}(n+1)(2n+1) \frac{\Delta^2}{h_F} \right) \frac{\gamma_c}{\sigma_c}; \quad (3.6)$$

dove con  $h_F$  si è indicata l'altezza del sistema a ventaglio.

Nei sistemi costituiti da un elevato numero di stralli si può scrivere il valore asintotico di  $Q_{cFs}$ , per  $n \rightarrow \infty$ :

$$Q_{cFs} = pl \left( h_F + \frac{l^2}{12h_F} \right) \frac{\gamma_c}{\sigma_c}. \quad (3.7)$$

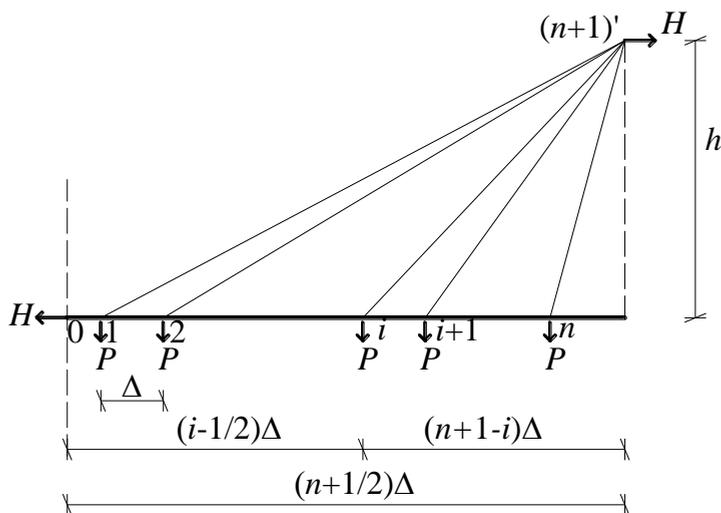


Figura 3.2 a: Geometria del sistema strallato a ventaglio

c) Nei sistemi ad arpa (Fig. 3.2 b) la quantità di acciaio è fornita, seguendo un ragionamento analogo a quello affrontato per gli schemi precedenti, dalla seguente espressione:

$$Q_{cH} = 2nP \left( \frac{n+1}{2n} h_H + n \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta^2}{h_H} \right) \frac{\gamma_c}{\sigma_c}; \quad (3.8)$$

dove  $h_H$  è l'altezza del sistema ad arpa.

Nello schema ad arpa, la forza orizzontale  $H_H$  data dalla somma delle componenti orizzontali delle forze agenti su ciascun strallo, può essere espressa come:

$$H_H = nP \frac{n\Delta}{h_H} = n^2 P \frac{\Delta}{h_H}. \quad (3.9)$$

Nel sistema sospeso la forza orizzontale  $H_S$  è invece fornita dall'espressione:

$$H_S = \frac{n(n+1)}{2} P \frac{\Delta}{h_S}; \quad (3.10)$$

dalla (3.9) e dalla (3.10) si ricava, a parità di tiro orizzontale ( $H_H=H_S$ ):

$$\frac{h_H}{h_S} = \frac{2n}{n+1}; \quad (3.11)$$

il cui valore asintotico ( $n \rightarrow \infty$ ) è  $h_H/h_S=2$ .

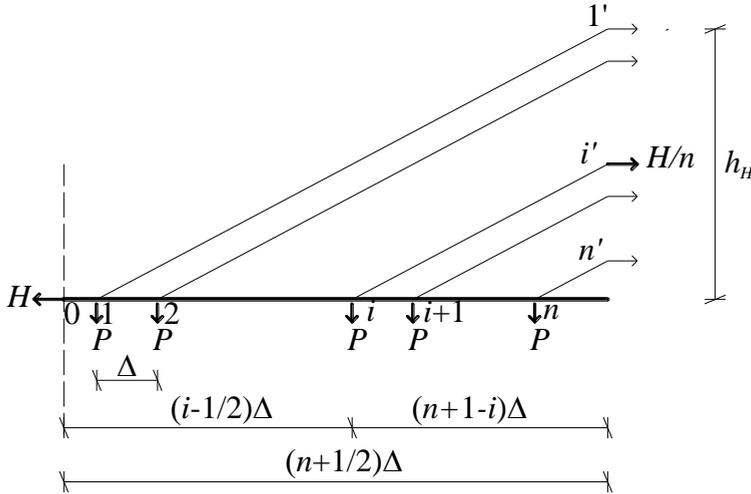


figura 3.2 b: Geometria del sistema strallato ad arpa

Sostituendo la (3.11) nella (3.8) si ottiene:

$$Q_{cH} = 2nP \left( h_S + (n+1)(2n+1) \frac{\Delta^2}{4h_S} \right) \frac{\gamma_s}{\sigma_c}; \quad (3.12)$$

che coincide con l'espressione analoga dei ponti sospesi.

La quantità teorica di acciaio richiesta in un sistema ad arpa dagli stralli è data dalla seguente espressione:

$$Q_{cHs} = 2nP \left( \frac{n+1}{2n} h_H + \frac{n(n+1)}{2} \frac{\Delta^2}{h_H} \right) \frac{\gamma_s}{\sigma_c}; \quad (3.13)$$

il cui valore asintotico è pari:

$$Q_{cS} = pl \left( \frac{h_H}{2} + \frac{l^2}{8h_H} \right) \frac{\gamma_s}{\sigma_c}. \quad (3.14)$$

Si nota che il sistema ad arpa richiede la minore quantità di acciaio, mentre il sistema sospeso ne richiede quella maggiore.

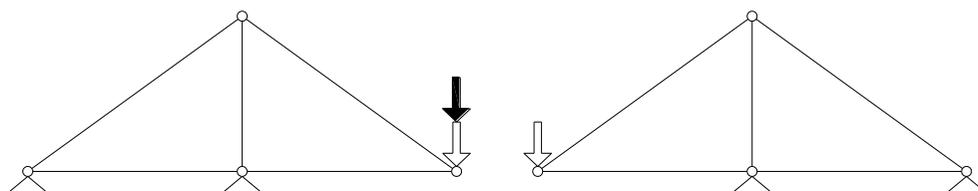
### 3.1 Stabilità del sistema di cavi nello schema strallato

Nei ponti sospesi, il sistema dei cavi, costituito dal cavo principale e dai pendini, può essere considerato come un elemento strutturale a se stante che da solo riesce a sopportare l'azione dei carichi diretti verticalmente. Lo stesso discorso non può essere affrontato per la tipologia di ponte strallato in cui i soli stralli sono impropri a contrastare l'effetto delle azioni distribuite.

Per quest'ultima tipologia di ponte il sistema dei cavi è individuato dunque dagli stralli e da quelle parti dell'impalcato e dei piloni che sopportano gli sforzi normali dovuti alle componenti orizzontali e verticali delle forze che gli stralli trasmettono ai punti di ancoraggio.

In base a quanto detto i sistemi di cavi possono essere suddivisi in tre gruppi:

a) sistema stabile del primo ordine (*Fig. 3.3 a*): l'equilibrio è garantito poiché i nodi, anche se soggetti all'azione di forze esterne, non subiscono grandi spostamenti (la struttura è sostanzialmente staticamente determinata). Ne è un esempio il sistema a ventaglio mostrato in *Fig. 3.3 b* in cui la porzione A-B-C-D corrisponde al sistema triangolare di *Fig. 3.3 a*. Lo strallo di ancoraggio deve essere costantemente teso, per qualsiasi condizione di carico. In particolare, si può notare che se il carico è applicato sulla campata laterale del ponte (A-B) la tensione nel cavo di ancoraggio tende a diminuire. Dunque, se le dimensioni del ponte fossero scelte non considerando l'intensità del carico, si potrebbe verificare un rilassamento del cavo di ancoraggio e il sistema diventerebbe instabile. Inoltre la stabilità del sistema a ventaglio dipende dal fatto che tutti gli stralli sono fissati in testa al pilone in modo tale che la forza di ciascuno strallo venga trasmessa al cavo di ancoraggio. Se gli stralli fossero fissati lungo lo sviluppo longitudinale del pilone (*Fig. 3.3 c*) il sistema diventerebbe instabile.



a)

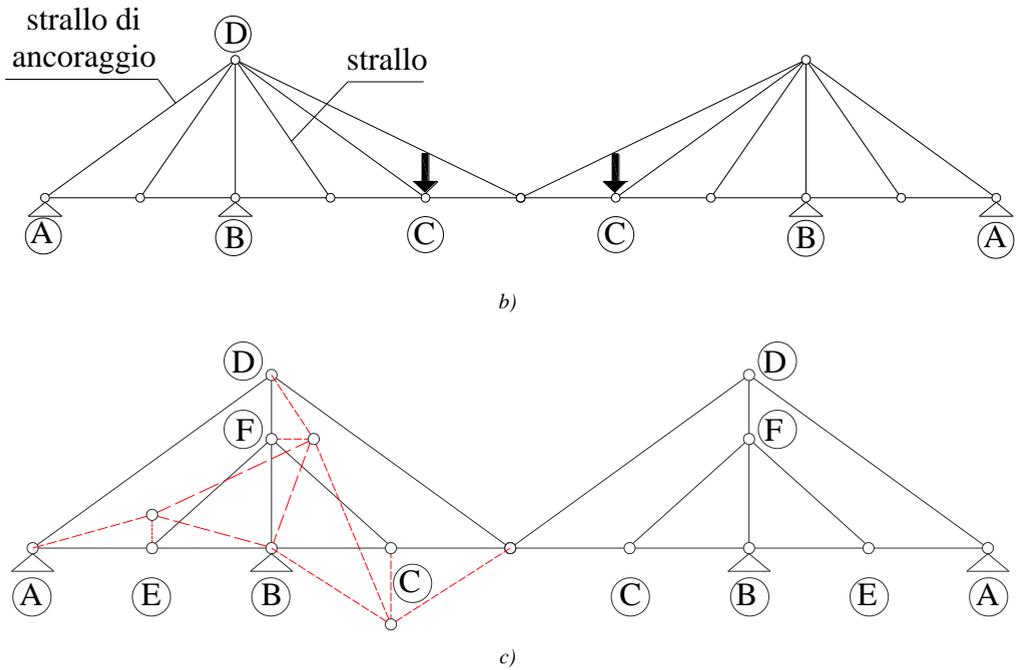


Figura 3.3: a) sistema stabile del primo ordine; b) sistema stabile a ventaglio; c) sistema instabile

b) Sistema stabile del secondo ordine (Fig 3.4 a): l'equilibrio può essere raggiunto solo a seguito di grandi spostamenti dei nodi a causa dell'azione di forze esterne. Ne è un esempio il sistema sospeso (Fig. 3.4 b) in cui il cavo principale di sospensione subisce significativi incrementi di spostamento a causa dell'applicazione di carichi verticali.

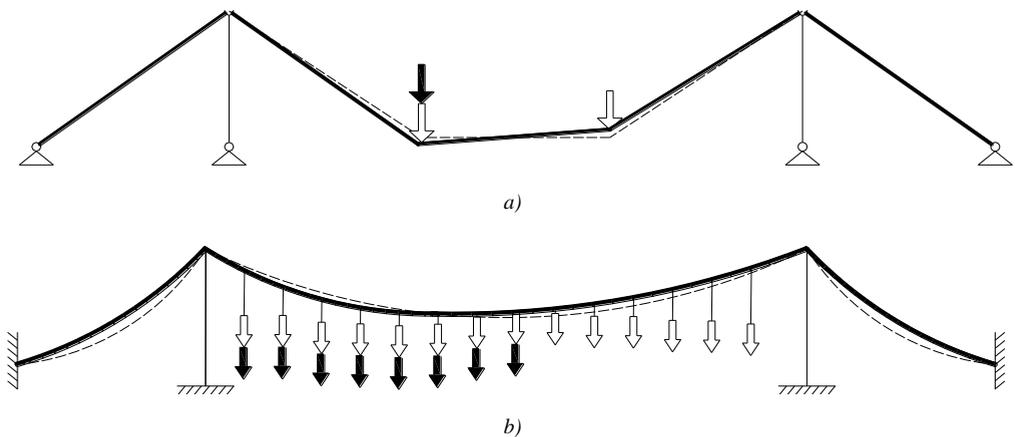
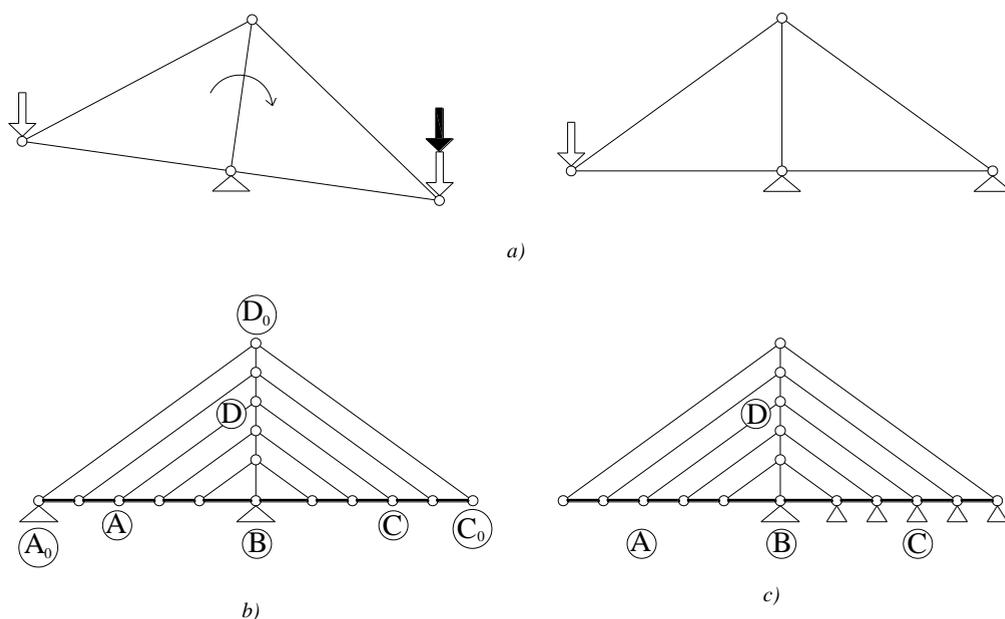


Figura 3.4: Sistema stabile del secondo ordine: a) schema generale; b) schema sospeso

c) Sistema instabile (*Fig. 3.5 a*): il sistema dei cavi non riesce a garantire l'equilibrio. Ne è un esempio lo schema ad arpa mostrato in *Fig. 3.5 b*: la porzione A-B-C-D corrisponde al sistema instabile di *Fig. 3.5a*, ma la porzione  $A_0$ -B- $C_0$ - $D_0$  corrisponde con lo schema di *Fig. 3.3 a* ed è dunque stabile. Ovviamente il contributo fornito dai piloni e dall'impalcato garantisce la stabilità del ponte nel suo complesso. Inoltre, introducendo degli appoggi intermedi nella campata laterale del sistema ad arpa si ottiene la stabilizzazione dell'intero sistema in quanto ciascuna porzione triangolare (come A-B-C-D) corrisponde con un sistema stabile del primo ordine (*Fig. 3.5 c*).



*Figura 3.5: Sistema instabile: a) schema generale; b) sistema ad arpa; c) sistema ad arpa con appoggi intermedi*

### 3.2 Il sistema sospeso

Nello schema di ponte sospeso, il cavo principale è vincolato in quattro punti: in corrispondenza dei blocchi di ancoraggio (A, E) e in corrispondenza dei due piloni (B, D) (*Fig. 3.6*).

I vincoli applicati nei blocchi di ancoraggio sono generalmente fissi, mentre quelli posti alle estremità dei piloni possono essere rappresentati attraverso degli appoggi scorrevoli longitudinalmente.

Oltre ai vincoli fissi A, B, D, E, le condizioni geometriche generali del ponte

spesso inducono all'uso di un quinto vincolo fisso posto in corrispondenza del punto C.

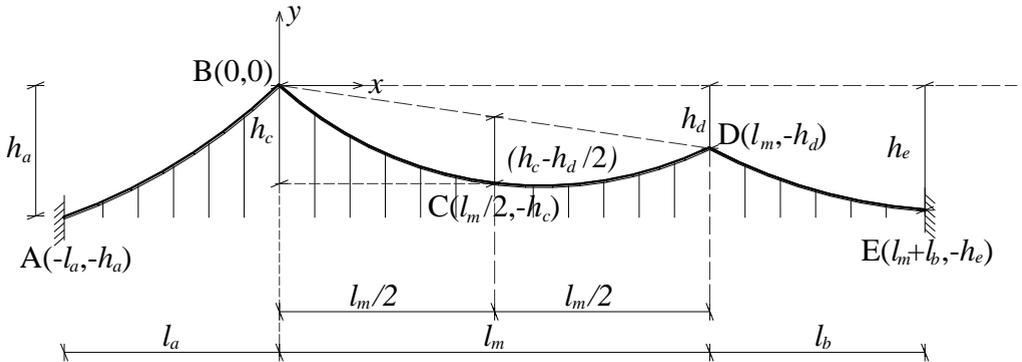


Figura 3.6: Cavo sospeso a tre campate

La geometria del cavo di sospensione di un ponte soggetto all'effetto del carico permanente si determina a partire dall'assunzione che la trave irrigidente e i piloni siano privi di momento flettente. La curva del cavo, in questo modo, coincide con la curva funicolare.

La geometria del cavo principale può essere individuata attraverso le seguenti espressioni:

$$y = \begin{cases} -\frac{M_a(x)}{H} + \frac{h_a}{l_a} x & -l_a \leq x \leq 0 \\ -\frac{M_m(x)}{H} - \frac{h_D}{l_m} x & 0 \leq x \leq l_m \\ \frac{M_b(x)}{H} - \frac{h_D - h_E}{l_b} (x - l_m) - h_D & l_m \leq x \leq l_m + l_b \end{cases} \quad (3.15)$$

dove  $M_a(x)$ ,  $M_m(x)$ , e  $M_b(x)$ , sono i momenti agenti su tre travi semplicemente appoggiate di lunghezze  $l_a$ ,  $l_m$  e  $l_b$  soggette all'effetto dell'azione dell'intero carico permanente del cavo principale, dei pendini e delle trave irrigidente.

Il carico permanente per unità di lunghezza del sistema di sospensione varia moderatamente da un valore minimo che si ha nel centro della campata principale ad un valore massimo in corrispondenza dei piloni. Tale andamento è dovuto all'incremento di lunghezza dei pendini e alla maggiore inclinazione del

cavo in prossimità dei piloni. Comunque, quando il carico della trave irrigidente è molto grande rispetto a quello del sistema di sospensione, l'intero carico permanente può essere approssimato con una distribuzione uniforme.

Il tiro  $H$  agente sul cavo principale può essere determinato dalla seguente espressione:

$$H = \frac{M_m(l_m / 2)}{h_c - h_D / 2}; \quad (3.16)$$

dove:  $M_m(l_m/2)$  corrisponde al momento agente nella campata centrale e  $h_c - h_D/2$  è la freccia geometrica del cavo in mezzeria. Le equazioni (3.15) e (3.16) definiscono la curva del cavo sotto l'effetto dei carichi permanenti.

Lo sforzo massimo  $T_m$  del cavo nella campata principale può essere determinato assumendo che il carico permanente della trave irrigidente e il carico distribuito accidentale agiscano uniformemente sull'intera campata.

Nell'analisi preliminare, il carico permanente dei pendini è trascurato e il carico permanente del cavo  $g_c$ , il cui valore non è noto a priori, viene assunto distribuito uniformemente.

Per il cavo mostrato in *Fig 3.7*, il tiro  $H_m$  è fornito dalla seguente espressione:

$$H_m = \frac{(g + p + g_c)l_m^2}{8f_m}; \quad (3.17)$$

e il tiro  $T_m$  (in corrispondenza dell'attacco ai piloni):

$$H = \frac{M_m(l_m / 2)}{h_c - h_D / 2}. \quad (3.18)$$

La precedente espressione è basata sull'assunzione semplificativa che la curva del cavo sia una parabola.

L'area del cavo  $A_m$  è determinata dalla (3.18) ponendo  $T_m = A_m \sigma_c$  e  $g_c = A_m \gamma_c$ :

$$A_m = \frac{[(g + p)l_m + 2P] \sqrt{(l_m^2 + 16f_m^2)}}{8\sigma_c f_m - \gamma_c l_m \sqrt{(l_m^2 + 16f_m^2)}}. \quad (3.19)$$

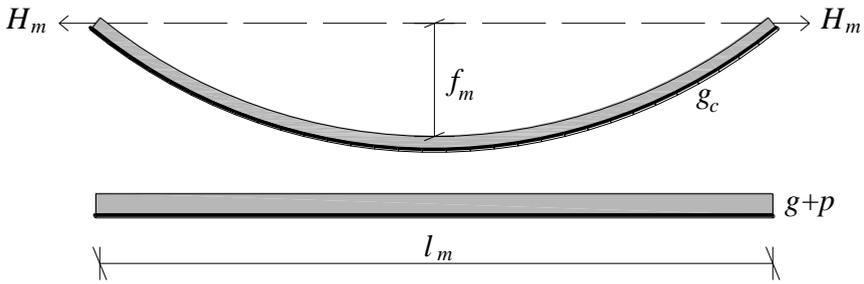


Figura 3.7: Distribuzione del carico sul cavo principale

### 3.2.1 Sistemi strutturali

Di seguito vengono discussi gli schemi strutturali maggiormente utilizzati nella realizzazione dei ponti sospesi:

- *ponte sospeso ad unica campata*: questo schema è costituito da una campata centrale e da due campate laterali indipendenti (Fig. 3.8). La travata principale è sostenuta dai pendini e dal cavo principale, mentre le campate laterali sono indipendenti dal sistema di sospensione. I cavi laterali sono vincolati ai blocchi di ancoraggio e impediscono gli spostamenti orizzontali delle estremità dei piloni migliorando le caratteristiche deformative dell'intera struttura. La lunghezza della campata centrale del ponte deve essere però limitata poiché l'effetto sag-Dischinger dei cavi di ancoraggio può determinare un'elevata deformabilità della testa dei piloni.

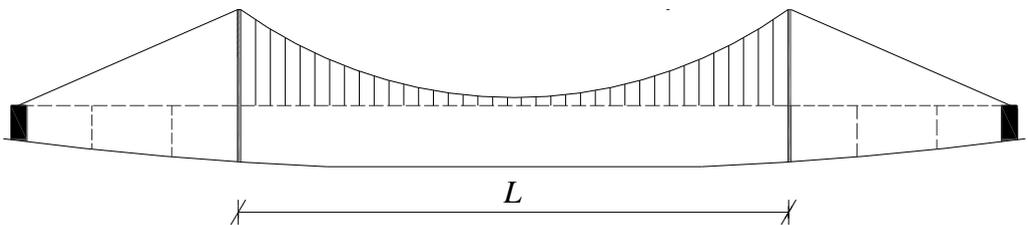


Figura 3.8: Ponte sospeso ad un'unica campata

- *ponte sospeso con campate laterali corte*: sistema costituito da tre campate: una centrale sorretta dal cavo di sospensione principale, e due laterali le cui lunghezze sono inferiori al 30% della campata principale (Fig. 3.9).

In tale tipologia di ponte sospeso, la freccia del cavo nelle campate laterali, per via delle ridotte dimensioni delle stesse, è abbastanza limitata e di conseguenza si ottengono buone caratteristiche di rigidezza globale del ponte.

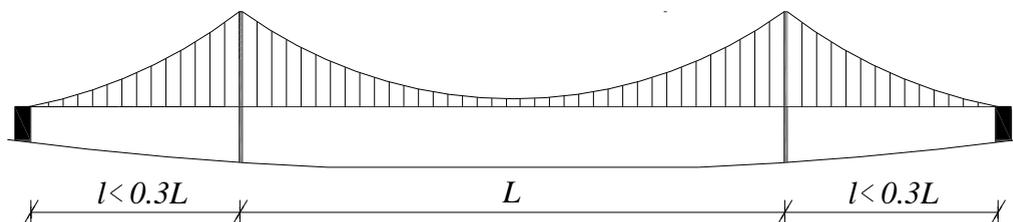


Figura 3.9: Ponte sospeso con campate laterali corte

- *ponte sospeso con campate laterali lunghe*: sistema costituito da tre campate: una centrale sorretta dal cavo di sospensione principale, e due laterali le cui lunghezze sono pari al 40-50% della campata principale (Fig. 3.10).

Se le campate laterali sono abbastanza lunghe, si verificano delle deformazioni notevoli sugli impalcati laterali del ponte che influenzano sfavorevolmente la condizione di vincolo orizzontale delle estremità dei piloni. La maggior parte dei ponti utilizzati per attraversamenti di acque profonde, sono stati realizzati, per ovvi motivi pratici, con campate laterali lunghe. Ne è un esempio il ponte sul fiume Tago a Lisbona che, con un rapporto tra campata laterale e campata centrale di 0.48, consente di attraversare il letto dell'intero fiume. Se le campate laterali sono molto lunghe (oltre il 50% della campata centrale) e i piloni sono anche molto sottili, possono insorgere deformazioni elevate.

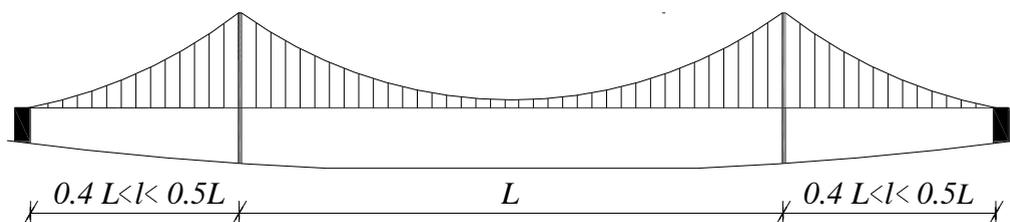


Figura 3.10: Ponte sospeso con campate laterali lunghe

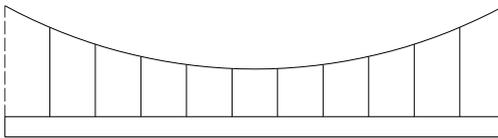
- *ponte sospeso con incastro centrale e appoggio fisso sull'ancoraggio*: si tratta di un particolare sistema strutturale a tre campate caratterizzato dalla presenza di un incastro, nel punto medio della travata, tra l'impalcato e il cavo principale (Fig. 3.11). La funzione principale di tale incastro è quella di ridurre significativamente le inflessioni in caso di distribuzione asimmetrica del carico sulla

travata. Per aumentare l'efficienza strutturale dell'incastro, i piloni non devono subire significativi spostamenti longitudinali, come accade nel caso di campate laterali corte.

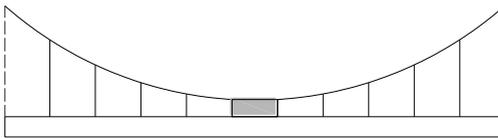


Figura 3.11: Ponte sospeso con incastro centrale e appoggio fisso sull'ancoraggio

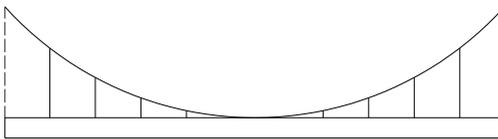
La distanza verticale tra il cavo principale e l'impalcata nel punto medio della travata, influenza la funzionalità dell'incastro: nei ponti che non presentano l'incastro centrale, (Fig. 3.12 a) la connessione tra i due elementi strutturali,



a)



b)



c)

Figura 3.12: Incastro cavo principale-travata

avviene mediante un pendino.

Nei ponti in cui viene utilizzato l'incastro, il collegamento tra cavo principale di sospensione e impalcata avviene sostituendo il pendino centrale con un elemento verticale avente un'elevata rigidità longitudinale (Fig. 3.12 b); questo sistema è stato utilizzato nel "Little Belt Bridge". Infine, negli schemi di ponte in cui la distanza tra il cavo principale e l'impalcata è nulla, i due elementi strutturali sono direttamente incastriati tra loro (Fig. 3.12 c), ne è un esempio il "Tagus River Bridge".

- *ponte sospeso con pendini inclinati*: tipologia di ponte in cui il sistema di sospensione è costituito dal cavo principale e da pendini inclinati (Fig. 3.13). Nei ponti sospesi convenzionali con pendini verticali, il sistema di cavi non presenta alcuna resistenza nei confronti delle sollecitazioni da taglio che vengono interamente assorbite dall'impalcata. I pendini inclinati invece, formano una

struttura reticolare che contribuisce all'assorbimento delle sollecitazioni taglianti. Il primo importante ponte sospeso costruito con pendini inclinati è stato il "Severn Bridge".

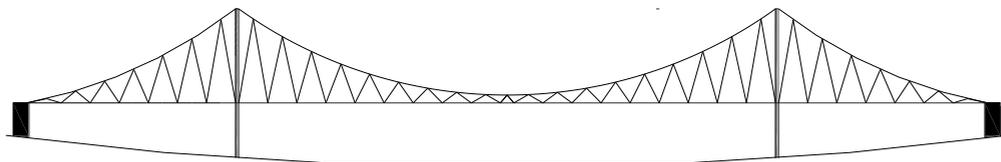


Figura 3.13: Ponte sospeso con pendini inclinati

### 3.3 Il sistema strallato a ventaglio

Nel sistema strallato con disposizione a ventaglio degli stralli, il cavo di ancoraggio connette la testa dei piloni con gli ancoraggi e riveste un ruolo fondamentale nella stabilità dell'intero sistema.

Lo sforzo normale minimo nello strallo di ancoraggio si ha per una distribuzione uniforme dei carichi accidentali sulle campate laterali (Fig. 3.14 a). Trascuando la rigidità flessionale dell'impalcato, il valore minimo dello sforzo normale è fornito dalla seguente espressione:

$$\min T_{ac} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i a_i - \sum_{j=1}^m (G_j + P_j) a_j}{h \cos \alpha_0}; \quad (3.20)$$

dove  $n$  è il numero dei punti di carico nelle campate laterali e  $m$  è il numero dei punti di carico nella campata centrale.

Il massimo sforzo normale nel cavo di ancoraggio si ha quando i carichi accidentali agiscono sulla campata centrale (Fig. 3.14 b):

$$\max T_{ac} = \frac{\sum_{i=1}^n (G_i + P_i) a_i - \sum_{j=1}^m G_j a_j}{h \cos \alpha_0}; \quad (3.21)$$

il rapporto tra la (3.20) e la (3.21) fornisce la seguente espressione:

$$K_{ac} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i a_i - \sum_{j=1}^m (G_j + P_j) a_j}{\sum_{i=1}^n (G_i + P_i) a_i - \sum_{j=1}^m G_j a_j} \quad (3.22)$$

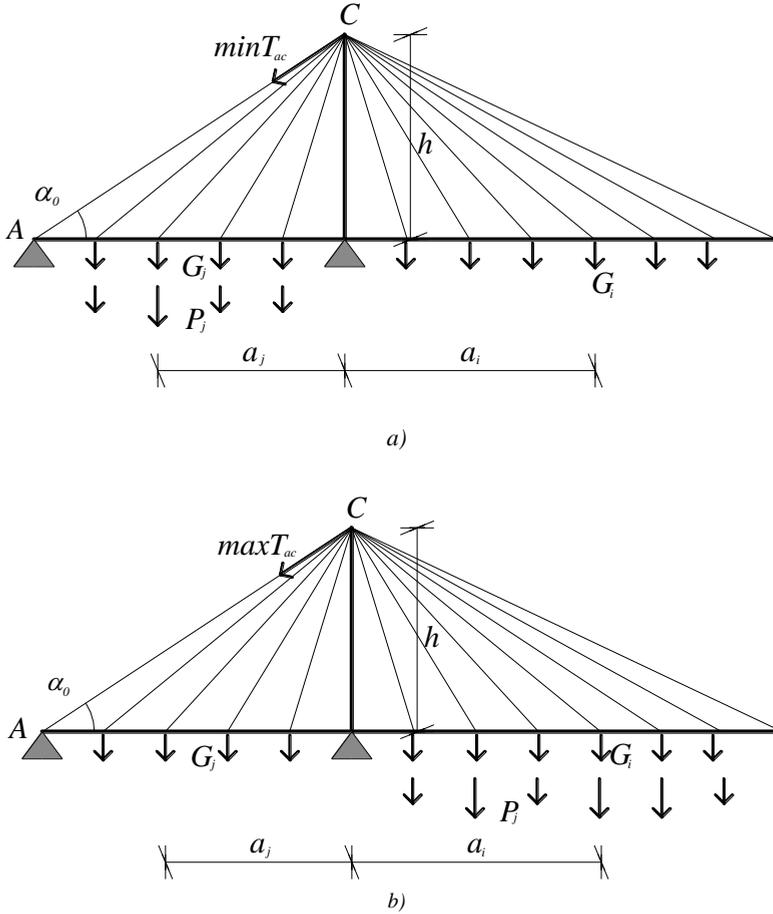


Figura 3.14: Ponte strallato: a) tensione minima nello strallo di ancoraggio; b) tensione massima nello strallo di ancoraggio

Riferendosi ad un sistema continuo, soggetto ad una distribuzione uniforme dei carichi (Fig. 3.15), la (3.22) diventa:

$$K_{ac} = \frac{gL^2 - 4(g+p)l^2}{(g+p)L^2 - 4gl^2}; \quad (3.23)$$

dove:  $g$  è carico permanente,  $p$  è il carico accidentale,  $l$  è la lunghezza delle

campate laterali e  $L$  è la lunghezza della campata centrale.

Dalla (3.23) è possibile determinare la lunghezza delle campate laterali del ponte, noto il valore dei carichi applicati e la dimensione della campata principale:

$$l = \frac{1}{2} L \sqrt{\left( \frac{(1 - K_{ac})g - K_{ac}p}{(1 - K_{ac})g + p} \right)}. \quad (3.24)$$

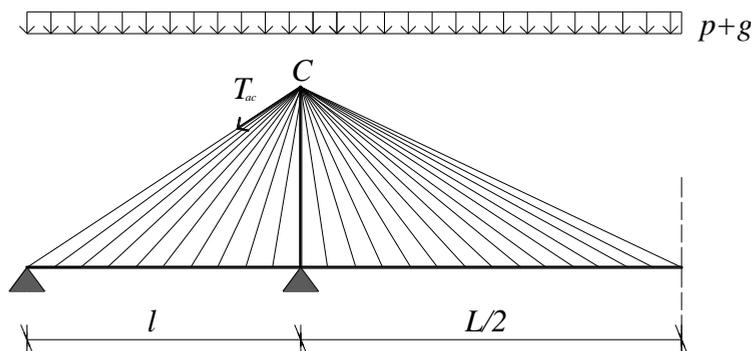


Figura 3.15: Ponte strallato con distribuzione continua dei cavi

Per quanto riguarda il predimensionamento degli stralli, ci si riferisce alla Fig. 3.16. Lo sforzo normale agente nell'iesimo strallo diventa:

$$T_s = (g + p) \frac{\Delta}{\text{sen}\alpha} + \gamma_s A_s \frac{a}{\text{sen}\alpha \cos\alpha}; \quad (3.25)$$

dove:  $\Delta$  è l'interasse tra due generici successivi stralli,  $\gamma_s$  è il peso specifico dell'acciaio utilizzato, e  $\alpha$  e  $A_s$  sono rispettivamente l'angolo di inclinazione e l'area della sezione trasversale del generico strallo.

Ricordando che:  $T_s = A_s \sigma_c$ , si può determinare l'area della sezione trasversale del generico strallo:

$$A_s = \frac{(g + p)(\Delta) \cos\alpha}{(\sigma_c \text{sen}\alpha \cos\alpha - \gamma_s a)}. \quad (3.26)$$

Si può infine ricavare, con buona approssimazione, l'area della sezione trasversale dello strallo di ancoraggio:

$$A_{st,a} = \frac{\frac{1}{2}(g_L + p_L)L^2 - \frac{1}{2}g_l l^2}{h\sigma_c \cos \alpha_0}; \quad (3.27)$$

dove:  $g_L$  è il carico permanente distribuito sulla campata principale,  $p_L$  è il carico accidentale distribuito sulla campata principale,  $g_l$  è il carico permanente distribuito sulle campate laterali e  $\alpha_0$  è l'angolo di inclinazione dello strallo di ancoraggio.

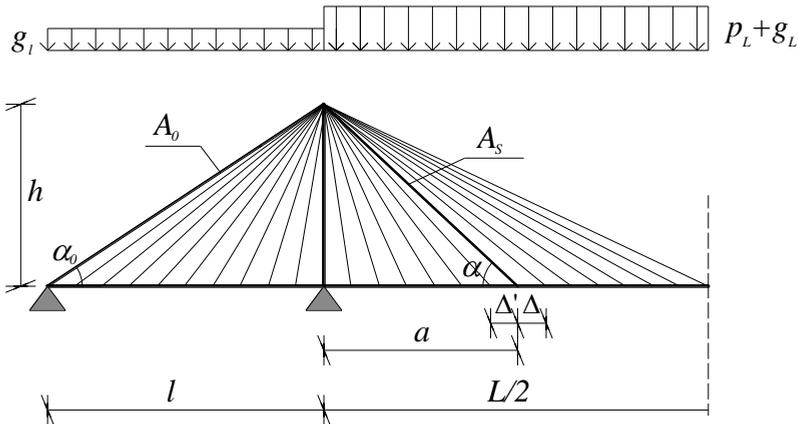


Figura 3.16: Ponte strallato con distribuzione del carico che genera il massimo sforzo nel cavo di ancoraggio

### 3.3.1 Sistemi strutturali

La scelta dello schema maggiormente appropriato per la progettazione di ponti strallati con disposizione a ventaglio dei cavi, dipende dalle condizioni locali e dal sito di costruzione del ponte. Le soluzioni possibili sono le seguenti: schema asimmetrico costituito da un ventaglio e da un cavo di ancoraggio (Fig. 3.17 a); schema simmetrico con due ventagli e due cavi di ancoraggio (Fig. 3.17 c); sistema asimmetrico formato da due ventagli (Fig. 3.17 b); schema simmetrico caratterizzato da due coppie di ventagli (Fig. 3.17 d).

Il sistema simmetrico a tre campate si preferisce in genere allo schema asimmetrico a due campate per via dei vantaggi economici connessi alla quantità di acciaio richiesto, nonché al suo miglior funzionamento strutturale.

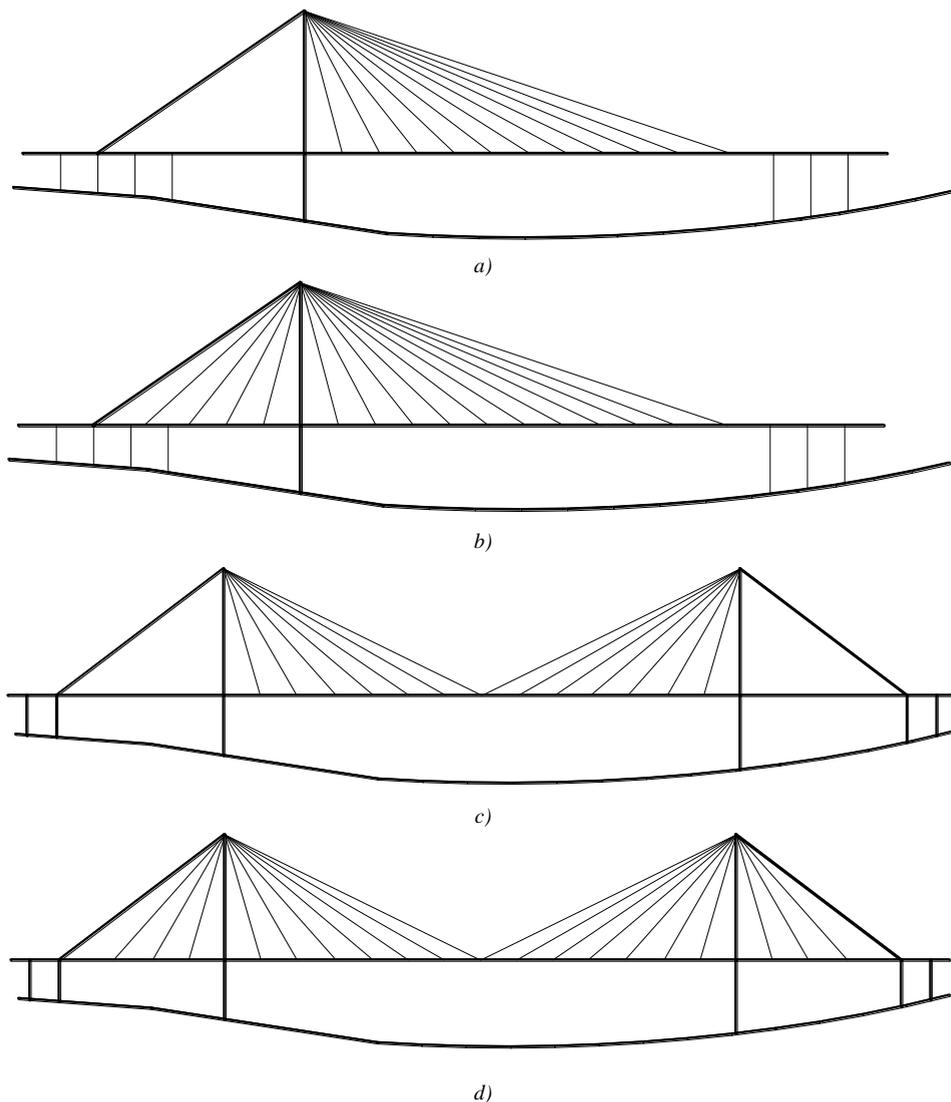


Figura 3.17: Principali sistemi strutturali utilizzati nella costruzione dei ponti strallati

### 3.4 Il sistema strallato ad arpa

Il sistema strallato con disposizione ad arpa dei cavi, come detto nei precedenti paragrafi, è caratterizzato da uno schema reticolare associato (ottenuto piazzando delle cerniere nei nodi stralli-travata e stralli-torri) di tipo instabile. Le sollecitazioni flettenti agenti sulla travata e sui piloni rivestono quindi un ruolo fondamentale nel ristabilire l'equilibrio dell'intero sistema.

I cavi costituenti il sistema di sospensione vengono disposti, preferibilmente, simmetricamente rispetto ai piloni per bilanciare l'azione del carico permanente. Nel caso in cui i carichi permanenti siano pari a  $g_L$  sulla campata centrale ed a  $g_l$  sulle campate laterali (*Fig. 3.18*), il bilanciamento si ottiene se la componente orizzontale  $H_{AB}$  del cavo AB è uguale alla componente orizzontale  $H_{BC}$  del cavo BC. Considerando inoltre un passo differente tra gli stralli a destra e a sinistra del pilone (rispettivamente pari a  $\Delta_L$  e  $\Delta_l$ ) si può scrivere:

$$g_l \Delta_l \text{ctang} \alpha_l = w_L g_L \text{ctang} \alpha_L;$$

da cui:

$$\frac{\Delta_l}{\Delta_L} = \sqrt{\frac{g_L}{g_l}}; \quad (3.28)$$

dunque, affinché ci sia equilibrio, l'interasse tra gli stralli deve essere inversamente proporzionale alla radice quadrata dei carichi permanenti.

L'effetto instabilizzante del sistema a ventaglio modificato, come già accennato, può essere annullato inserendo degli appoggi intermedi in corrispondenza dei punti di ancoraggio degli stralli alla campata laterale. Nel caso di ponti con stralli distribuiti, data l'evidente impossibilità di inserire un appoggio per ogni strallo, si usa un numero limitato di supporti intermedi ottenendo comunque degli effetti positivi sulla deformazione complessiva dell'intero sistema.

Per quanto riguarda il predimensionamento degli stralli, l'area della sezione trasversale si determina con la formula relativa allo schema strallato (3.26).

Nei ponti in cui la rigidità principale è fornita dalla trave (*Fig. 3.19 a*), lo sforzo normale massimo nello strallo superiore è fornito dalla seguente espressione:

$$T_s = \frac{(g + p)\Delta + P}{\sin \alpha} + \gamma_s A_{st} \frac{a}{2 \sin \alpha \cos \alpha}; \quad (3.29)$$

dove  $P$  è l'azione esercitata dallo strallo sulla travata e  $A_{st,s}$  è l'area dello strallo superiore.

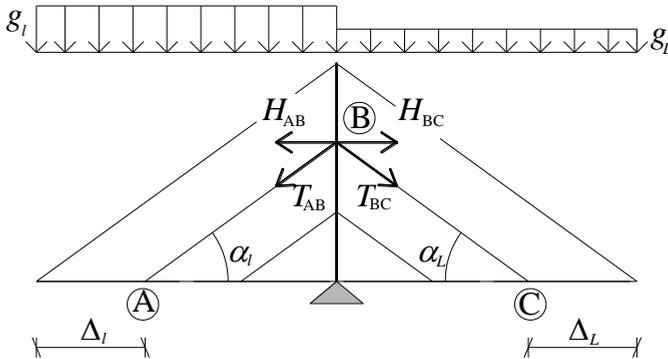


Figura 3.18: Sistema ad arpa con differente distribuzione del carico sulle campate

Ricordando che:  $T_{st} = A_{st} \sigma_c$ ; si può scrivere il valore dell'area  $A_{st}$  come segue:

$$A_{st} = \frac{(g + p)\Delta + P}{\sigma_c \sin \alpha \cos \alpha - \gamma_s a} \cos \alpha. \quad (3.30)$$

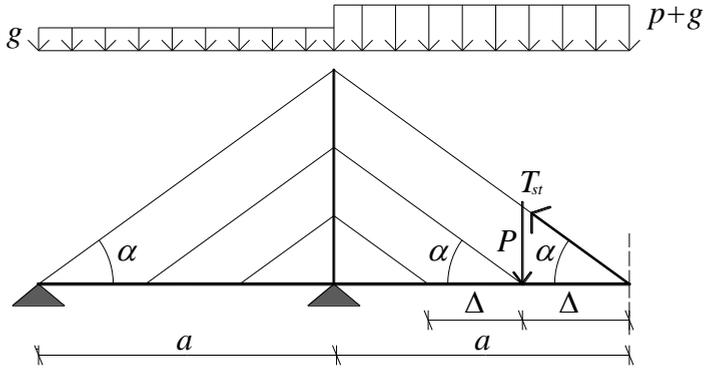
Lo sforzo normale massimo nello strallo superiore della campata laterale è fornito dalla seguente espressione:

$$T_{st} = \frac{(g + p)\Delta + \frac{1}{2}pa + P}{\sin \alpha} + \gamma_s A_{st} \frac{a}{\sin \alpha \cos \alpha}. \quad (3.31)$$

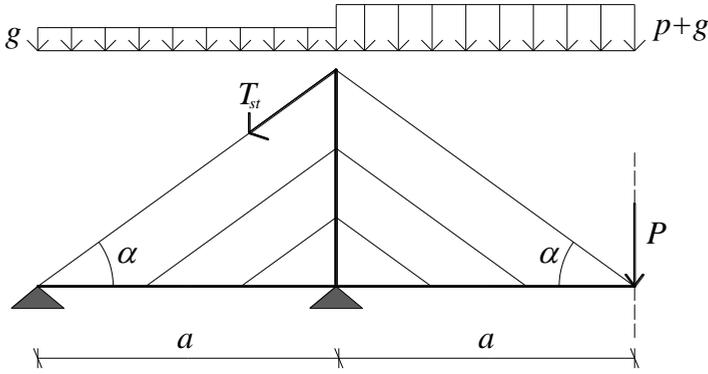
Il valore dell'area  $A_{st}$  è quindi fornito dalla:

$$A_{st} = \frac{(g + p)\Delta + \frac{1}{2}pa + P}{\sigma_c \sin \alpha \cos \alpha - \gamma_s a} \cos \alpha. \quad (3.32)$$

Nei ponti con disposizione ad arpa degli stralli e supporti intermedi, tutti gli stralli della campata centrale sono considerati dei normali stralli (Figura 3.20).



a)



b)

Figura 3.19: Tiro massimo nel sistema ad arpa :a)maggiore rigidezza della travata; b)maggiore rigidezza dei piloni

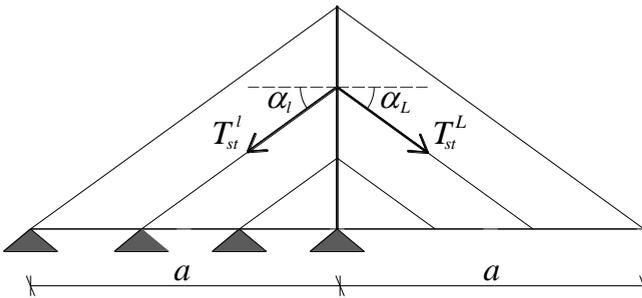


Figura 3.20: Forze agenti in un sistema ad arpa munito di appoggi intermedi

Mentre le forze agenti negli stralli della campata laterale sono invece ricavate dalla condizione di equilibrio orizzontale in corrispondenza dei piloni:

$$T_i \cos \alpha_i = T_L \cos \alpha_L.$$

### 3.4.1 Sistemi strutturali

I primi ponti di grande luce costruiti con disposizione ad arpa dei cavi erano caratterizzati dai seguenti elementi strutturali: pochi e concentrati stralli disposti simmetricamente rispetto ai piloni, impalcato molto pesante e rigidi, piloni abbastanza snelli (*Fig 3.21*). E' un esempio di questa tipologia di ponte il "Rhine Bridge" a Leverkusen, dove due coppie di stralli connettono ciascun pilone alla travata. Nell'opera citata, su 280 m di lunghezza totale della campata centrale, soltanto quattro punti sono ancorati da cavi e l'altezza della travata irrigidente è 4,2 m cioè  $1/67$  della lunghezza totale della campata principale.

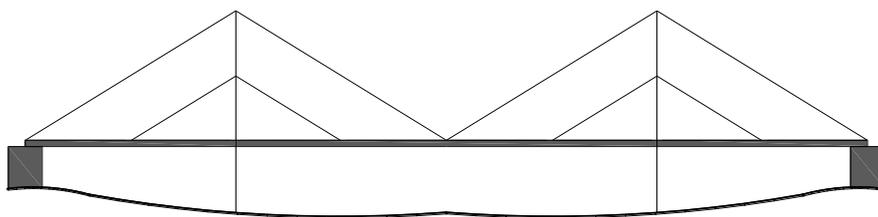


Figura 3.21: Ponte ad arpa con pochi stralli

Nei moderni ponti ad arpa si utilizza un elevato numero di stralli per connettere la travata ai piloni e, come conseguenza, i momenti locali agenti sulla travata irrigidente hanno un'importanza secondaria. Questo stato di sollecitazione ha consentito lo sviluppo di schemi dotati di piloni pesanti, travate snelle e stralli disposti simmetricamente rispetto ai piloni (*Fig. 3.22*). Si ritrova un esempio nel "Dames Point Bridge" in Florida.

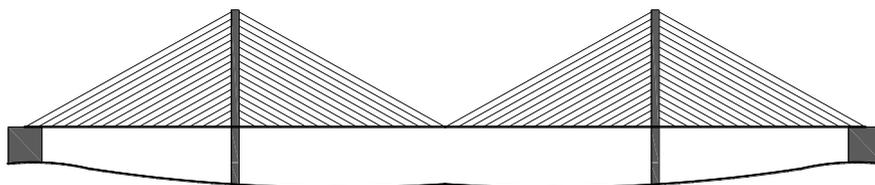


Figura 3.22: Ponte ad arpa con distribuzione continua degli stralli

Nei sistemi ad arpa, gli stralli sono disposti parallelamente tra loro e l'angolo di inclinazione è uguale per ogni cavo. Al contrario, negli schemi ad arpa modificata, gli stralli presentano tra loro un'inclinazione differente. Proprio per questo motivo, in quest'ultimo caso, al fine di bilanciare le azioni dei carichi permanenti, i cavi sono disposti simmetricamente rispetto ai piloni.

Rappresenta un'eccezione il sistema ad arpa modificato con supporti intermedi

nella campata laterale: nel “*Rhine Bridge*”, in corrispondenza della campata laterale gli stralli sono disposti con lo schema ad arpa, e nella campata centrale con lo schema ad arpa modificata.

### 3.5 Il sistema combinato strallato - sospeso

Il sistema misto nasce dall’idea di combinare la tipologia sospesa con quella strallata sommando così i vantaggi dei due sistemi quali, ad esempio, la notevole rigidità dello schema strallato e la maggiore versatilità dello schema sospeso rispetto al processo di costruzione nelle grandi luci. Il primo ponte combinato realizzato è il “*Brooklyn Bridge*”. A seguito della costruzione di tale opera la tipologia combinata fu abbandonata per ritrovare poi un grande sviluppo in periodi molto recenti.

Rispetto allo schema sospeso, la tipologia mista presenta vantaggi sia economici (risparmio sui materiali), sia strutturali.

Si faccia riferimento allo schema mostrato in *Fig. 3.23*, sono evidenti le seguenti caratteristiche:

- le campate laterali sono relativamente corte e il rapporto  $l/L$  è compreso tra 0.25 e 0.30;
- la travata irrigidente è continua;
- vi è un incastro centrale tra il cavo principale e la campata centrale;
- il cavo principale è continuo da un ancoraggio all’altro;
- tutti gli stralli sono fissati alla testa dei piloni.

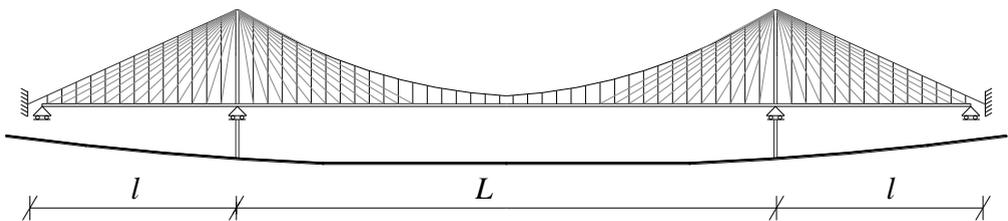


Figura 3.23: Tipologia di ponte misto

La geometria del sistema di sospensione costituito dal cavo principale e dagli stralli dipende dalla distribuzione dei carichi permanenti. La condizione di carico permanente agente sulla campata centrale (*Fig. 3.24*) è influenzata da due parametri:  $a$  (lunghezza del sistema strallato) e  $r$  (fattore di distribuzione del carico). Il fattore di distribuzione del carico è dato dal rapporto tra la porzione

di carico permanente assorbita dallo schema sospeso ed il carico permanente  $g$  della travata.

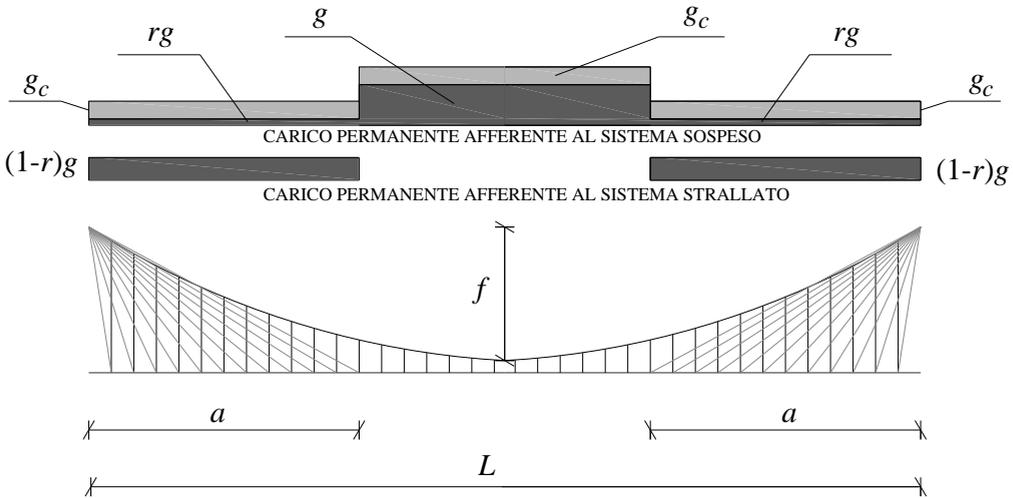


Figura 3.24: Distribuzione del carico permanente tra sistema sospeso e sistema strallato

Noti i valori della lunghezza  $a$  e del rapporto  $r$ , la geometria del cavo è fornita dalla seguente espressione:

$$y = -\frac{f}{M_L(L/2)} M_L(x); \quad (3.33)$$

dove  $f$  è la freccia del cavo principale e  $M_L$  è il momento dovuto ai carichi permanenti agenti sul cavo principale. Tali carichi permanenti includono, oltre al peso proprio della travata, il peso proprio complessivo  $g_c$  del cavo principale e dei pendini.

Sotto l'effetto dei carichi permanenti, il ventaglio del ponte combinato si comporta come un sistema strallato soggetto ad un carico  $g(1-r)$  distribuito sulla travata.

In vantaggio al sistema tradizionale, negli stralli dei ponti combinati si registra una riduzione dell'effetto "sag" dovuto alla connessione dei punti di intersezione degli stessi cavi con i pendini. In Fig. 3.25 sono mostrate due possibili configurazioni assunte dagli stralli sotto l'azione dei carichi permanenti in relazione alle connessioni con i pendini. Nella configurazione *a*) la curvatura degli stralli corrisponde a quella dello strallo libero. In tal caso le connessioni, nella configurazione iniziale, sono prive di tensione; mentre, sotto l'azione dei cari-

chi accidentali, i collegamenti riducono notevolmente l'effetto "sag". Nella configurazione *b)* gli stralli sono agganciati ai pendini e su quest'ultimi viene trasmessa la forza peso dei cavi. Generalmente la configurazione *a)* pur conferendo una maggiore rigidezza al sistema misto determina una minore iterazione tra il sistema sospeso di cavi e quello strallato. Pertanto, la prima configurazione, utilizzata nel "Brooklyn Bridge" viene in genere preferita alla seconda.

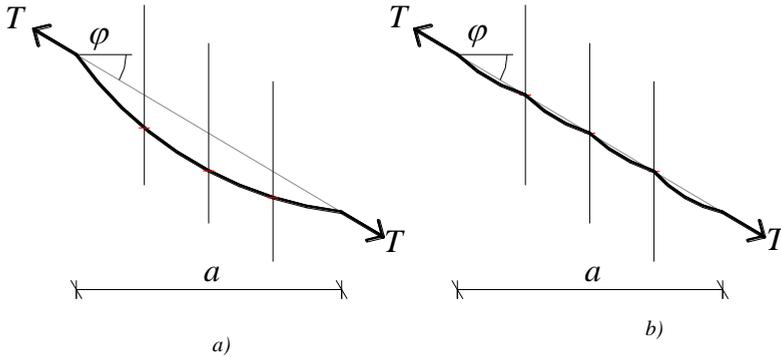


Figura 3.25: Possibili configurazioni degli stralli connessi ai pendini

Il valore di  $a$  si ricava supponendo che lo strallo più esterno resti al di sotto del cavo principale. In particolare, per determinare il valore limite di tale parametro, si assume che la tangente dello strallo più esterno, in testa ai piloni, coincida con la tangente al cavo principale. Lo schema mostrato in *Fig. 3.25 a* comporta una maggiore inclinazione degli stralli rispetto allo schema di *Fig. 3.25 b*. Un modo semplificato per valutare il parametro  $a$ , consiste nell'assumere in via approssimata una configurazione rettilinea dello strallo esterno. La condizione di tangenza di quest'ultimo al cavo principale del sistema sospeso, porta alla relazione:

$$a = \frac{L}{2} \left[ 1 + \sqrt{\frac{rg + g_c}{g + g_c}} \right]^{-1}. \quad (3.34)$$



## Introduzione

Nell'ambito della progettazione dei ponti strallati vengono principalmente impiegati due schemi strutturali: lo schema con stralli disposti ad arpa e lo schema con stralli disposti a ventaglio.

Di seguito vengono brevemente descritte le due tipologie di ponte citate mettendo in evidenza le principali differenze strutturali.

Si consideri, in primo luogo, la tipologia di ponte a tre campate con disposizione ad arpa degli stralli e si ipotizzi che in corrispondenza dei punti di attacco degli stralli alla travata e ai piloni siano presenti dei vincoli cerniera. La struttura, nel suo complesso, diviene geometricamente instabile, essendo labile lo schema statico introdotto. Al fine di rendere la struttura iperstatica occorre quindi realizzare degli impalcato e dei piloni continui. Ne consegue che, per assicurare la stabilità del sistema è necessario:

- utilizzare un impalcato e dei piloni continui e sufficientemente rigidi;
- realizzare un interasse tra gli stralli molto ridotto per ridurre l'intensità dei momenti flettenti dovuti al peso proprio agenti sulla travata.

Indicando con  $N$  (Fig. 4.1) lo sforzo normale sulla travata, con  $q$  il carico distribuito sull'impalcato (dato dalla somma dei carichi permanenti e dei carichi accidentali), con  $L$  la luce del ponte, con  $H$  l'altezza delle pile, con  $\alpha$  l'inclinazione del generico strallo rispetto alla travata, e supponendo che la strallatura sia diffusa ( $\Delta/L \ll 1$ ) attraverso semplici considerazioni di tipo geometrico, si può scrivere:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{q}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{qL}{2H}; \quad (4.1)$$

dalla precedente relazione si ricava per integrazione:

$$N(x) = \frac{qL}{2H} x. \quad (4.2)$$

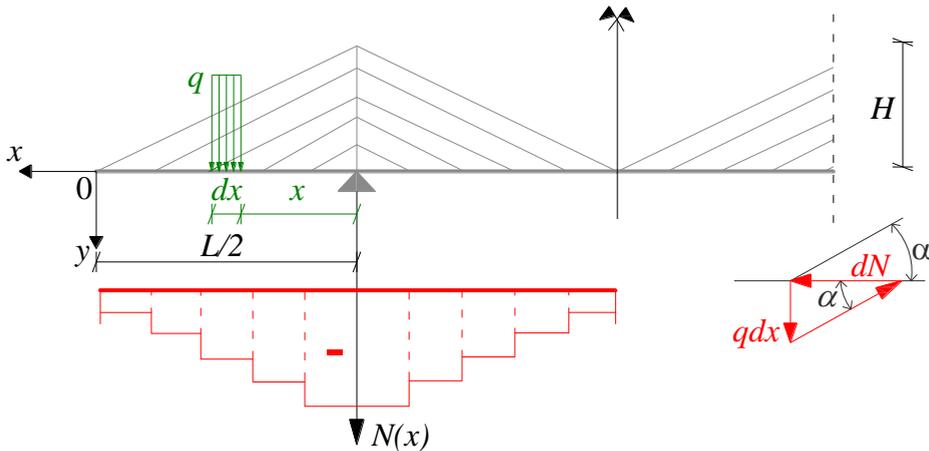


Figura 4.1: Andamento dello sforzo normale sull'impalcato di ponte con distribuzione degli stralli ad arpa

Lo sforzo assiale agente sull'impalcato presenta un andamento a gradoni con involuppo lineare e con valore massimo, in corrispondenza delle pile, espresso dalla seguente relazione:

$$|N_{\max}| = N\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{qL^2}{4H}; \quad (4.3)$$

dalla (4.1) si evince che, se la distribuzione di carico è uniforme su tutto il ponte, per evitare sforzi assiali troppo elevati nell'impalcato, occorre realizzare torri di altezza pari a  $(0,25-0,5)L$ . Si può quindi concludere che è economicamente conveniente, data la necessità di impiegare pesanti travi irrigidenti d'impalcato, realizzare dei ponti con schema ad arpa solo nel caso in cui le luci da coprire sono ridotte, cioè inferiori ai 400 metri.

Nell'ambito dei ponti caratterizzati da schema strutturale a tre luci con disposizione a ventaglio degli stralli, l'impalcato non deve essere necessariamente

continuo al fine di garantire la stabilità dell'intero sistema. Infatti, supponendo che siano presenti dei vincoli cerniera nei punti di attacco degli stralli all'impalcato, il ponte assume un comportamento prevalentemente reticolare, caratterizzato da sforzi assiali negli stralli e nell'impalcato e da momenti di importanza secondaria sulla travata.

Tale schema strutturale, rispetto al precedente, presenta forze assiali sull'impalcato di entità ridotta. Ne consegue che, a parità di altezza delle torri e interasse tra gli stralli, lo schema con disposizione a ventaglio degli stralli, può essere utilizzato, con vantaggiosi riscontri economici, per coprire luci notevoli. Lo sforzo assiale  $N(x)$  nell'impalcato, supponendo che sullo stesso insista un carico  $q$  uniformemente distribuito e che l'interasse tra gli stralli sia molto piccolo, può essere valutato come segue.

Nella generica ascissa  $x$  si ha (*Fig. 4.2*):

$$\frac{dN}{dx} = \frac{q}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{q\left(\frac{L}{2} - x\right)}{H}; \quad (4.4)$$

integrando si ricava:

$$N(x) = \frac{q}{H} \int_0^x \left(\frac{L}{2} - x\right) dx = \frac{q}{H} \left(\frac{L}{2}x - \frac{x^2}{2}\right). \quad (4.5)$$

Per  $x=L/2$ , quindi in corrispondenza delle pile, dalla (4.5) si ricava il valore massimo dello sforzo assiale:

$$|N_{\max}| = \frac{qL^2}{8H}. \quad (4.6)$$

Dalla (4.5) si può notare che quando il carico è distribuito uniformemente sulla travata, lo sforzo assiale assume un andamento parabolico (*Fig. 4.2*).

Appare evidente che nel caso in cui si adotti una distribuzione a ventaglio degli stralli, lo sforzo assiale massimo nell'impalcato, a parità di altezza  $H$  delle pile, è eguale alla metà di quello relativo allo schema strutturale analizzato in precedenza. Si conclude che, un ponte con schema ad arpa, a parità di sforzo assiale, richiede un'altezza delle antenne pari a due volte quella relativa allo schema a ventaglio.

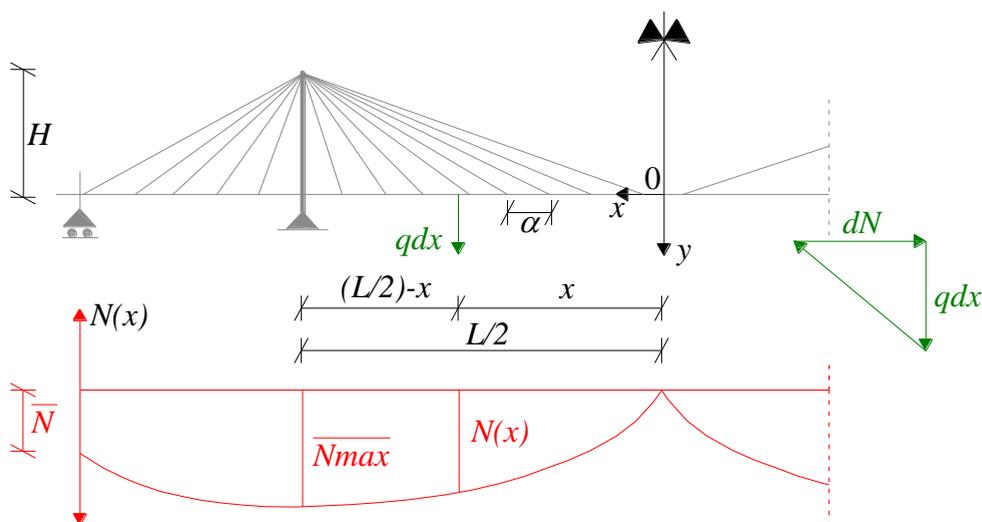


Figura 4.2: Andamento dello sforzo normale sull'impalcato di ponte con distribuzione degli stralli a ventaglio

## 4.1 Tipologie costruttive dei ponti strallati

La realizzazione dei ponti di grande luce richiede modalità costruttive molto complesse basate sull'assemblaggio successivo di elementi prefabbricati. Le attrezzature impiegate, a causa della notevole mole, obbligano ad una realizzazione a sbalzo dell'impalcato e degli stralli in modo da ritrovare, in ogni istante, mediante un sistematico controllo degli sforzi, l'equilibrio delle strutture parziali man mano realizzate. In particolare, nel caso di schemi a tre luci, la realizzazione del ponte avviene a sbalzo, in maniera simmetrica rispetto alle pile, in modo da minimizzare i momenti agenti sull'impalcato.

Un distanziamento ridotto degli stralli consente la riduzione del peso e del costo delle attrezzature di montaggio, nonché il miglioramento del comportamento statico della struttura, ma anche un aumento dei costi relativi agli ancoraggi dei cavi alle pile ed all'impalcato.

Nella progettazione dei ponti strallati, dunque, la scelta delle tipologie strutturali deve essere regolata da considerazioni tecniche, economiche ed estetiche in relazione anche ai sistemi e ai materiali di costruzione impiegati.

Di seguito vengono individuati (Fig. 4.3) e brevemente descritti gli elementi strutturali tipici dei ponti strallati.

Caratteristica comune a diverse tipologie di ponte strallato è il sistema strutturale stralli-impalcato autoancorato, per il quale l'ormeggio degli stralli posti a

monte delle antenne fa capo allo stesso impalcato. In questo modo è evitato il cosiddetto ormeggio al suolo, che richiede blocchi di ancoraggio di dimensioni e costi notevoli, tipici dei ponti sospesi.

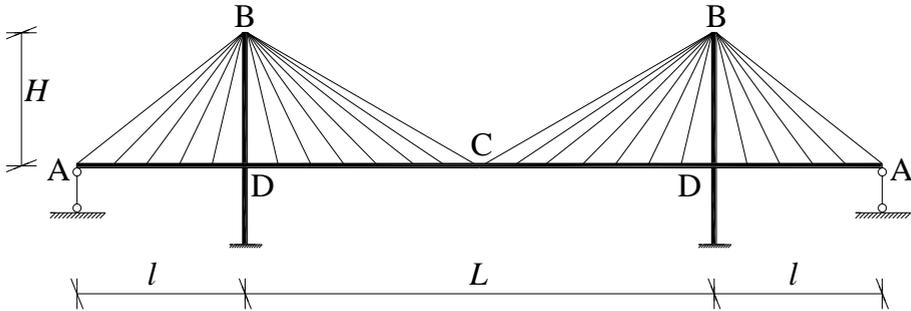


Figura 4.3: Tipologie costruttive dei ponti strallati

Con riferimento allo schema di ponte rappresentato in Fig. 4.3, si vuole analizzare, in relazione ai vincoli ricorrenti, il comportamento della struttura sotto l'effetto dei carichi.

In corrispondenza delle sezioni di riva (punti A) si hanno dei pendoli sempre tesi che devono presentare una lunghezza tale da evitare la formazione di sforzi di entità notevole sull'impalcato a seguito degli spostamenti subiti dalla travata irrigidente. Tali vincoli non devono avere una lunghezza elevata per evitare che degli eventuali allungamenti elastici possano provocare degli spostamenti verticali eccessivi in corrispondenza dei punti estremi dell'impalcato.

Nei punti B confluiscono gli stralli relativi a metà ponte. Teoricamente, nel medesimo punto, come vincolo, può essere pensata una cerniera; in pratica si ha invece un nodo con caratteristiche costruttive molto particolari che può essere realizzato sia in acciaio, sia in cemento armato.

Gli incastri scorrevoli posti in mezzzeria contrastano gli effetti generati dalle variazioni termiche. Una variazione termica può causare l'insorgere di forze orizzontali in testa alle pile, e forze assiali nell'impalcato. Tali sforzi sono tollerabili quando il valore della rigidezza flessionale delle pile sono tali da conferire ai piloni un'adeguata rigidezza ed alla struttura una buona condizione di stabilità elastica.

Nei punti D si introducono dei vincoli supplementari di tipo viscoso che reagiscono a sforzi dinamici di breve durata.

I vincoli posti nei punti A, B, C, riescono ad assorbire variazioni termiche uniformi e forze da frenatura consentendo, di conseguenza, delle deformazioni tollerabili nel piano longitudinale. Gli stessi vincoli tuttavia non limitano in maniera adeguata le deformazioni prodotte, in condizione di esercizio, dalle azioni sismiche orizzontali agenti nel piano longitudinale e dalle forze da frenatura nel caso di ponti ferroviari. Se non si introducessero i vincoli ausiliari in D, sulla sommità delle pile si avrebbero notevoli forze longitudinali che trasmetterebbero sulle fondazioni, momenti flettenti agenti nel piano longitudinale di entità notevole. Questi vincoli sono di natura viscosa quindi funzionano come rigidi se l'azione dinamica è improvvisa e come scorrevoli se lo sforzo applicato agisce con intensità costante per un tempo abbastanza lungo.

Infine, per contrastare le azioni trasversali quali vento e sisma, in corrispondenza delle quattro pile si inseriscono degli appoggi scorrevoli longitudinalmente che reagiscono nel piano orizzontale in direzione normale all'asse dell'impalcato.

Le sottostrutture comprendono gli elementi strutturali del ponte che si sviluppano al di sotto dell'impalcato, quindi le fondazioni e le parti in elevazione costruite fino al livello della travata irrigidente. Nello schema rappresentato in *Fig. 4.3* le antenne partono direttamente dalle fondazioni e si elevano prevalentemente al di sopra dell'impalcato; nonostante ciò tali elementi vengono comunque classificati come sottostrutture, in quanto il complesso stralli-impalcato forma una travatura reticolare appesa alla testa delle antenne e vincolata con dei pendoli verticali negli ormeggi. Tutte le sottostrutture, sia quelle convenzionali, sia quelle reali, sono realizzate, prevalentemente per motivi economici, in cemento armato. Per ridurre il carico sulle fondazioni, si possono prevedere, in alternativa, antenne ed impalcato in materiale metallico.

Gli impalcati dei ponti strallati, pur potendo presentare diverse forme, devono avere caratteristiche tali da riuscire ad assorbire la pressoflessione deviata prodotta dai carichi verticali e dal vento, e la torsione legata agli eventuali carichi accidentali posti in posizione eccentrica rispetto all'asse dell'impalcato.

Sono preferibili, al fine di ridurre gli effetti legati all'azione del vento, sezioni chiuse, con altezza ridotta.

## 4.2 La statica dei ponti strallati

Si esamina ora il comportamento statico di uno schema di ponte strallato a ventaglio sotto l'azione sia dei carichi permanenti che dei carichi accidentali. Si consideri uno schema a ventaglio simmetrico, privo di vincoli orizzontali sulla travata e caratterizzato da una distribuzione continua di stralli ( $\Delta/L \ll 1$ ) (Fig. 4.4 a). Il comportamento statico di tale schema è molto simile a quello di una struttura reticolare in cui lo stato di tensione è costituito da sforzi assiali negli stralli e nell'impalcato e da momenti di entità ridotta nella travata irrigidente.

La formulazione al continuo consente lo sviluppo di un modello strutturale che consente una sintetica comprensione dei principali aspetti del comportamento della struttura [34]. Un tale approccio consentirà di analizzare i principali aspetti tipici del funzionamento strutturale dei ponti strallati di grande luce, analizzati successivamente in dettaglio mediante il modello discreto proposto, sviluppato a sua volta con l'impiego del software agli elementi finiti COMSOL MULTIPHYSICS™.

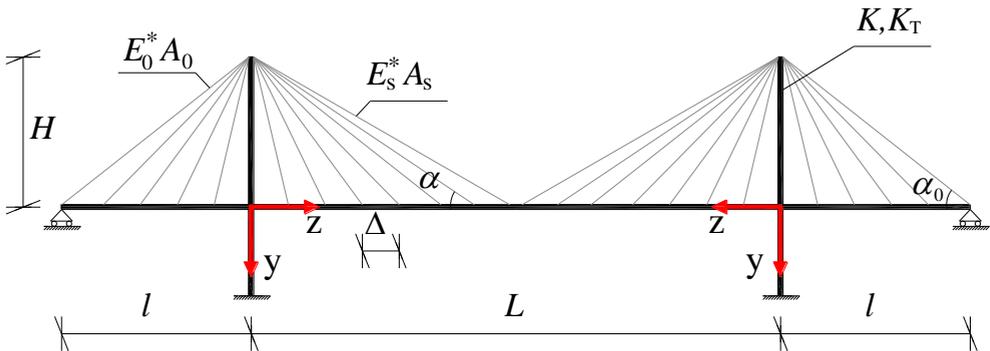


Figura 4.4 a: Schema strutturale di un ponte strallato

Con riferimento alla Fig. 4.4, si individuano i seguenti parametri:

- $H$ : altezza delle pile al di sopra della travata;
- $L$ : luce campata centrale;
- $l$ : luce campate laterali;
- $\Delta$ : passo degli stralli;
- $\alpha$ : inclinazione del generico strallo rispetto all'orizzontale;
- $l$ : luce campate laterali;

- $\Delta$ : passo degli stralli;
- $\alpha$ : inclinazione del generico strallo rispetto all'orizzontale;
- $A_s$ : area del generico strallo;
- $A_0$ : area dello strallo di ormeggio;
- $J$ : momento di inerzia flessionale della travata;
- $K$ : rigidezza flessionale delle pile nel piano longitudinale;
- $K_t$ : rigidezza torsionale delle pile;
- $E^*$ : modulo di Dischinger.

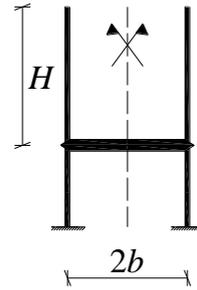


Figura 4.4 b: Sezione trasversale di un ponte strallato

Di seguito si analizza lo stato di tensione e deformazione dello schema di ponte strallato sia per azione dei carichi permanenti che di quelli accidentali. Viene impiegato un modello continuo del ponte che consente di sviluppare per via analitica le equazioni di equilibrio elastico governanti il problema [34, 43, 44].

#### 4.2.1 Comportamento statico sotto l'azione dei carichi permanenti

Si esamina preliminarmente il comportamento statico dei ponti strallati sotto l'azione dei carichi permanenti (peso proprio della travata, della sovrastruttura, della pavimentazione e dei materiali di completamento).

E' da osservare che, secondo i più comuni sistemi di costruzione dei ponti strallati si procede con un montaggio successivo dei conci e con un sistematico controllo degli sforzi negli stralli e nell'impalcato in modo tale che la configurazione finale della travata sia praticamente rettilinea e priva di momenti flettenti. Gli sforzi nella struttura prodotti dai carichi permanenti possono essere calcolati con riferimento ad uno schema statico equivalente caratterizzato da cerniere nei nodi, che assimila il ponte ad una travatura reticolare caratterizzata, quindi, da sforzi assiali in prevalenza.

Con riferimento al sistema adottato (Fig. 4.4) le equazioni di equilibrio orizzontale e verticale sono:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dz} + n \cos \alpha = 0 \\ g - n \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

dove:

- $N$  rappresenta lo sforzo normale nella travata,
- $N_s$  rappresenta lo sforzo normale nel generico strallo,
- $n$  rappresenta lo sforzo distribuito nella cortina continua degli stralli, il cui valore è:

$$n = \frac{N_s}{\Delta}. \quad (4.8)$$

Introducendo l'ascissa adimensionale:

$$\zeta = \frac{z}{H};$$

con riferimento alla *Fig 4.4*, si ha:

$$\sin \alpha = (1 + \zeta^2)^{-\frac{1}{2}}; \quad \cos \alpha = \zeta (1 + \zeta^2)^{-\frac{1}{2}}; \quad (4.9)$$

e le (4.7) assumono la seguente forma:

$$\begin{cases} \frac{dN}{d\zeta} + nH \cos \alpha = 0 \\ g - n \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Dalla seconda delle (4.10) si ricava:

$$n = \frac{g}{\sin \alpha} = g (1 + \zeta^2)^{1/2} = n(\zeta); \quad (4.11)$$

sostituendo la (4.11) nella prima delle (4.10), si ottiene:

$$\frac{dN}{d\zeta} = -gH\zeta. \quad (4.12)$$

Integrando, quindi, la (4.12) ed osservando che in mezzzeria risulta, per modalità costruttiva:

$$N\left(\zeta = \frac{L}{2H}\right) = 0; \quad (4.13)$$

si ricava:

$$N(\zeta) = g \frac{H}{2} \left[ \left( \frac{L}{2H} \right)^2 - \zeta^2 \right]. \quad (4.14)$$

Il tiro  $N_0$  nello strallo di ancoraggio vale:

$$N_0 = \frac{N\left(-\frac{l}{H}\right)}{|\cos \alpha_0|}; \quad (4.15)$$

e cioè, tenendo conto della (4.13):

$$N_0 = \frac{gl}{2} \left[ 1 + \left( \frac{l}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ \left( \frac{L}{2l} \right)^2 - 1 \right]. \quad (4.16)$$

Le reazioni degli appoggi laterali  $R_l$  e alle pile  $R_p$  valgono:

$$R_l = \frac{gl}{2} \left[ \left( \frac{L}{2l} \right)^2 - 1 \right]; \quad (4.17)$$

$$R_p = \frac{gl}{2} \left( \frac{L}{2l} + 1 \right)^2. \quad (4.18)$$

#### 4.2.2 Comportamento statico sotto l'azione dei carichi accidentali

A seguito dell'applicazione dei carichi accidentali sull'impalcato si genera un incremento di tensione e di deformazione che determina una nuova configurazione di equilibrio. Trascurando la deformabilità estensionale dell'impalcato e delle torri, la deformazione addizionale del ponte, connessa con i carichi accidentali, può essere valutata mediante i seguenti parametri (*Fig. 4.5*):

- spostamenti verticali  $v(z)$  della travata;
- spostamento rigido orizzontale  $w$  della travata;
- spostamento elastico orizzontale  $u$  delle teste delle pile.

Il ponte presenta una struttura simmetrica, le pile non sono connesse alla travata e quest'ultima non ha vincoli orizzontali. L'equilibrio alla traslazione orizzontale della travata richiede, quindi, che le forze di taglio in testa ai piloni siano opposte; conseguentemente le pile devono flettersi in misura uguale o verso

l'interno o verso l'esterno della campata centrale a seconda che predominino i carichi agenti sulla campata centrale o su quelle laterali.

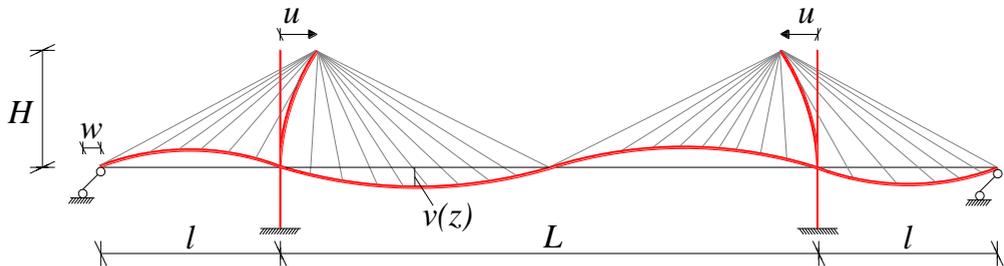


Figura 4.5: Deformata derivante dall'applicazione del carico accidentale

Le caratteristiche del ponte, nell'ipotesi di stralli uniformemente distribuiti lungo la travata, sono definite dai seguenti parametri:

- parametri geometrici:  $L, l, H$ ;
- inerzia flessionale della travata:  $I$ ;
- valore di progetto della tensione negli stralli sotto carichi permanenti:  $\sigma_g$ .
- valore di progetto della tensione nello strallo di ormeggio sotto carichi permanenti:  $\sigma_{g0}$ .

Le aree delle sezioni trasversali degli stralli e dei cavi di ormeggio sono calcolate in funzione delle tensioni di progetto  $\sigma_g$  sotto carichi permanenti, esse valgono rispettivamente, con riferimento ad una modellazione piana del ponte:

$$A_s = \frac{g\Delta}{\sigma_g \sin \alpha}; \quad (4.19)$$

$$A_0 = \frac{gl}{2\sigma_g} \left[ 1 + \left( \frac{l}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ \left( \frac{L}{2l} \right)^2 - 1 \right]. \quad (4.20)$$

Nell'ipotesi di distribuzione uniforme degli stralli sulla travata e con riferimento ai parametri individuati in Fig. 4.5 si scrivono le espressioni delle forze distribuite (verticali e orizzontali) trasmesse dagli stralli sulla travata:

$$q_v = \frac{E^* A_s}{H\Delta} \left[ -v \sin^3 \alpha + (u \mp w) \sin^2 \alpha \cos \alpha \right]; \quad (4.21)$$

$$q_o = \frac{E^* A_s}{H \Delta} \left[ \mp v \sin^2 \alpha \cos \alpha - (\mp u + w) \sin \alpha \cos^2 \alpha \right]; \quad (4.22)$$

dove il segno  $-$  o  $+$  è relativo agli stralli di sinistra o di destra rispettivamente, rispetto alla mezzeria del ponte.

Le equazioni (4.21) e (4.22) caratterizzano l'interazione tra stralli e impalcato e consentono di scrivere le equazioni di equilibrio del ponte (travata, piloni) in funzione dei tre parametri di spostamento  $v$ ,  $u$ ,  $w$ , (Fig. 4.8). In particolare si ha:

a) equilibrio flessionale della travata:

$$EIv^{IV} = q_v + p; \quad (4.23)$$

dove  $p$  è il carico accidentale e  $q_v$  è l'azione verticale degli stessi sulla travata.

b) equilibrio pila di sinistra:

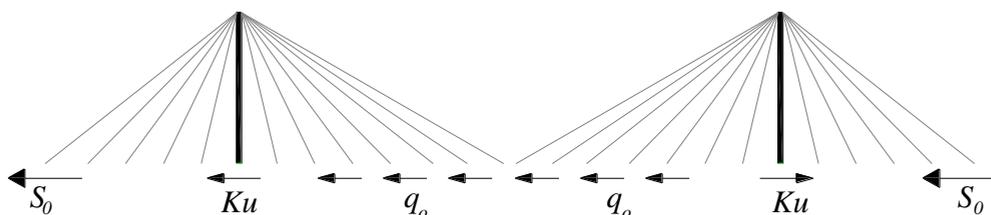
$$\int_s -q_o dz - Ku - S_0 = 0; \quad (4.24)$$

c) equilibrio pila di destra:

$$\int_D -q_o dz + Ku - S_0 = 0. \quad (4.25)$$

Per la (4.24) e (4.25) valgono le seguenti assunzioni:

- l'integrale va esteso a tutti gli stralli appartenenti alla parte sinistra o destra del ponte, rispettivamente;
- $q_o$  è l'azione orizzontale degli stralli sulla travata ed è espressa dalla (4.22);
- $S_0$  è la componente orizzontale dello sforzo nei cavi di ormeggio;
- $K$  è la rigidezza flessionale alla testa dei piloni.



Il valore di  $S_0$  è espresso dalla seguente relazione:

$$S_0 = -(w \mp u) \frac{E_0^* A_0}{H} \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0. \quad (4.26)$$

Al fine di adimensionalizzare le equazioni di equilibrio, si introducono le seguenti quantità adimensionali:

$$U = \frac{u}{H}; \quad V = \frac{v}{H}; \quad W = \frac{w}{H}; \quad (4.27)$$

$$\varepsilon^* = \left( \frac{4I\sigma_g}{H^3 g} \right)^{1/4}; \quad (4.28)$$

$$a = a(\zeta) = \frac{\gamma^2 E H^2}{12\sigma_g^3(\zeta)}; \quad (4.29)$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{1}{(1+a\zeta^2)(1+\zeta^2)}; \quad (4.30)$$

$$P(\zeta) = \frac{p(\zeta)\sigma_g}{Eg}. \quad (4.31)$$

Le equazioni di equilibrio (4.23), (4.24) e (4.25) possono essere riscritte quindi nella seguente forma adimensionalizzata [34, 43, 44]:

$$\frac{\varepsilon^{*4}}{4} V^{IV} + \varphi(\zeta)V + \zeta\varphi(\zeta)(\pm W - U) = P(\zeta); \quad (4.32)$$

$$\rho W - (\rho + \chi)U + \int_S \zeta \varphi V d\zeta = 0; \quad (4.33)$$

$$\rho W + (\rho + \chi)U - \int_D \zeta \varphi V d\zeta = 0; \quad (4.34)$$

dove:

$$\rho = \int_S \frac{\cos^2 \alpha}{1+a\zeta^2} d\zeta + \chi_0; \quad (4.35)$$

$$\chi_0 = \frac{E_0^* A_0}{E} \frac{\sigma_g}{gH} \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0, \quad \chi = \frac{K\sigma_g}{Eg}. \quad (4.36)$$

Il parametro  $\varepsilon^*$ , che caratterizza l'equazione di equilibrio adimensionalizzata della travata, risulta di fondamentale importanza per la risoluzione del sistema di equazioni (4.32), (4.33) e (4.34). Esso, infatti, può facilmente essere interpretato come rapporto tra la rigidezza flessionale della travata e la rigidezza estensionale degli stralli. Tale parametro, come si può notare facilmente, nei ponti di grande luce assume valori molto contenuti (0.1, 0.2) e questo aspetto determina il prevalente comportamento reticolare del ponte. Infatti quest'ultimo sarà maggiormente simile a quello di una struttura reticolare quanto più piccolo è valore di  $\varepsilon^*$ .

Si preferisce, a causa della notevole difficoltà nella determinazione della soluzione esatta, procedere fornendo una soluzione approssimata del sistema individuato dalle (4.32), (4.33) e (4.34).

Data una distribuzione di carico  $P(\zeta)$  la soluzione generale  $U, V, W$  delle equazioni di equilibrio viene espressa dalle relazioni:

$$\begin{aligned} U &= U_0 + U_1; \\ V &= V_0 + V_1; \\ W &= W_0 + W_1; \end{aligned}$$

dove  $U_0, V_0, W_0$  è una soluzione particolare del sistema di equazioni e  $U_1, V_1, W_1$  è l'integrale generale del sistema omogeneo. La soluzione è esatta nell'ipotesi in cui  $\varepsilon^*$  sia molto piccolo, ( $\varepsilon^* \rightarrow 0$ ).

Una soluzione approssimata  $U_0, V_0, W_0$  può essere ottenuta ponendo  $\varepsilon=0$  nelle equazioni di equilibrio (4.32), (4.33), (4.34), che assumono la forma:

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi(\zeta)V_0 + (\pm W_0 - U_0)\zeta\varphi(\zeta) &= P(\zeta) \\ \rho W_0 - (\rho + \chi)U_0 + \int_S \zeta\varphi V_0 d\zeta &= 0 \\ \rho W_0 + (\rho + \chi)U_0 - \int_D \zeta\varphi V_0 d\zeta &= 0 \end{aligned} \right. \quad (4.37)$$

Dal sistema (4.37) è possibile determinare il valore di  $V_0, U_0$  e  $W_0$  in funzione di  $P$ :

$$W_0 = \frac{1}{2\chi_0} \left( -\int_s \zeta P(\zeta) d\zeta + \int_D \zeta P(\zeta) d\zeta \right); \quad (4.38)$$

$$U_0 = \frac{1}{2(\chi_0 + \chi)} \left( \int_s \zeta P(\zeta) d\zeta + \int_D \zeta P(\zeta) d\zeta \right); \quad (4.39)$$

$$V_0(\zeta) = (U_0 \mp W_0)\zeta + \frac{P(\zeta)}{\varphi(\zeta)}. \quad (4.40)$$

Quindi le (4.38)-(4.39)-(4.40) forniscono l'integrale particolare del sistema di equazioni di equilibrio del ponte.

Una soluzione approssimata  $U_I, V_I, W_I$  del sistema omogeneo, ottenuto ponendo  $\varepsilon^*=0$  nelle equazioni di equilibrio (4.32, 4.33, 4.34), può essere determinata utilizzando per  $V_I$  delle espressioni simili allo schema di trave su suolo elastico:

$$V_1(\zeta) = c_1 e^{-f(\zeta)} \sin f(\zeta) + c_2 e^{-f(\zeta)} \cos f(\zeta) + c_3 e^{f(\zeta)} \sin f(\zeta) + c_4 e^{f(\zeta)} \cos f(\zeta); \quad (4.41)$$

dove  $f(\zeta)$  è un'opportuna funzione legata alla rigidezza  $\varepsilon^*$  della travata e alla rigidezza  $\varphi(\zeta)$  degli stralli, assunta come:

$$\varphi(\zeta) = \frac{1}{\varepsilon^*} \int_0^\zeta \varphi^{1/4}(\zeta) d\zeta.$$

E' possibile dimostrare che [34] a meno di termini di ordine  $\varepsilon^*$ , si ha:

$$U_1 = W_1 = 0; \quad (4.42)$$

In definitiva si può affermare che la parte principale della soluzione è rappresentata dalla soluzione reticolare  $U_0, V_0, W_0$  e che la soluzione omogenea  $U_I=0, W_I=0, V_I \neq 0$  è di natura locale e interessa solo la travata, contribuendo a ripristinare la congruenza delle deformazioni flessionali, violata dalla soluzione reticolare.

Al fine di analizzare la deformabilità dello schema strallato, si vuole determinare il massimo spostamento in mezzzeria che si verifica quando la campata centrale è interamente sollecitata dal carico accidentale (Fig. 4.6).

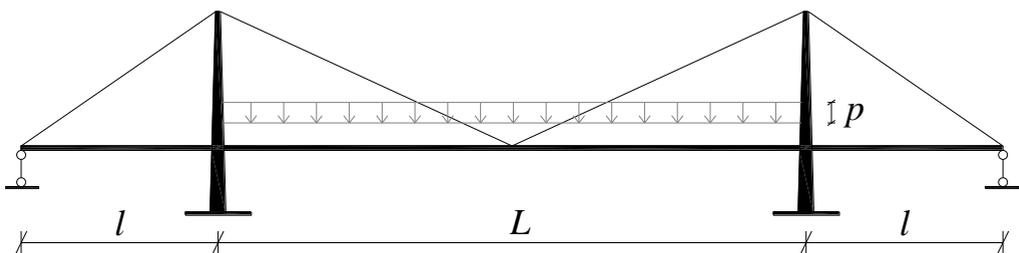


Figura 4.6: Schema strutturale di un ponte strallato con distribuzione uniforme del carico accidentale sulla campata centrale

Data la simmetria strutturale e di carico, la soluzione reticolare dominante è espressa:

$$\begin{aligned}
 W_0 &= 0; \\
 U_0 &= \frac{P}{\chi_0 + \chi} \int_0^{L/2H} \zeta d\zeta = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \frac{P}{\chi_0 + \chi}; \\
 V_0(\zeta) &= P \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \frac{1}{\chi_0 + \chi} \zeta + (1 + a\zeta^2)(1 + \zeta^2) \right]. \quad (4.43)
 \end{aligned}$$

Per determinare la soluzione del problema, supponendo che  $\varepsilon^*$  sia sufficientemente piccolo, l'integrale del problema omogeneo della parte centrale del ponte è espresso come segue:

$$\begin{aligned}
 U_1 = W_1 &= 0; \quad (4.44) \\
 V_1(\zeta) &= c_1 e^{[-f(\zeta)]} \sin f(\zeta) + c_2 e^{[-f(\zeta)]} \cos f(\zeta);
 \end{aligned}$$

dove:

$$f(\zeta) = \frac{1}{\varepsilon^*} \int_{\xi}^{L/2H} \varphi^{1/4} d\zeta. \quad (4.45)$$

Le due costanti di integrazione  $c_1$  e  $c_2$  si ricavano mediante le condizioni al contorno:

$$V' \left( \frac{L}{2H} \right) = V''' \left( \frac{L}{2H} \right) = 0; \quad (4.46)$$

dove:

$$V(\zeta) = V_0(\zeta) + V_1(\zeta); \quad (4.47)$$

dopo alcuni passaggi e alcuni approssimazioni si ottiene [40]:

$$c_1 = \frac{\varepsilon^*}{2} V_0' \left( \frac{L}{2H} \right) \varphi^{-1/4} \left( \frac{L}{2H} \right); \quad c_2 = -c_1. \quad (4.48)$$

Quindi si ricava:

$$\begin{aligned} V(\zeta) = P & \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \frac{1}{\chi_0 + \chi} \zeta + (1 + a\zeta^2)(1 + \zeta^2) \right] \\ & + P \frac{\varepsilon}{2\varphi^{1/4}} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \frac{1}{\chi_0 + \chi} + 2(1+a) \frac{L}{2H} + 4a \left( \frac{L}{2H} \right)^3 \right]. \\ & \left\{ e^{[-f(\xi)]} \sin f(\zeta) - e^{[-f(\xi)]} \cos f(\zeta) \right\}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

In definitiva, lo spostamento massimo al centro della campata ( $\zeta=L/2H$ ) vale:

$$\begin{aligned} \delta = V \left( \frac{L}{2H} \right) = P & \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{L}{2H} \right)^3 \frac{1}{\chi_0 + \chi} + \left( 1 + a \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \right) \left( 1 + \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \right) \right] \\ & - P \frac{\varepsilon^*}{\varphi^{1/4}} \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{L}{2H} \right)^2 \frac{1}{\chi_0 + \chi} + (1+a) \frac{L}{2H} + 2a \left( \frac{L}{2H} \right)^3 \right]. \end{aligned} \quad (4.50)$$

L'espressione sopra riportata fa riferimento al modulo tangente di Dishinger per gli stralli. Si può più concretamente considerare il modulo secante di Dishinger sostituendo il parametro  $a$  con:

$$\bar{a} = a \frac{1 + \beta}{2\beta^2}; \quad (4.51)$$

dove:

$$\beta = \frac{\sigma_{(g+p)}}{\sigma_g} = \frac{\sigma_{am}}{\sigma_g} = 1 + \frac{p}{g}. \quad (4.52)$$

Mentre per quanto attiene gli stralli di ormeggio, il parametro di rigidezza  $\chi_0$  va valutato sulla base del modulo secante:

$$E_{s0}^* = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l^2 E}{12 \sigma_{g0}^3} \frac{1 + \beta_0}{2 \beta_0^2}}; \quad (4.53)$$

con:

$$\beta_0 = \frac{\sigma_{(g+p)}}{\sigma_g} = \frac{\sigma_{am}}{\sigma_g} = 1 + \frac{p}{g} \frac{\left(\frac{L}{2l}\right)^2}{\left(\frac{L}{2l}\right)^2 - 1}. \quad (4.54)$$

### 4.2.3 Comportamento statico sotto carichi torcenti

Si analizza ora il comportamento statico di un ponte strallato soggetto ad azioni di tipo torcente. Si assume che la travata sia vincolata in modo da impedire spostamenti orizzontali ortogonali all'asse, si suppone che la sezione retta dell'impalcato abbia un asse di simmetria verticale e si procede valutando la risposta degli stralli con il modulo di Dischinger tangente in modo tale che gli sforzi flessionali e torsionali possano essere esaminati separatamente. E' evidente infatti che, poiché gli stralli rispondono diversamente ad un incremento positivo o negativo di sforzo, in ambito non-lineare la torsione e l'inflessione dell'impalcato danno luogo ad equazioni accoppiate.

Sotto l'effetto dei carichi torcenti lo spostamento assiale della travata è nullo e per ciascuna pila gli spostamenti assiali delle antenne sono paralleli all'asse del ponte ed a due a due opposti (*Fig. 4.7*).

La deformazione del ponte è definita mediante la rotazione torsionale dell'impalcato  $\mathcal{G}(z)$  e le rotazioni  $\psi_s$  e  $\psi_D$  delle teste dei piloni.

Gli spostamenti verticali  $v(z)$  dei punti che connettono gli stralli alla travata e gli spostamenti orizzontali  $u_s$  e  $u_D$  dei piloni sono espressi come:

$$v(z) = \pm \mathcal{G}(z) b; \quad (4.71)$$

$$\begin{aligned} u_s &= \psi_s b; \\ u_D &= \psi_D b. \end{aligned} \quad (4.72)$$

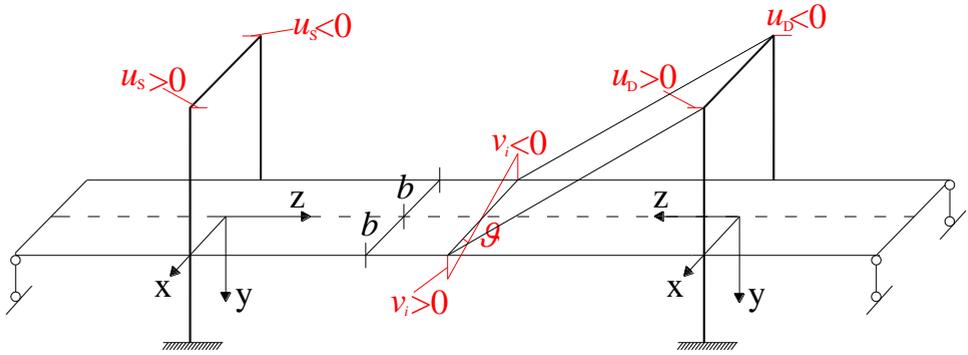


Figura 4.7: Schema strutturale di un ponte strallato soggetto ad azioni torcenti

Nell'ipotesi di distribuzione continua degli stralli, l'equazione di equilibrio alla rotazione della travata è fornita dalla seguente espressione:

$$C_t \vartheta'' = \frac{dM_t}{dz} = -(m_s + m_t); \quad (4.73)$$

dove:

- $C_t$  è la rigidezza torsionale della travata;
- $M_t$  è il momento torcente;
- $m_t$  è la coppia torcente esterna;
- $m_s$  è la coppia torcente per unità di lunghezza trasmessa alla travata dalla doppia cortina di stralli.

Se  $q_v$  e  $q_o$  sono le componenti verticali e orizzontali delle azioni che gli stralli trasmettono all'impalcato, si possono scrivere le seguenti espressioni delle coppie per unità di lunghezza:

$$\begin{aligned} m_s &= 2bq_v; \\ m_f &= 2bq_o; \end{aligned} \quad (4.74)$$

dove  $m_f$  è la coppia flessionale nel piano  $xz$  per unità di lunghezza prodotta dai carichi  $\pm q_o$  applicati a  $x = \pm b$ .

Per il tratto di travata su cui agiscono gli stralli collegati all'antenna sinistra si ha:

$$\begin{aligned} q_v &= -v \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin^3 \alpha + u_s \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha; \\ q_0 &= -v \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha + u_s \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha; \end{aligned} \quad (4.75)$$

sostituendo nelle (4.74) si ottiene:

$$\begin{aligned} m_s &= -2bv \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin^3 \alpha + 2bu_s \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha; \\ m_f &= -2bv \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha + 2bu_s \frac{E^* A_s'}{H \Delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha; \end{aligned} \quad (4.76)$$

dove  $A_s'$  è l'area della sezione trasversale del singolo strallo. Tenendo conto della (4.71) e (4.72) ed essendo  $A_s' = A_s / 2$  le (4.76) diventano:

$$\begin{aligned} m_s &= -g \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^3 \alpha b^2 + \psi_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha b^2; \\ m_f &= -g \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha b^2 + \psi_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha b^2. \end{aligned} \quad (4.77)$$

La (4.73) può essere a questo punto scritta nella forma:

$$C_t g'' - \frac{b^2 E^* A_s}{H \Delta} \sin^3 \alpha g + b^2 \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha \psi_s = -m_t. \quad (4.78)$$

Alla (4.78) va associata l'equazione di equilibrio alla rotazione della estremità delle pile:

$$-\int_{-l}^{L/2} m_f dz - m_{f0} - \frac{K}{2} u_s 2b = 0; \quad (4.79)$$

dove:

- $m_{f0}$  è il contributo della coppia di stralli di ormeggio;
- $K = K/2$  è la rigidezza a traslazione delle due antenne costituenti la pila; la (4.79) si può esplicitare come segue:

$$\psi_s \left[ K_p + K_0 + \int_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha dz \right] = \int_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha \vartheta dz; \quad (4.80)$$

dove:

$$- K_0 = E_0^* A_0 \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0.$$

La (4.80) diventa allora:

$$\psi_s = \frac{1}{K_p + K_0 + \int_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha dz} \int_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha dz; \quad (4.81)$$

dove l'integrale è esteso alla parte sinistra del ponte.

Considerando la (4.81) la (4.78) fornisce l'equazione integro-differenziale che governa il problema della torsione:

$$C_t \vartheta'' - \left( b^2 \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^3 \alpha \right) \vartheta + \frac{b^2 \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha}{K_p + K_0 + \int_s \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha dz} \int_s \left( \frac{E^* A_s}{H \Delta} \sin^2 \alpha \cos \alpha \right) \vartheta dz = -m_t. \quad (4.82)$$

La precedente equazione di equilibrio si riferisce alla parte sinistra del ponte; ad essa va affiancata un'equazione simile per la parte destra del ponte al fine di determinare la rotazione  $\theta(z)$  sia per la parte sinistra che destra del ponte e le due rotazioni  $\psi_s$  e  $\psi_d$ .

Al fine di ottenere una soluzione approssimata del problema [34], in maniera analoga a quanto fatto nel caso della flessionale, si introducono la variabile adimensionale  $\zeta = z/l$  e le seguenti ulteriori quantità adimensionali:

$$\tau^2 = \frac{C_t \sigma_g}{Eb^2 Hg}; \quad \mu(\xi) = \frac{H \sigma_g}{b^2 E g} m_t(\zeta).$$

Le equazioni di equilibrio si scrivono quindi in forma adimensionale:

$$\tau^2 \mathcal{G}'' - \varphi \mathcal{G} - \frac{\zeta \varphi}{\rho + \chi} \int_s \mathcal{G} \zeta \varphi d\zeta = -\mu; \quad (4.83)$$

$$\psi_s = \frac{1}{\rho + \chi} \int_s \mathcal{G} \zeta \varphi d\zeta. \quad (4.84)$$

Si osserva ora che il valore di  $\tau$  per i ponti di grande luce è piccolo ( $\tau = 0.05-0.2$ ), per cui è possibile ottenere una soluzione approssimata simile a quella sviluppata per il caso della flessione [34].

Più precisamente, una soluzione approssimata delle equazioni di equilibrio (4.83), (4.84) può essere espressa come segue:

$$\mathcal{G}(\zeta) = \mathcal{G}_0(\zeta) + \mathcal{G}_1(\zeta); \quad \psi_s = \psi_s^0 + \psi_s^1; \quad (4.85)$$

dove  $\mathcal{G}_0$  e  $\psi_s^0$  è una soluzione particolare ottenuta ponendo  $\tau = 0$  nell'equazione di equilibrio della travata e  $\mathcal{G}_1$  e  $\psi_s^1$  è la soluzione generale approssimata delle equazioni omogenee di equilibrio ottenute ponendo  $\mu = 0$ .

In definitiva si ottiene la seguente espressione della soluzione reticolare:

$$\mathcal{G}_0(\zeta) = \frac{\mu(\zeta)}{\varphi(\zeta)} + \frac{\zeta}{\chi + \chi_0} \int_s \zeta \mu(\zeta) d\zeta; \quad (4.86)$$

$$\psi_s^0 = \frac{1}{\varphi + \chi} \int_s \zeta \mathcal{G}_0 \varphi d\zeta.$$

Mentre la soluzione omogenea è data da:

$$\begin{aligned} \psi_s^1 &= 0; \\ \mathcal{G}_1(\zeta) &= c_1 e^{-f(\zeta)} + c_2 e^{f(\zeta)}; \end{aligned} \quad (4.87)$$

con:

$$f(\zeta) = \frac{1}{\tau} \int_0^\zeta \varphi^{1/2} d\zeta.$$

Analogamente a quanto fatto per il caso flessionale, anche qui si applicano i risultati del modello continuo (4.86) e (4.87) per valutare la deformazione torsionale del ponte.

In particolare si considera il caso di ponte soggetto ad una coppia uniforme  $\mu_0$  sulla campata centrale e si assume che la stessa campata sia incastrata in corrispondenza dei due piloni.

Dalle equazioni (4.86) e (4.87), dopo alcuni passaggi, si ottiene la seguente espressione della rotazione torsionale in mezzeria [34]:

$$\begin{aligned} \vartheta\left(\frac{L}{2H}\right) = & \mu_0 \left( \frac{1}{\varphi(L/2H)} + \frac{1}{2} \frac{1}{\chi + \chi_0} \left(\frac{L}{2H}\right)^3 + \right. \\ & \left. - \frac{\tau}{\varphi^{1/2}(L/2H)} \cdot \left( \left(\frac{1}{\varphi}\right)'_{L/2H} + \frac{1}{2} \frac{1}{\chi + \chi_0} \left(\frac{L}{2H}\right)^2 \right) \right). \end{aligned} \quad (4.88)$$

### 4.3 Lo schema combinato di ponte strallato-sospeso

La tipologia di ponte misto nasce dalla combinazione dello schema strallato e dello schema sospeso e consente il superamento di luci di notevoli dimensioni. In particolare lo schema strutturale è costituito dal sistema di sospensione, caratterizzato dal cavo principale concavo e dai pendini verticali, al quale viene abbinato il sistema di strallatura con disposizione a ventaglio degli stralli. In generale, la scelta della tipologia di ponte strallato in luogo di quello sospeso e viceversa, è correlata a ragioni strutturali, economiche e pratiche:

- i procedimenti costruttivi che riguardano la realizzazione dei ponti strallati sono caratterizzati dalla costruzione a sbalzo della travata verso la mezzeria della campata centrale. Tali procedimenti generano spostamenti e rotazioni che nel complesso possono risultare molto pericolosi in quanto eccessivi. In questo caso, infatti, la realizzazione a sbalzo della travata, soggetta a stati di compressione assiale, può essere assoggettata ad una serie di problematiche che in genere rendono poco sicura la fase di costruzione dei ponti strallati. Al contrario, nella realizzazione dei ponti sospesi, il cavo principale garantisce l'annullamento degli spostamenti dell'impalcato durante le fasi di costruzione e la travata è caratterizzata da stati di pura trazione.

- i ponti strallati, rispetto a quelli sospesi, presentano, sotto carichi accidentali, buone caratteristiche in termini di rigidità, la qual cosa consente una riduzione notevole dei costi di realizzazione. I ponti sospesi, di contro, sono caratterizzati da un'elevata deformabilità e, specie nel caso dei ponti ferroviari, il loro impiego è fortemente limitato a luci non eccessive.

Lo schema strutturale dei ponti combinati garantisce dunque effetti positivi in quanto compensa i limiti di una tipologia con i vantaggi dell'altra e viceversa. In particolare, nel sistema combinato sono garantite ottimali caratteristiche di rigidità, è limitata la deformabilità della struttura mediante l'inserimento degli stralli e sono ridotte le problematiche connesse con la messa in opera. In particolare, il sistema di sospensione garantisce un processo di realizzazione più stabile e sicuro, mentre la strallatura consente il miglioramento generale delle caratteristiche di rigidità della struttura, specie sotto l'effetto dei carichi accidentali, quindi in fase di esercizio.

### 4.3.1 Schema sospeso: analisi del cavo orizzontale

#### 4.3.1.1 Cavo orizzontale soggetto a un carico uniforme

Si consideri il generico cavo mostrato in *Fig. 4.8* avente lunghezza della proiezione orizzontale pari a  $2l$  e soggetto all'azione di un carico uniformemente distribuito  $g$ . E' lecito ipotizzare che il cavo assumi una configurazione parabolica definita dalla seguente espressione:

$$y = \frac{f}{l^2} x(x - 2l); \quad (4.89)$$

dove  $f$  è la freccia del cavo in mezzzeria:

$$f = \frac{gl^2}{2H}; \quad (4.90)$$

nella (4.90):

- $l$  è la semi-lunghezza della proiezione orizzontale del cavo;
- $f$  è la freccia in corrispondenza del punto medio del cavo;
- $g$  è il carico agente;
- $H$  è la componente orizzontale del tiro.

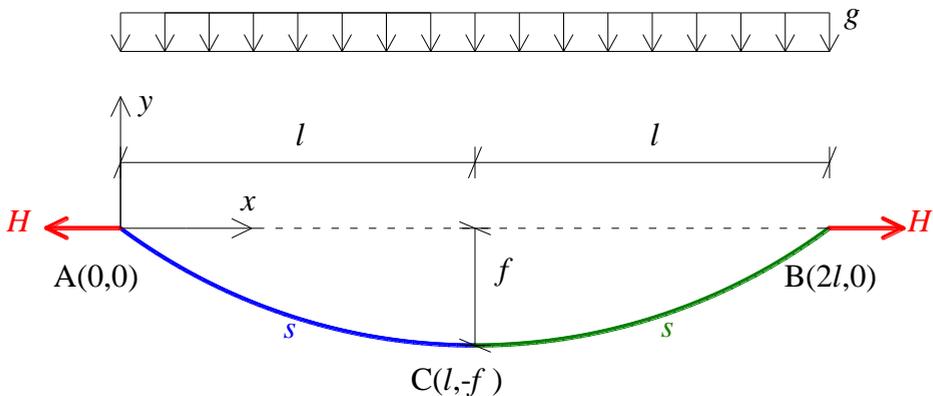


Figura 4.8: Cavo orizzontale soggetto a un carico permanente uniforme

La lunghezza "s" della porzione di cavo compreso tra il punto A e il punto C è definita dall'equazione:

$$s = l \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{l} \right)^2} + \frac{l}{4f} \operatorname{In} \left\{ \sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{l} \right)^2} + 2 \frac{f}{l} \right\} \right); \quad (4.91)$$

espandendo la (4.91) in serie si ottiene:

$$s = a \left[ 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 - \frac{2}{5} \left( \frac{f}{l} \right)^4 + \frac{4}{7} \left( \frac{f}{l} \right)^6 - \dots \right]; \quad (4.92)$$

considerando i primi due termini della (4.92) si ricava:

$$s = l \left[ 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right]; \quad (4.93)$$

per  $\frac{f}{l} \leq 0.2$  il valore della lunghezza espressa dalla (4.93) differisce da quello

esatto dello 0.1 %, mentre per  $\frac{f}{l} = 0.5$  la differenza tra il valore approssimato

e quello esatto risulta inferiore all'1.6%. Conseguentemente, per lo studio dei ponti sospesi, per i quali il rapporto  $f/l$  si aggira attorno a 0.2, la relazione approssimata (4.93), che fornisce la lunghezza  $s$  del cavo tra il punto A e il punto C, consente di ottenere dei risultati sufficientemente adeguati.

L'allungamento del cavo dovuto all'azione dei carichi permanenti è ottenuto mediante la deformazione elastica di un punto del cavo ( $\varepsilon(x)$ ):

$$\Delta s = \int_0^l \varepsilon(x) \frac{\partial s}{\partial x} dx = \frac{H}{EA} \int_0^l \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] dx; \quad (4.94)$$

poiché risulta:

$$H = \frac{gl^2}{2f};$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2f(x-l)}{l^2};$$

la (4.94) diventa:

$$\Delta s = \frac{gl^2}{EA} \left( \frac{l}{2f} + \frac{2f}{3l} \right). \quad (4.95)$$

In secondo luogo si supponga che il cavo sia soggetto oltre che a un carico permanente ( $g$ ) anche a un carico accidentale ( $p$ ), e siano  $2\delta$  e  $\Delta t$  rispettivamente uno spostamento orizzontale imposto al cavo e una variazione di temperatura (Fig. 4.9). La geometria del cavo è definita in questo caso mediante la seguente espressione:

$$(1 - \beta\Delta t)(l - \delta) \left[ 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{f_2}{l - \delta} \right)^2 \right] - \frac{(g + p)(l - \delta)^2}{EA} \\ \left( \frac{l - \delta}{2f_2} + \frac{2f_2}{3(l - \delta)} \right) = l \left[ 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right] - \frac{gl^2}{EA} \left( \frac{l}{2f} + \frac{2f}{3l} \right); \quad (4.96)$$

poiché  $\delta$  è molto piccolo rispetto a  $l$  e  $\beta\Delta t$  è piccolo rispetto a 1, la (4.96) può essere scritta nella seguente forma:

$$\left( \frac{f_2}{l} \right)^3 - \frac{(g + p)l}{EA} \left( \frac{f_2}{l} \right)^2 + \left[ \frac{ga}{EA} \left( \frac{f}{l} + \frac{3l}{4f} \right) - \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right] \\ - 1.5 \left( \frac{\delta}{l} + \beta\Delta t \right) \left] \frac{f_2}{l} - \frac{3(g + p)l}{4EA} = 0. \quad (4.97)$$

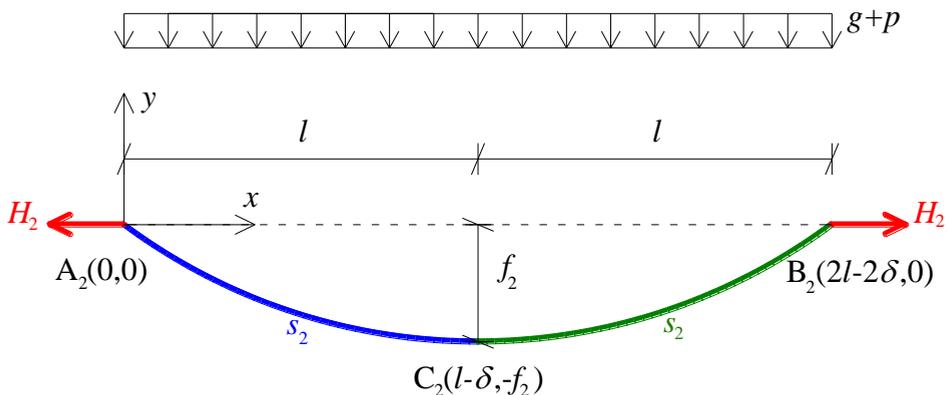


Figura 4.9: Cavo orizzontale soggetto a un carico uniforme, a uno spostamento imposto e a una variazione termica

Dalla (4.97) è possibile determinare la freccia in mezzzeria del cavo ( $f_2$ ), sotto l'azione dei carichi accidentali e dei carichi permanenti.

Nell'ipotesi in cui la freccia  $f_2$  differisca dalla freccia  $f$  relativa al caso in cui sono applicati i soli carichi permanenti, per lo spostamento verticale del cavo in corrispondenza del punto medio ( $\delta_y$ ), si può scrivere:

$$f_2 = f + \delta_y;$$

si ricava infine l'espressione della componente orizzontale del tiro agente sul cavo:

$$H_2 = \frac{(g + p)l^2}{2f_2}. \quad (4.98)$$

#### 4.3.1.2 Cavo orizzontale soggetto a un carico non-uniforme

Si consideri un cavo orizzontale con lunghezza della proiezione orizzontale pari a  $2l$  soggetto all'azione di un carico permanente distribuito uniformemente e di un carico accidentale non uniforme.

In particolare, si considerano due differenti condizioni di carico:

- distribuzione di carico simmetrica caratterizzata dal carico permanente ( $g$ ) distribuito su tutto il cavo e dal carico accidentale ( $p$ ) applicato sulla parte centrale del cavo (Fig. 4.10);
- distribuzione di carico asimmetrica caratterizzata dal carico permanente ( $g$ ) distribuito su tutto il cavo e dal carico accidentale ( $p$ ) applicato su metà della lunghezza del cavo (Fig. 4.11);

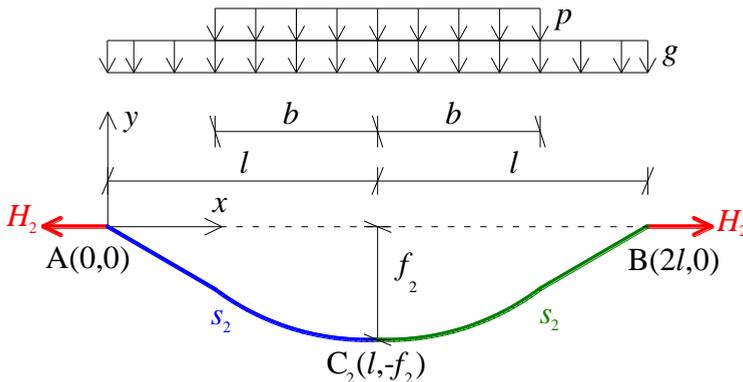


Figura 4.10: Cavo orizzontale soggetto a un carico simmetrico non uniforme

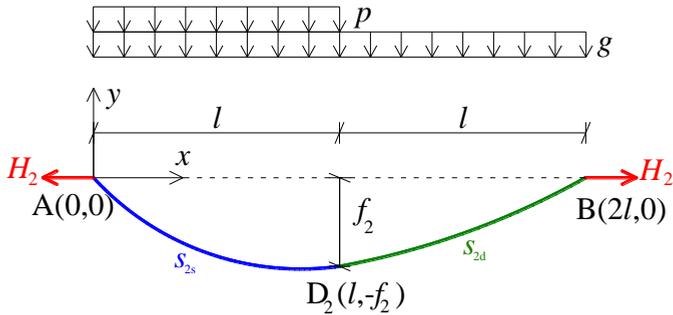


Figura 4.11: Cavo orizzontale soggetto a un carico asimmetrico non uniforme

Per il caso di carico (a) la configurazione assunta dal cavo è descritta dalle seguenti equazioni:

$$y = \begin{cases} \frac{gx^2 - 2(gl + pb)x}{gl^2 + pb(2l - b)} f_2 & 0 \leq x \leq l - b \\ \frac{gx^2 - 2(gl + pb)x + p(x + b - l)^2}{gl^2 + pb(2l - b)} & l - b \leq x \leq l \end{cases} \quad (4.99)$$

dove:

- g sono i carichi permanenti;
- p sono i carichi accidentali;
- $f_2$  è la freccia del cavo soggetto all'azione dei carichi permanenti e accidentali;
- l è la semi-lunghezza della proiezione orizzontale del cavo;
- b è la semi-lunghezza del tratto di cavo su cui insistono i carichi accidentali.

Con riferimento alla Fig. 4.10 si può scrivere:

$$s_2 - \Delta s_2 = s - \Delta s; \quad (4.100)$$

dove  $s$  è il semi-sviluppo del cavo soggetto all'azione dei soli carichi permanenti, mentre  $s_2$  è il semi-sviluppo del cavo soggetto all'azione sia dei carichi permanenti che di quelli accidentali.

Considerando la (4.93) e la (4.94), la (4.100), dalla quale sarà possibile risalire alla freccia  $f_2$  nella mezzeria del cavo, si può scrivere nella forma:

$$\begin{aligned}
& \frac{1 + \frac{p}{g} \left[ 3 - \left( \frac{b}{l} \right)^2 \right] \frac{b}{l} + \left( \frac{p}{g} \right)^2 \left( 3 - 2 \frac{b}{l} \right) \left( \frac{b}{l} \right)^2}{\left[ 1 + \frac{p}{g} \left( 2 - \frac{b}{l} \right) \frac{b}{l} \right]^2} \left( \frac{f_2}{l} \right)^3 \\
& - \frac{gl}{EA} \frac{1 + \frac{p}{g} \left[ 3 - \left( \frac{b}{l} \right)^2 \right] \frac{b}{l} + \left( \frac{p}{g} \right)^2 \left( 3 - 2 \frac{b}{l} \right) \left( \frac{b}{l} \right)^2}{1 + \frac{p}{g} \left( 2 - \frac{b}{l} \right) \frac{b}{l}} \left( \frac{f_2}{l} \right) \\
& + \left[ \frac{gl}{EA} \left( \frac{3l}{4f} + \frac{f}{l} \right) - \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right] \frac{f_2}{l} - \frac{3gl}{4EA} \left[ 1 + \frac{pb}{gl} \left( 2 - \frac{b}{l} \right) \right] = 0;
\end{aligned}$$

dove  $f$  è la freccia in mezzzeria del cavo soggetto all'azione dei soli carichi permanenti.

Considerando invece il caso di carico (b) la configurazione assunta dal cavo è descritta dalle seguenti espressioni:

$$y = \begin{cases} \frac{2(g+p)x^2 - (4g+3p)lx}{(2g+p)l^2} f_2 & 0 \leq x \leq l \\ \frac{gx^2 - (4g-p)lx - 2pl^2}{(2g+p)l^2} f_2 & l \leq x \leq 2l \end{cases} \quad (4.101)$$

Con riferimento al tratto A-D<sub>2</sub>-B del cavo mostrato in *Fig. 4.11*, si può scrivere la seguente equazione:

$$s_{2s} + s_{2d} - (\Delta s_{2s} + \Delta s_{2d}) = 2(s - \Delta s); \quad (4.102)$$

considerando la (4.93) e la (4.94) si ricava:

$$\frac{5 \left( \frac{p}{g} \right)^2 + 16 \frac{p}{g} + 16}{3 \left( \frac{p}{g} + 2 \right)^2} \left( \frac{f_2}{l} \right)^3 - \frac{gl}{2EA} \frac{5 \left( \frac{p}{g} \right)^2 + 16 \frac{p}{g} + 16}{3 \left( \frac{p}{g} + 2 \right)} \left( \frac{f_2}{l} \right)^2$$

$$+ \left[ \frac{gl}{EA} \left( \frac{g}{f} + \frac{4f}{3l} \right) - \frac{4}{3} \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right] \frac{f_2}{l} - \frac{gl}{2EA} \left( \frac{p}{g} + 2 \right) = 0.$$

Da quest'ultima equazione è possibile risalire alla freccia  $f_2$  in corrispondenza della mezzeria del cavo.

Si osserva che per effetto della distribuzione asimmetrica del carico, il punto medio del cavo subisce uno spostamento verticale  $\delta_y$  e uno orizzontale  $\delta_x$ .

Lo spostamento orizzontale del cavo può essere espresso come:

$$\delta_x \sim s_{2s} - s + \Delta s - \Delta s_{2s}.$$

### 4.3.2 I ponti sospesi: aspetti generali e relazioni per il dimensionamento

In tale sezione si vuole studiare il comportamento statico dei ponti sospesi e, a tal proposito, ci si riferisce allo schema simmetrico mostrato in *Fig. 4.12*.

Nello schema strutturale proposto, le estremità della travata sono vincolate lungo la direzione verticale e il cavo, ancorato a terra, è modellato secondo un'approssimazione parabolica. Il cavo e i pendini che sorreggono l'impalcato sono perfettamente flessibili e caratterizzati da soli sforzi assiali. S'ipotizza una distribuzione continua dei pendini sulla travata ( $\Delta$  molto piccolo rispetto alla luce centrale del ponte) e un rapporto freccia-proiezione orizzontale del cavo molto più piccolo dell'unità.

La distribuzione iniziale degli sforzi garantisce che la travata sia caratterizzata, sotto l'effetto dei carichi permanenti, da una configurazione rettilinea e priva di momenti flettenti. Inoltre si registra uno stato di trazione nel cavo di sospensione e uno stato di compressione nei piloni.

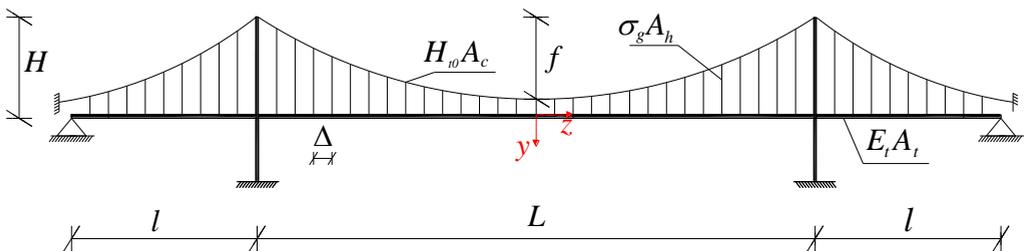


Figura 4.12: Schema di ponte sospeso

L'area della sezione trasversale del cavo di sospensione è calcolata supponendo una distribuzione continua del carico accidentale sulla campata centrale, in modo tale da produrre all'interno del cavo stesso una tensione pari a quella ammissibile ( $\sigma_a$ ):

$$A_c = \frac{(g + p)L\sqrt{L^2 + 16f^2}}{8\sigma_a f - \gamma_c L\sqrt{L^2 + 16f^2}}; \quad (4.103)$$

dove:  $L$  è la luce della campata centrale,  $f$  è la freccia del cavo di sospensione,  $g$  individua i carichi permanenti,  $p$  i carichi accidentali e  $\gamma_c$  il peso specifico dell'acciaio di cui è costituito il cavo.

Le aree dei pendini sono calcolate, invece, in modo da ottenere una tensione costante, sotto l'azione dei carichi permanenti, pari a  $\sigma_g$ :

$$A_h = \frac{g\Delta}{\sigma_g}; \quad (4.104)$$

dove:

$$\sigma_g = \frac{g}{p + g} \sigma_a.$$

Se si ipotizza che il cavo di sospensione assuma una configurazione parabolica, la componente orizzontale del tiro associato ai carichi fissi è costante lungo l'intero cavo e pari alla seguente espressione:

$$H_{t0} = \frac{(g + g_c)L^2}{8f}; \quad (4.105)$$

dove  $g_c$  è il peso proprio del cavo per unità di lunghezza.

La deformazione del ponte è caratterizzata dai seguenti parametri (*Fig.4.13*):

- $v(z)$ =spostamento verticale della travata;
- $v_c(z)$ =spostamento verticale del cavo di sospensione;
- $u_c(z)$ =spostamento orizzontale del cavo di sospensione.

Sotto l'ipotesi di pendini distribuiti uniformemente sulla travata è lecito assumere per gli stessi un comportamento di tipo elastico lineare. Nell'ambito del modello continuo di ponte sospeso analizzato, è possibile trascurare il peso dei

pendini di collegamento, mentre viene invece considerato il peso del cavo di sospensione. I punti del cavo di sospensione e della travata subiscono, di conseguenza, degli spostamenti verticali rispettivamente pari a  $v_c(z)$  e  $v(z)$  e quindi differenti tra di loro.

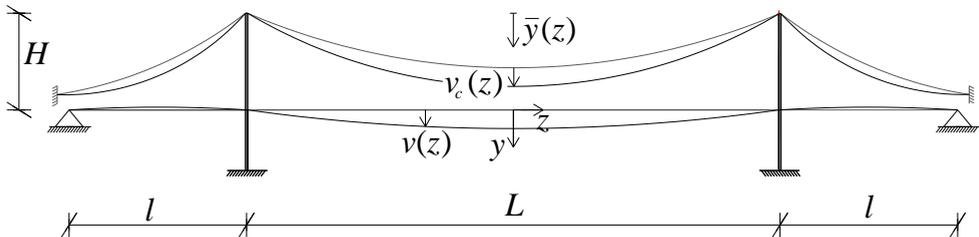


Figura 4.13: Deformata dello schema di ponte sospeso

Se  $\Delta$  è l'interasse tra i pendini, l'azione che i pendini esercitano sulla travata, può essere espressa come segue:

$$q_s(z) = \frac{E_h A_h}{\Delta} \frac{[v(z) - v_c(z)]}{[H - \bar{y}(z)]}, \quad (4.106)$$

dove  $\bar{y}(z)$  è l'ordinata dei punti che descrivono il profilo deformato del cavo di sospensione. Nella (4.106) è stato trascurato il contributo dello spostamento orizzontale del cavo.

### 4.3.3 Il comportamento statico dei ponti combinati

In questa sezione si vuole analizzare il comportamento statico della tipologia di ponte combinato simmetrico sospeso-strallato le cui caratteristiche geometriche sono mostrate in *Fig. 4.14*.

Il modello strutturale studiato è formato dall'accoppiamento della tipologia di ponte strallato e di quella di ponte sospeso. In particolare, gli stralli sono fissati alla testa delle pile e si dipartono secondo uno schema a ventaglio, mentre il cavo di sospensione può scorrere longitudinalmente in corrispondenza dei punti di connessione con le pile ed è ancorato a terra nelle due estremità. Il sistema strutturale prevede inoltre degli appoggi semplici in corrispondenza delle connessioni tra i piloni e la travata irrigidente, ed all'estremità della stessa. La travata, poi, può scorrere liberamente in direzione longitudinale.

Seppur l'analisi del comportamento statico dei ponti misti ed in particolare lo studio della deformabilità degli stessi verrà condotta mediante il modello agli elementi finiti proposto, è utile, al fine di introdurre i principali aspetti che influenzano il comportamento di tale tipologia di ponti, presentare un approccio al continuo. secondo il quale gli stralli sono considerati distribuiti sull'impalcato ( $\Delta$  molto piccolo rispetto a  $L$ ). Si suppone, inoltre, che la procedura di costruzione del ponte sia tale che la configurazione della travata sotto l'effetto dei carichi permanenti sia coincidente con la configurazione indeformata e, conseguentemente, priva di momenti flettenti. L'iniziale distribuzione degli sforzi all'interno degli elementi strutturali costituenti il ponte, è caratterizzata da trazione negli stralli e nel cavo principale, e compressione nella travata e nei piloni.

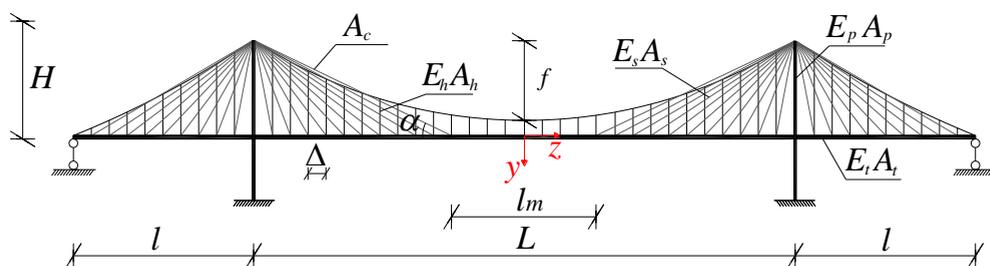


Figura 4.14: Schema di ponte misto

I principali parametri geometrici del sistema combinato strallato-sospeso dipendono dalla condizione di carico corrispondente all'azione dei carichi permanenti. In particolare, le sezioni trasversali degli stralli e dei pendini sono dimensionate in maniera tale che i carichi permanenti producano una tensione costante in ognuno degli elementi e uguale ad un valore fissato, pari a  $\sigma_g$ .

Si assume che i pendini abbiano un comportamento di tipo lineare e che il loro peso sia trascurabile rispetto al cavo principale e alla travata. Si assume, inoltre, che i pendini restino sempre in trazione, grazie al fatto che lo stato di pretensione, imposto durante la fase di costruzione, è regolato in maniera tale da evitare stati di compressione all'applicazione dei carichi accidentali.

Poiché il peso proprio della travata è sostenuto sia dal cavo di sospensione sia dagli stralli, s'introduce un parametro "r" che regola la sua distribuzione sulla travata. Mediante tale parametro "r" viene introdotto un fattore di distribuzione del carico, coincidente con la porzione di carico fisso portato dal sistema di so-

sospensione nella regione in cui coesistono il sistema di strallatura e quello di sospensione stesso. Ne consegue che la parte di carico assorbita dal sistema strallato ( $g_{st}$ ) e dal sistema sospeso ( $g_{sp}$ ) valgono rispettivamente (Fig. 4.15):

$$g_{st} = (1-r)g; \quad (4.107)$$

$$g_{sp} = rg. \quad (4.108)$$

Da un punto di vista pratico il parametro  $r$  fornisce una misura indicativa del rapporto tra la quantità di acciaio richiesta dallo schema sospeso e quella richiesta invece dal sistema strallato. Infatti, come si evince dalle (4.107) e (4.108) se  $r$  è uguale a uno il sistema combinato tende allo schema sospeso, mentre se  $r$  è uguale a zero il sistema misto tende allo schema strallato.

Le aree delle sezioni trasversali degli stralli e dei pendini sono dimensionate mediante le seguenti equazioni:

$$A_s = \frac{g_{st}\Delta}{\sigma_g \sin \alpha}; \quad (4.109)$$

$$A_h = \frac{g_{sp}\Delta}{\sigma_g}; \quad (4.110)$$

dove:  $A_h$  è l'area dei pendini,  $A_s$  è l'area degli stralli,  $\sigma_g$  è la tensione di progetto,  $\Delta$  è l'interasse tra gli stralli,  $\alpha$  è l'inclinazione del generico strallo rispetto all'orizzontale.

L'area dello strallo di ormeggio è espressa invece nella seguente forma:

$$A_0 = \frac{g_{st}l}{2\sigma_{g0}} \left[ 1 + \left( \frac{l}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \left[ \left( \frac{L}{2l} \right)^2 - 1 \right]; \quad (4.111)$$

dove  $\sigma_{g0}$  è la tensione di progetto agente sul cavo di ancoraggio,  $L$  è la lunghezza della campata centrale e  $l$  la lunghezza delle campate laterali.

Se si assume che l'incremento di tensione negli stralli sia proporzionale ai carichi accidentali  $p$ , le tensioni di progetto per il generico strallo e per il cavo di ormeggio valgono rispettivamente:

$$\sigma_g = \frac{g}{g+p} \sigma_a; \quad (4.112)$$

$$\sigma_{g0} = \frac{\left(\frac{L}{2l}\right)^2 - 1}{\left(1 + \frac{p}{g}\right) \left(\frac{L}{2l}\right)^2 - 1} \sigma_a; \quad (4.113)$$

dove  $\sigma_a$  è la tensione ammissibile.

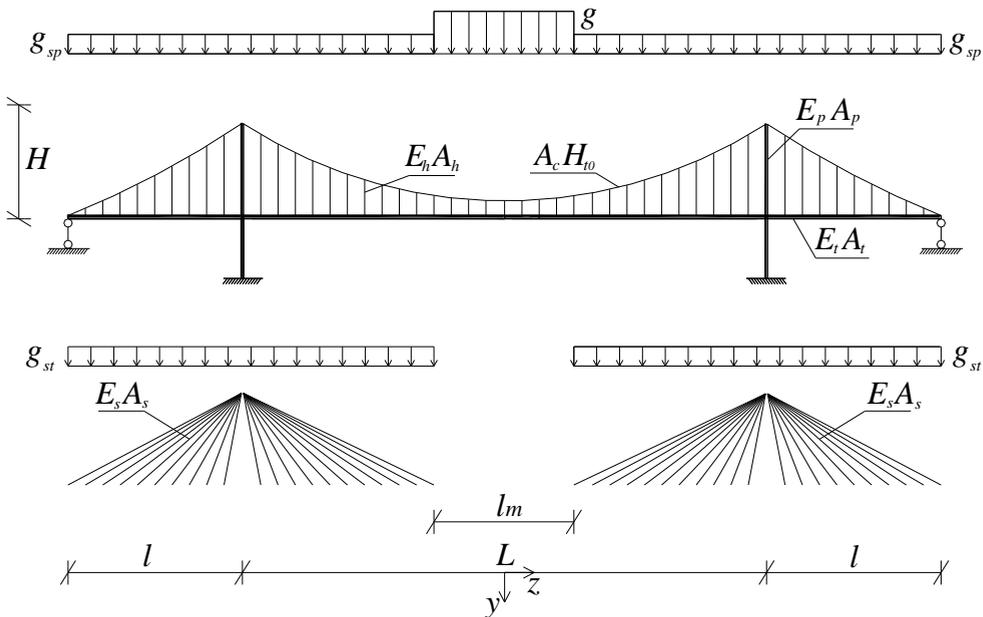


Figura 4.15: Distribuzione dei carichi permanenti sullo schema di ponte misto

Si suppone che gli stralli siano distribuiti su una porzione dell'impalcato pari a  $2l+L-l_m$ , nella quale  $l_m$  può essere valutata con la seguente espressione:

$$l_m = L - L \left[ 1 + \left( \frac{g_{sp} + g_c}{g} \right)^{1/2} \right]^{-1}; \quad (4.114)$$

dove  $g_c$  è il peso proprio del cavo di sospensione.

Nel caso dei ponti di grande luce, il rapporto tra il "sag" e la proiezione orizzontale del cavo principale è usualmente molto piccolo. Con tali presupposti è

possibile introdurre la configurazione iniziale del cavo principale e l'associata componente orizzontale del tiro. Per il profilo del cavo si impiega la seguente approssimazione parabolica:

$$y(z) = -\frac{M(z)}{H_{t0}}; \quad (4.115)$$

mentre la componente orizzontale del tiro vale:

$$H_{t0} = \frac{1}{s} \left[ (g_c + rg) \frac{L^2}{8} + g_{st} \frac{l_m}{4} \left( L - \frac{l_m}{2} \right) \right]; \quad (4.116)$$

nelle quali  $M(z)$  rappresenta la legge del momento fittizio, associato ai carichi fissi portati dal sistema di sospensione, valutata per una trave semplicemente appoggiata e  $s$  rappresenta il "sag" del cavo principale.

Sempre per quanto riguarda il cavo principale, è possibile inoltre dimensionare l'area della sua sezione trasversale mediante la seguente relazione:

$$A_c = \frac{H_{tq}}{\sigma_a \cos \phi}; \quad (4.117)$$

dove  $\phi$  rappresenta l'orientazione della tangente al cavo principale in corrispondenza dell'attacco con il pilone, mentre  $H_{tq}$  è la componente orizzontale del tiro nel cavo principale associato ai carichi accidentali.

Nell'ipotesi che gli stralli siano distribuiti uniformemente lungo la travata ( $\Delta/L \ll 1$ ) nell'ambito di una modellazione al continuo del ponte possono essere introdotti i seguenti parametri cinematici (*Fig. 4.16*):

- $v(z)$  = abbassamento verticale della travata;
- $w(z)$  = spostamento orizzontale della travata;
- $v_c(z)$  = spostamento verticale del cavo di sospensione;
- $u_c(z)$  = spostamento orizzontale del cavo di sospensione;
- $u_s$  = spostamento orizzontale in testa al pilone sinistro;
- $u_d$  = spostamento orizzontale in testa al pilone destro;

Le azioni che gli stralli esercitano sull'impalcato sono individuate dalle seguenti espressioni:

$$\left\{ \begin{aligned} q_v^S(x) &= \frac{E_s^* A_s}{H \Delta} [-v \sin^3 \alpha + (u_s - w) \sin^2 \alpha \cos \alpha]; \end{aligned} \right. \quad (4.118)$$

$$\left\{ \begin{aligned} q_o^S(x) &= \frac{E_s^* A_s}{H \Delta} [-v \sin^2 \alpha \cos \alpha + (u_s - w) \sin \alpha \cos^2 \alpha]; \end{aligned} \right. \quad (4.119)$$

$$\left\{ \begin{aligned} q_v^D(x) &= \frac{E_s^* A_s}{H \Delta} [-v \sin^3 \alpha + (u_D + w) \sin^2 \alpha \cos \alpha]; \end{aligned} \right. \quad (4.120)$$

$$\left\{ \begin{aligned} q_o^D(x) &= \frac{E_s^* A_s}{H \Delta} [v \sin^2 \alpha \cos \alpha - (u_D + w) \sin \alpha \cos^2 \alpha]; \end{aligned} \right. \quad (4.121)$$

dove gli apici "S" e "D" si riferiscono agli stralli posti rispettivamente sulla sinistra e sulla destra rispetto all'asse di simmetria del ponte. Le componenti orizzontali dello sforzo agenti nello strallo di ormeggio valgono:

$$S_0^S(x) = \frac{E_{s0}^* A_o}{H} [(u_s - w) \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0]; \quad (4.122)$$

$$S_0^D(x) = \frac{E_{s0}^* A_o}{H} [-(u_D - w) \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0]; \quad (4.123)$$

dove  $E_{s0}^*$  è il modulo di Dischinger e  $\alpha_0$  è l'angolo formato dal cavo di ancoraggio rispetto all'impalcato.

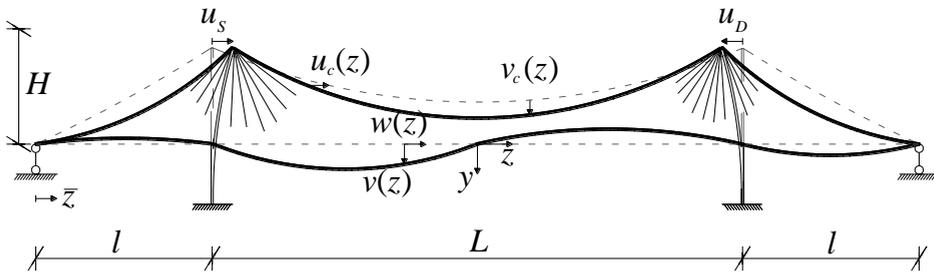


Figura 4.16: Deformata dello schema di ponte misto

L'azione trasmessa dai pendini sulla travata è espressa come segue:

$$q_s(x) = \frac{E_h A_h}{\Delta} \frac{[v(z) - v_c(z)]}{[H - \bar{y}(z)]}; \quad (4.124)$$

dove  $\bar{y}(z)$  è l'ordinata che individua i punti del cavo di sospensione nelle tre campate.

#### 4.3.4 Modello discreto proposto

Si vuole estendere lo studio della statica del ponte strallato alla tipologia di ponte combinato. A tal proposito viene proposto un modello tridimensionale di ponte combinato (strallato-sospeso) facendo uso del software commerciale COMSOL MULTIPHYSICS™.

Nell'ambito del modello discreto tridimensionale proposto la travata è stata modellata mediante degli elementi di tipo “beam”, gli stralli e i cavi di sospensione mediante elementi del tipo “non-linear truss”, in grado di tenere conto delle non-linearità di tipo geometrico, e i pendini come “linear-truss”.

Per quanto riguarda le pile, la loro funzione è stata simulata mediante un dispositivo composto da un carrello ad asse verticale e delle molle di rigidità  $K$  (tra loro perpendicolari e parallele agli assi di riferimento del sistema globale). Questi sistemi, applicati in corrispondenza dei quattro punti da cui si dipartono gli stralli, riproducono le caratteristiche di un elemento strutturale a rigidità assiale infinita e deformabile solo per effetto di sollecitazioni flettenti.

Il sistema di cavi è modellato mediante l'approccio “Multi Element Cable System”, secondo cui ciascun cavo è discretizzato in elementi di tipo “non-linear truss”. La riduzione della rigidità negli stralli associata all'effetto “sag” è tenuta in conto, nella modellazione, considerando le non-linearità geometriche tramite l'assunzione della misura di deformazione di GREEN-LAGRANGE.

Il vincolo tra la travata e gli stralli è realizzato mediante l'inserimento di “rigid links” che si realizzano, nel modello, con un'estrusione lineare: il campo di spostamenti degli elementi di tipo “beam” ( $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ) è estruso linearmente da un primo dominio (travata) ad un secondo dominio (la linea che contiene i punti relativi agli attacchi con gli stralli).

Per ottenere il modello discreto è stata usata una mesh regolare: il cavo principale, gli stralli e i pendini sono stati suddivisi in un numero stabilito di elementi del tipo “non-linear truss”, mentre per la travata sono stati utilizzati 350 elementi di tipo “beam”.

L'area delle sezioni trasversali dei pendini è assunta costante mentre le aree degli stralli variano in funzione dell'angolo di inclinazione del generico strallo rispetto all'orizzontale.

Applicando l'opportuna pretensione sui pendini, sugli stralli e sul cavo di sospensione principale si ottiene una configurazione di equilibrio della travata, sotto l'azione dei carichi permanenti, rettilinea e libera da sollecitazioni flettenti.

## **4.4 Risultati numerici**

### **4.4.1 Risultati numerici sui ponti strallati**

In questa sezione vengono illustrati i risultati delle simulazioni numeriche condotte nell'ambito dello studio del comportamento statico dei ponti strallati di grande luce. In particolare sono presentati i risultati relativi allo studio della deformabilità dei ponti strallati, all'interno del quale è stata investigata l'influenza sulla risposta statica delle varie caratteristiche geometriche e meccaniche che caratterizzano lo schema strutturale.

Per la modellazione e le analisi numeriche è stato impiegato il codice commerciale ad elementi finiti "COMSOL MULTIPHYSICS 4.1". In particolare, la travata ed i piloni sono stati modellati mediante elementi di tipo "beam", mentre i cavi, caratterizzati da un comportamento non lineare, in analogia alla teoria della catenaria elastica, sono stati modellati mediante elementi del tipo "non linear truss". Ci si è riferiti ad un sistema simmetrico a tre campate, le cui caratteristiche sono riportate nella *Fig. 4.17*.

In particolare, viene proposto uno schema tridimensionale di ponte strallato dotato di doppia fila di sistemi di cavi disposti in piani paralleli e confluenti alla testa delle pile. Inoltre, al fine di consentire una libera dilatazione della travata nei due sensi, non sono stati previsti dei vincoli che blocchino gli spostamenti longitudinali dell'impalcato.

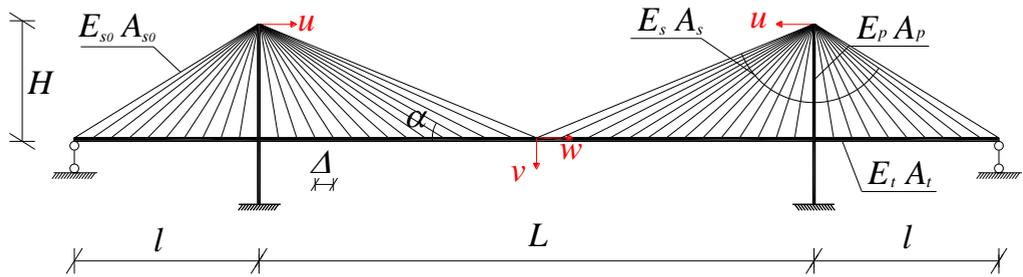


Figura 4.17: Tipologia di ponte strallato

#### 4.4.1.1 Modellazione strutturale

Per quanto riguarda la modellazione strutturale dei ponti strallati, ci si è riferiti alle tipologie con distribuzione degli stralli a ventaglio ed a ventaglio modificato. Lo studio ha riguardato in particolare modelli aventi delle pile con forme diverse: schema a ventaglio con pile ad “A”, schema a ventaglio con pile ad “H”, schema a ventaglio modificato con pile ad “Y rovescio” per diverse altezze dell’elemento verticale costituente la stessa Y.

Come già accennato, la travata irrigidente e i piloni sono stati modellati, nell’ambito del modello agli elementi finiti, con elementi monodimensionali di tipo “beam”, mentre gli stralli, aventi sola rigidezza assiale, come “non-linear truss”. Questi ultimi approssimano in maniera adeguata il comportamento non lineare richiesto agli stralli.

Per tutti gli elementi strutturali costituenti il ponte è stato impiegato un acciaio ad elevata resistenza. Per quanto riguarda i vincoli, sono stati inseriti degli incastri alla base dei piloni, mentre la travata è stata vincolata alle estremità sia alla traslazione verticale che alla rotazione torsionale. Le traslazioni longitudinali della travata, invece, vengono lasciate libere. I piloni esplicano la loro azione per mezzo degli stralli irradiati dalla loro sommità e sono supposti indeformabili assialmente.

La geometria e le caratteristiche riguardanti la rigidezza degli elementi sono definite per mezzo dei seguenti fattori adimensionali:

$$r_1, r_2, \frac{\sigma_a}{E}, \frac{K}{g}, a, \varepsilon_F, \frac{p}{g};$$

dove:

-  $r_1$  e  $r_2$  sono fattori che regolano la geometria del ponte;

- $\sigma_a$  è la tensione ammissibile dell'acciaio utilizzato;
- $E$  è il modulo di elasticità longitudinale;
- $K$  è la rigidezza flessionale del pilone;
- $g$  è il valore dei carichi permanenti;
- $p$  è il valore dei carichi accidentali;
- $a$  è un parametro legato al sistema di sospensione che caratterizza l'effetto Dischinger dei cavi;
- $\varepsilon_F$  è la rigidezza relativa flessionale della travata; esprime il rapporto tra la rigidezza della travata e quella degli stralli.

La sezione trasversale degli stralli è stata calcolata in modo da ottenere sotto l'azione dei carichi permanenti  $g$  una tensione costante pari a  $\sigma_g$ .

I modelli di ponte proposti presentano caratteristiche geometriche e meccaniche che possono essere parametrizzate attraverso l'inserimento dei fattori appena descritti che influenzano il comportamento statico del ponte.

Di seguito è brevemente descritto il procedimento che ha consentito il dimensionamento delle tre tipologie di ponte sopra elencate.

1) Sono anzitutto forniti i valori dei fattori adimensionali che definiscono la geometria del modello, i carichi impiegati e la dimensione dell'interasse tra gli stralli:

$$r_1 = \frac{L}{2H} = \frac{5}{2}; \quad r_2 = \frac{l}{H} = \frac{5}{3}; \quad \frac{K}{g} = 50; \quad \frac{p}{g} = 0,25; 0,5; 1;$$

$$a = \frac{\gamma_s^2 H^2 E_s}{12\sigma_g} = 0,05; 0,1; 0,15; 0,20; 0,25;$$

$$\varepsilon_F = \left( \frac{4I_{vt}\sigma_g}{H^3 g} \right)^{1/4} = 0,1; 0,2; 0,3; \quad \varepsilon_0 = \left( \frac{4I_{ot}\sigma_g}{gb^3} \right)^{1/4} = 5;$$

$$\varepsilon_A = \frac{A_t \sigma_g}{Hg} = 54,5; \quad \varepsilon_\omega = \tau = \frac{GJ_t \sigma_g}{Eb^2 Hg} = 0,05; 0,1; 0,15; 0,20; 0,30;$$

$$g = 300 \frac{KN}{m}; 600 \frac{KN}{m}; 1200 \frac{KN}{m}; \quad p = 300 \frac{KN}{m}; \quad \Delta = L/30; L/60; L/120;$$

dove:

- $L$  è la lunghezza della campata centrale;
  - $l$  è la lunghezza delle due campate laterali;
  - $H$  è l'altezza dei piloni al di sopra della travata;
  - $\gamma_s$  è il peso specifico dell'acciaio usato per la realizzazione degli stralli;
  - $E_s$  è il modulo elastico dell'acciaio usato per la realizzazione degli stralli;
  - $\sigma_g$  è la tensione di progetto degli stralli;
  - $I_{ot}$  è il momento d'inerzia della travata rispetto all'asse  $y$ ;
  - $I_{vt}$  è il momento d'inerzia della travata rispetto all'asse  $x$ ;
  - $\varepsilon_0$  è la rigidezza relativa flessionale della travata rispetto all'asse  $y$ ;
  - $\varepsilon_A$  è la rigidezza relativa assiale della travata;
  - $\varepsilon_\omega$  è la rigidezza relativa torsionale della travata;
  - $b$  è la semilarghezza della travata;
  - $J_t$  è il fattore di rigidezza torsionale della travata.
- 2) Si definiscono le caratteristiche dei materiali impiegati.
- 3) Si procede con la definizione della geometria del ponte:

$$\sigma_{am} = 7200 \frac{Kg}{cm^2} \cdot \text{gravità}; \quad \sigma_g = \frac{g}{g+p} \sigma_a; \quad H = \sqrt{\left( \frac{12\sigma_g^3 a}{\gamma_s^2 E_s} \right)}; \quad L = r_1 \cdot 2H; \quad l = r_2 \cdot H.$$

- 4) Si definiscono le caratteristiche geometriche e meccaniche degli stralli:

$$A_s = \frac{g\Delta}{\sigma_g \sin \alpha}; \quad \sigma_{g0} = \sigma_a \cdot \frac{\left( \frac{L}{2l} \right) - 1}{\left( 1 + \frac{p}{g} \right) \left( \frac{L}{2l} \right)^2 - 1}; \quad A_0 = \frac{gl}{2\sigma_{g0}} \left[ 1 + \left( \frac{l}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot \left[ \left( \frac{L}{2l} \right)^2 - 1 \right];$$

dove:

- $\alpha$  è l'angolo individuato dal generico strallo rispetto all'orizzontale;
- $A_s$  è l'area del generico strallo variabile in funzione dell'angolo  $\alpha$ ;
- $A_0$  è l'area degli stralli d'ormeggio;
- $\sigma_{g0}$  è la tensione degli stralli d'ormeggio.

- 5) Si definiscono le caratteristiche geometriche della travata:

$$d = \frac{b}{H} = 0.1; \quad A_t = \frac{\varepsilon_A H g}{\sigma_g}; \quad I_{vt} = \frac{H^3 g \varepsilon_F^4}{4\sigma_g}; \quad I_{ot} = \frac{\varepsilon_0^4 g b^3}{4\sigma_g}; \quad C_t = \frac{\tau^2 E_t b^2 H g}{\sigma_g};$$

6) Si definiscono infine le caratteristiche geometriche dei piloni:

$$K = 50g; \quad A_p = A_t; \quad I_p = I_{vt} \cdot 70;$$

dove:

- $A_t$  è l'area della travata;
- $A_p$  è l'area del singolo pilone;
- $I_p$  è il momento d'inerzia del pilone rispetto all'asse  $y$ ;
- $J_{tp}$  è il fattore di rigidità torsionale dei piloni.

#### 4.4.1.2 Analisi della deformabilità

In accordo con gli usuali metodi di costruzione adottati nella realizzazione dei ponti strallati, sotto l'azione dei carichi permanenti  $g$  la travata è caratterizzata da una configurazione praticamente rettilinea ed è libera da sollecitazioni flessionali. Lo stato di tensione è rappresentato da soli sforzi assiali sia negli stralli, che nella travata, che nelle torri. Si vuole analizzare il comportamento del ponte sotto l'azione dei carichi accidentali  $p$  e quindi si vogliono determinare gli incrementi di tensione e di deformazione a partire dalla configurazione di equilibrio corrispondente all'azione dei carichi fissi  $g$ .

Per quanto riguarda le simulazioni numeriche si è proceduto in primo luogo allo studio del comportamento del ponte sotto l'effetto dei carichi fissi. E' stata determinata la "configurazione zero" caratterizzata, come detto, da momenti flettenti e spostamenti verticali nella travata praticamente nulli.

Sono stati quindi applicati i carichi accidentali sulla campata centrale, sia in corrispondenza del suo asse longitudinale, sia in posizione eccentrica con eccentricità pari a  $0.25b$ ;  $0.50b$ ;  $0.75b$ .

E' stata investigata l'influenza della forma delle pile sulla deformabilità lasciando inalterata la geometria e le caratteristiche meccaniche del ponte. A tal riguardo, a parità di distribuzione dei carichi e della geometria, sono state analizzate le diverse tipologie di pila ad "A", ad "H" e a "Y".

Per i diversi valori del rapporto  $p/g$  e dell'interasse tra gli stralli sono state condotte delle analisi statiche al variare del parametro  $\varepsilon_f$  e del parametro  $a$ .

Tali analisi numeriche sono state condotte sia modellando gli stralli mediante

elementi del tipo “non-linear truss”, sia riferendosi ad un modello lineare e tenendo conto delle non linearità geometriche mediante l’impiego dei moduli fittizi tangente e secante di Dischinger; i risultati ottenuti sono stati inoltre confrontati con i valori relativi alla soluzione del problema integro-differenziale che caratterizza il modello continuo del ponte.

Nei grafici riportati nelle Fig. 4.18, 4.19 e 4.20 è mostrato l’andamento dell’abbassamento in mezzeria della campata centrale ( $\delta$ ) in funzione del parametro caratteristico  $a$  per lo schema di ponte con pile ad “H”, per un valore di  $p/g=1$ , per un interasse tra gli stralli pari a  $L/30$  e per diversi valori di  $\varepsilon_F$ .

Si può anzitutto notare che la freccia in mezzeria cresce linearmente con il valore di  $a$  e diminuisce al crescere del parametro  $\varepsilon_F$ . In generale, è evidente una discreta analogia tra le curve relative al modello in cui gli stralli sono modellati mediante elementi finiti del tipo “non-linear truss” e quelle relative al modello lineare in cui gli stralli sono modellati come elementi “linear truss” e il comportamento meccanico è governato dal modulo secante di Dischinger.

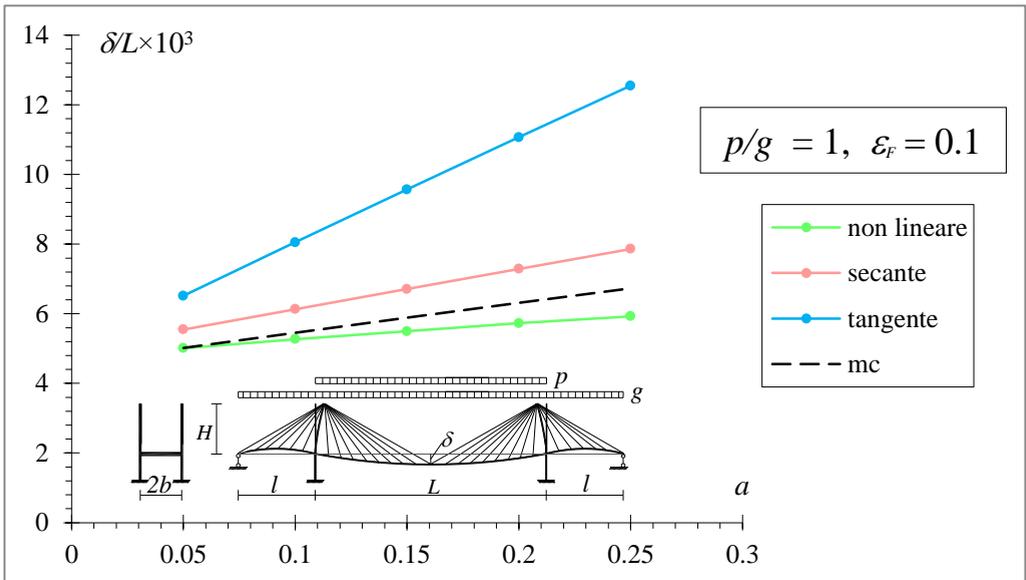


Figura 4.18: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

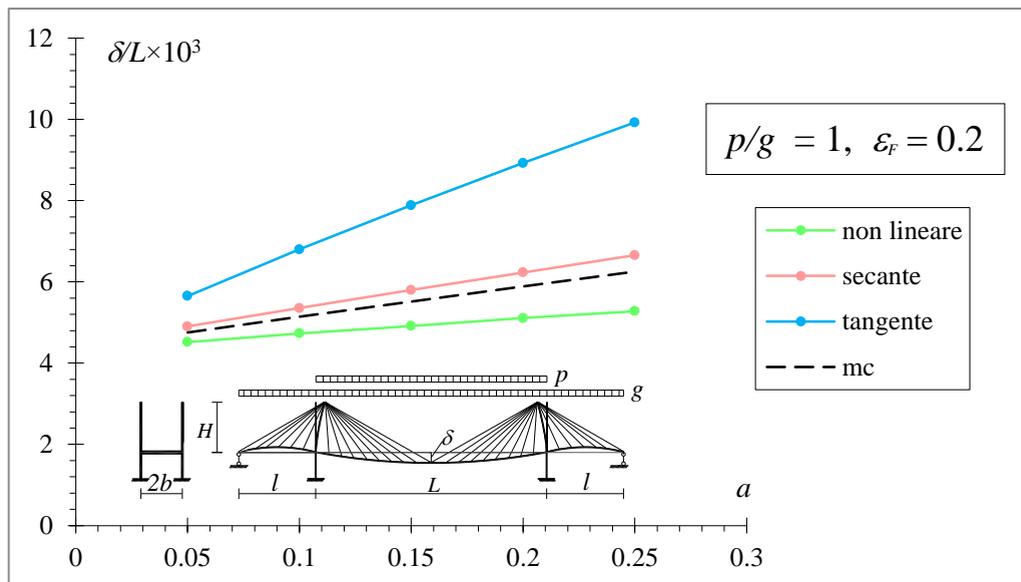


Figura 4.19: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

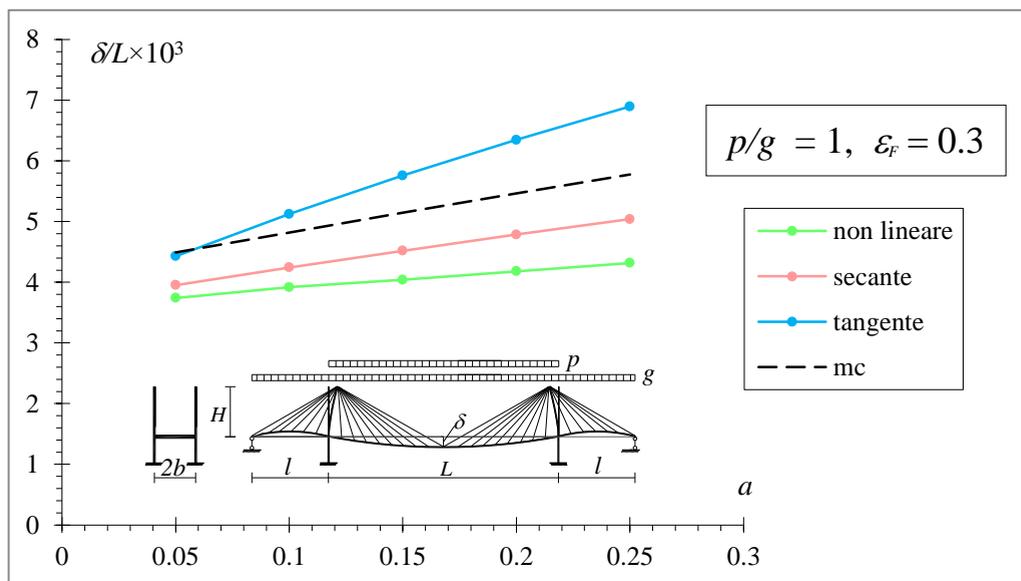


Figura 4.20: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

La curva relativa al modello in cui gli stralli sono caratterizzati dal modulo tangente di Dischinger si discosta notevolmente dalle altre. Come ben noto, e come si evince dai grafici sopra riportati, l'uso del modulo tangente alla Di-

schinger può comportare sensibili errori e il modulo secante è più idoneo per ottenere una valutazione approssimata della risposta non-lineare del cavo attraverso una formulazione di tipo lineare. Al crescere del valore di  $\varepsilon_f$ , quindi all'aumentare della rigidità della trave, e a parità del rapporto tra carico accidentale e carico permanente, l'abbassamento della travata tende a ridursi come si evince dalla Fig. 4.20.

Poiché lo schema di ponte è simmetrico e la travata non ha vincoli orizzontali, le forze taglianti relative alle sezioni di testa delle torri sono uguali e per qualunque posizione del carico verticale gli spostamenti in testa alle torri sono opposti. Le stesse generiche considerazioni possono essere fatte per un rapporto  $p/g$  pari a 0.5 e 0.25. Di seguito sono riportati (Fig. 4.21-4.26) i relativi grafici che riassumono gli andamenti  $\delta$ - $a$  per diversi valori di  $\varepsilon_f$  e dai quali è possibile immediatamente notare l'evidente riduzione del rapporto adimensionale  $\delta/L$  che si registra, a parità dei valori assunti dal parametro  $a$ , all'aumentare del valore del carico permanente  $g$  mantenendo costante il valore del carico accidentale  $p$ .

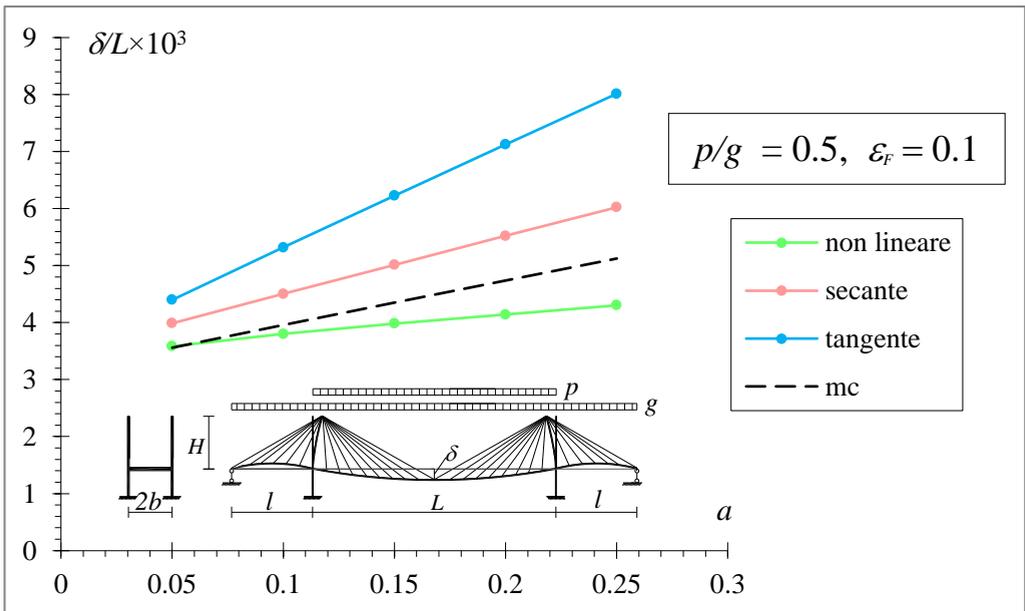


Figura 4.21: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzera  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

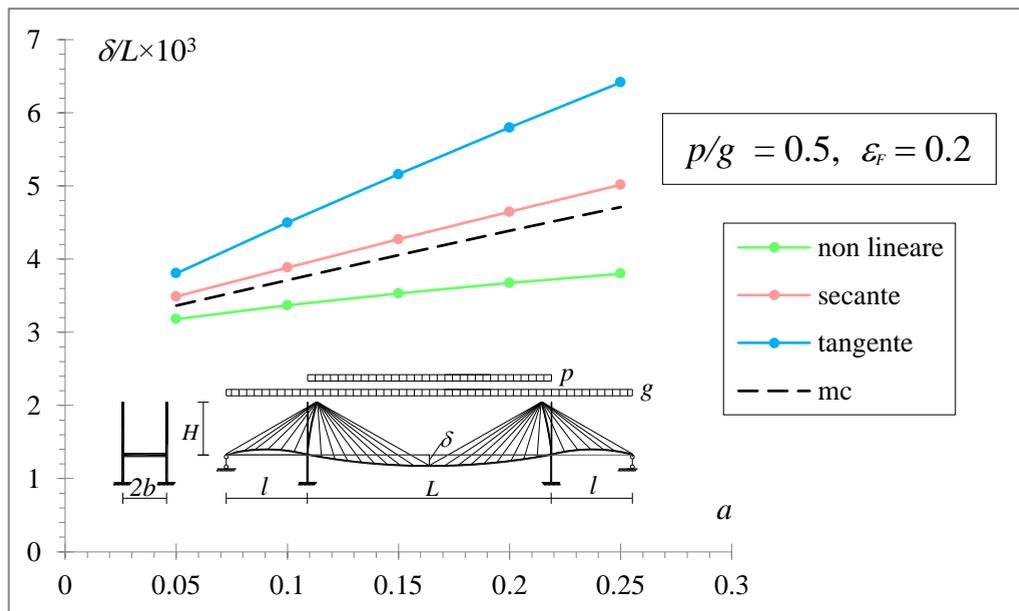


Figura 4.22: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

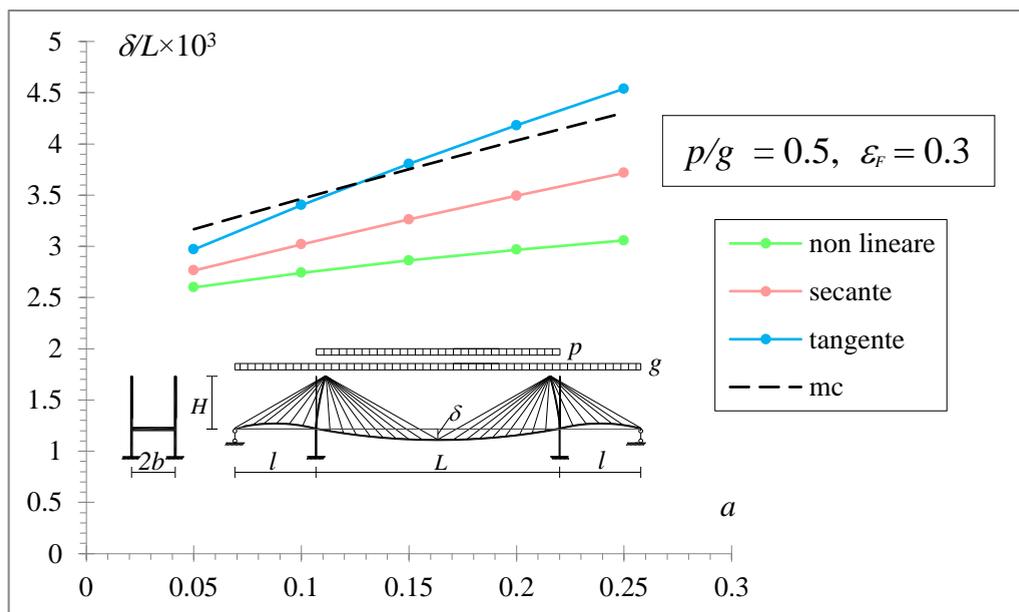


Figura 4.23: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

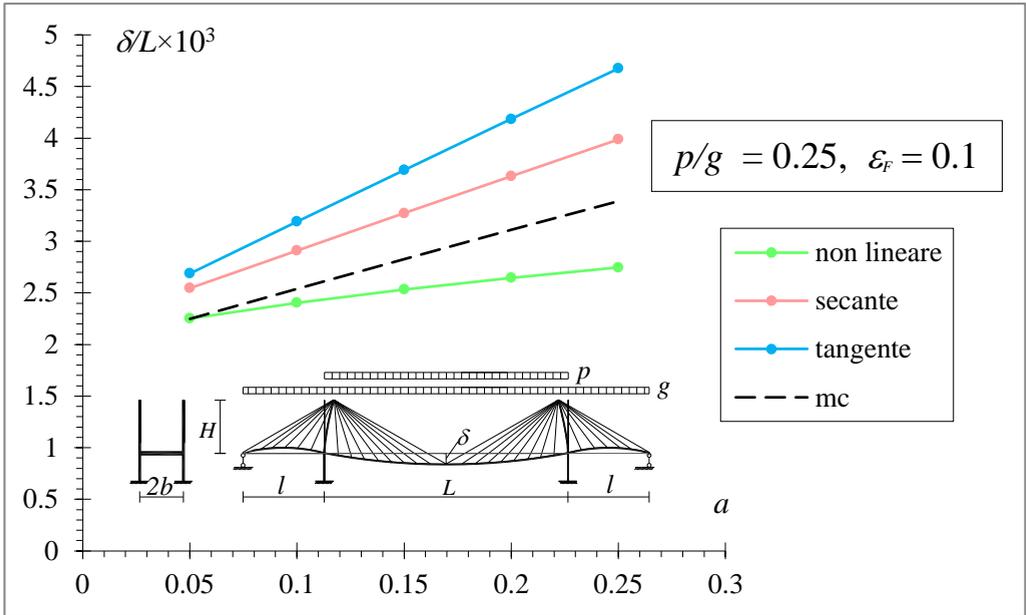


Figura 4.24: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezziera  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

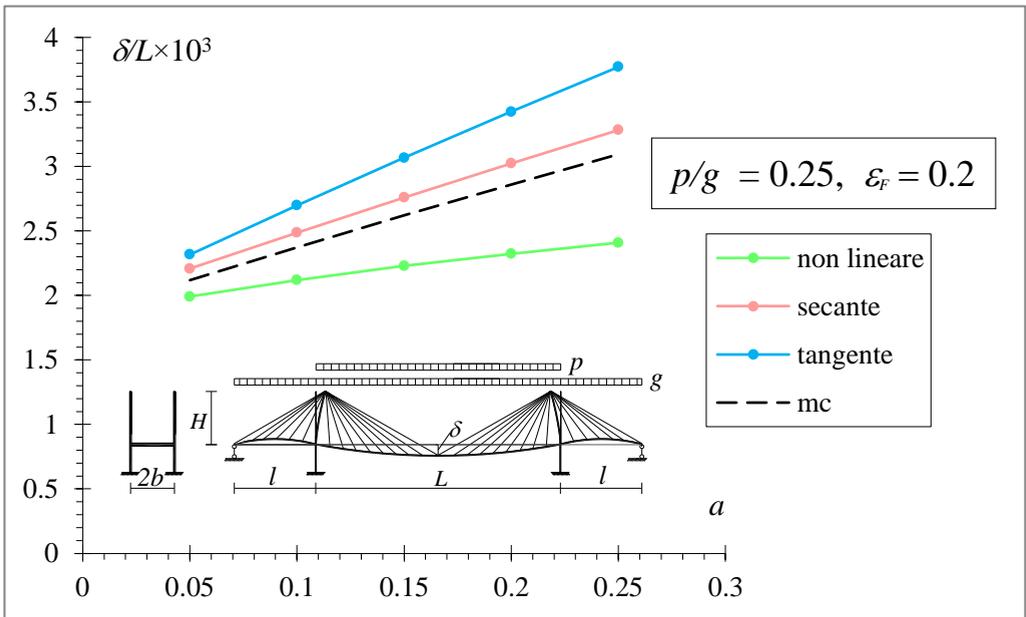


Figura 4.25: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezziera  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

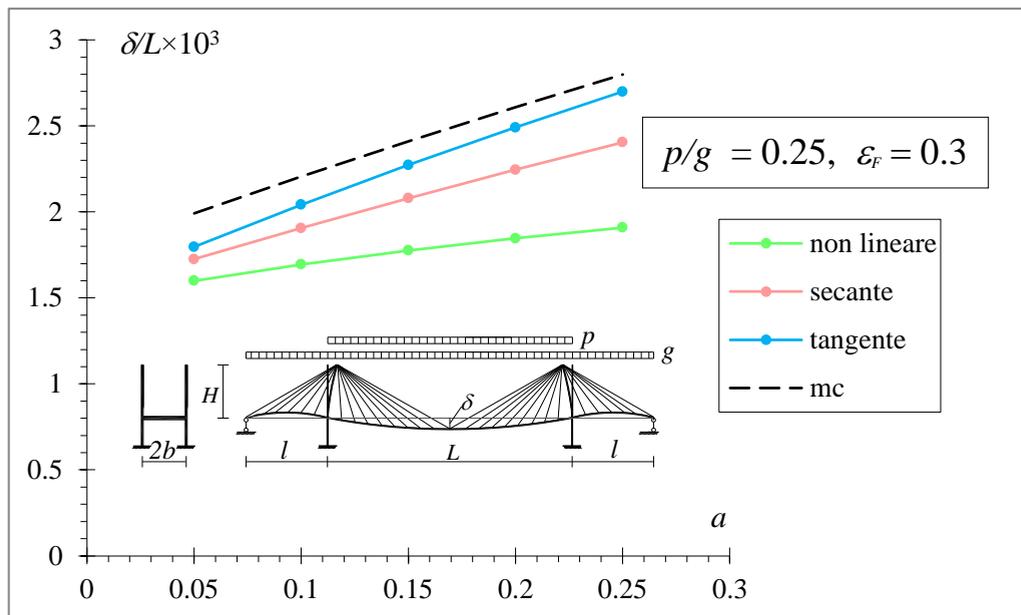


Figura 4.26: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/30$ )

Analisi simili sono state condotte facendo riferimento a una spaziatura inferiore tra gli stralli e comunque sempre molto più piccola della luce  $L$  della campata centrale del ponte in modo da approssimare una distribuzione continua degli stralli lungo la travata.

Nelle Fig. 4.27-4.28 e 4.29 sono riportate le curve  $\delta/L$ - $a$  per diversi valori di  $\varepsilon_F$  e del rapporto  $p/g$  per gli schemi di ponte aventi interasse degli stralli pari a  $L/30$ ,  $L/60$  e  $L/120$ . Sono stati confrontati, in particolare, i risultati ottenuti sui modelli di ponte in cui gli stralli sono stati modellati con elementi del tipo “non-linear truss”. Le curve mostrano come la deformabilità del ponte non sia influenzata dall’interasse degli stralli, mostrando la coincidenza dei risultati nei tre casi analizzati in termini di freccia nella mezzeria della campata centrale. Per tale motivo, per le successive analisi, si è preferito riportare i grafici relativi al solo caso  $\Delta=L/60$ .

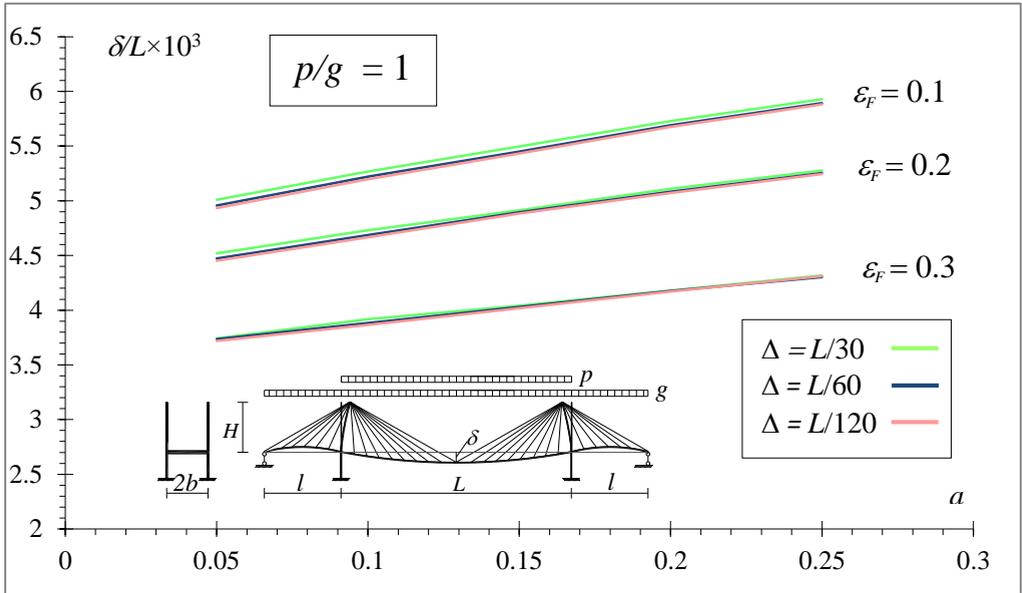


Figura 4.27: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  (modello non lineare)

Nelle Fig. 4.30-4.31 e 4.32 è invece confrontato per  $\Delta=L/60$ , l'andamento  $\delta/L$ - $a$  per diversi valori di  $\epsilon_F$ , e del rapporto  $p/g$ . Le curve si riferiscono al modello di ponte in cui gli stralli sono stati modellati mediante elementi finiti di tipo "non-linear truss" e a quello in cui si è adottato un comportamento lineare degli stralli stessi caratterizzato dal modulo di elasticità longitudinale di Young. Dall'inclinazione delle curve relative al modello non lineare rispetto a quello lineare si nota l'incremento di deformabilità al crescere di  $a$  per il modello in cui sono considerate le non linearità geometriche (effetto Dischinger), aspetto che non si coglie mediante il modello lineare in cui per gli stralli viene impiegato il modulo di Young.

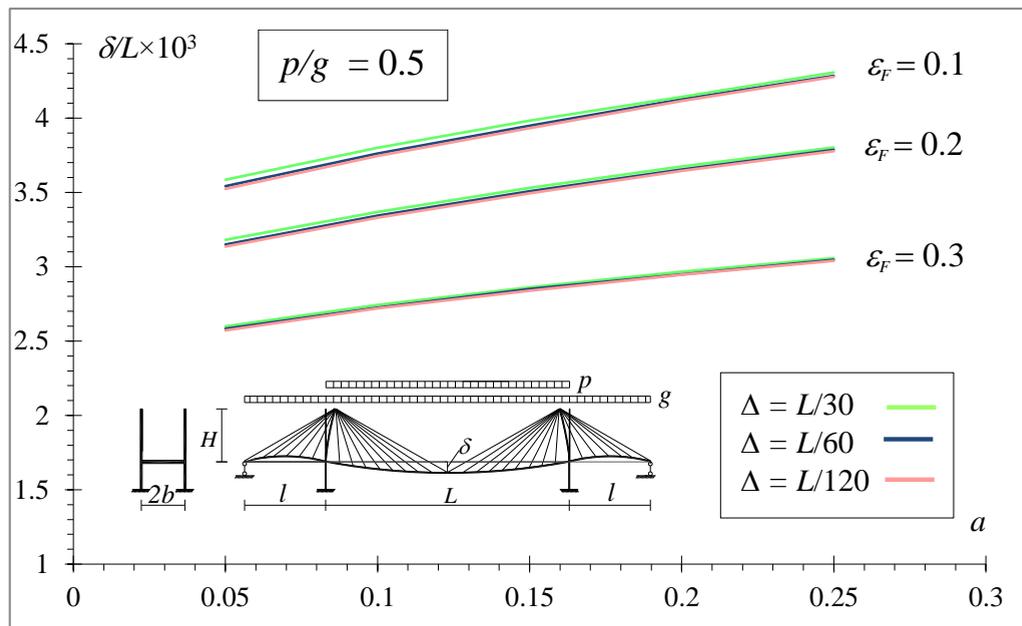


Figura 4.28: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  (modello non lineare)

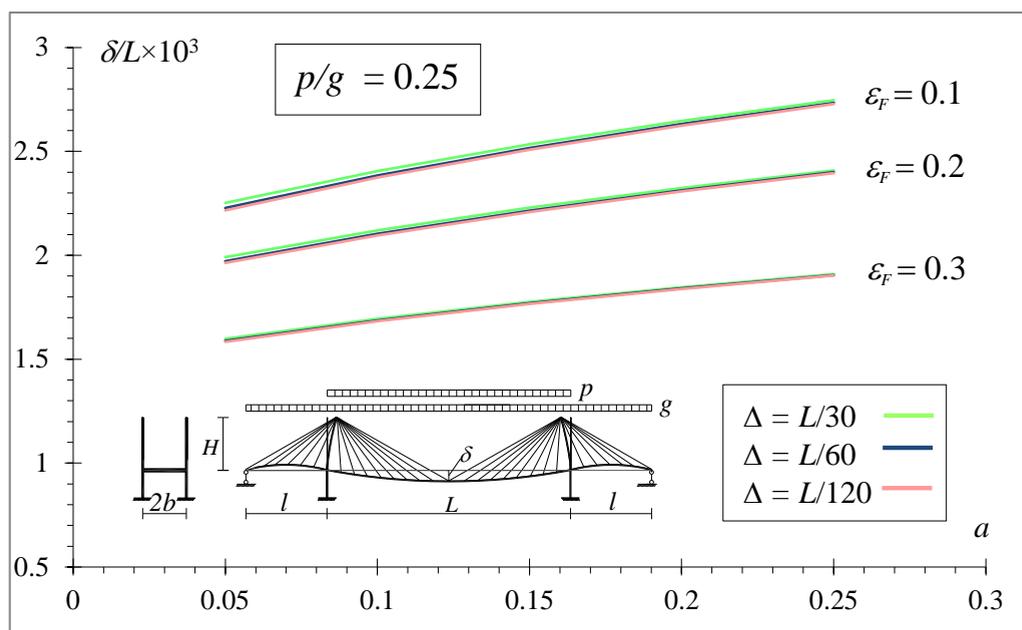


Figura 4.29: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  (modello non lineare)

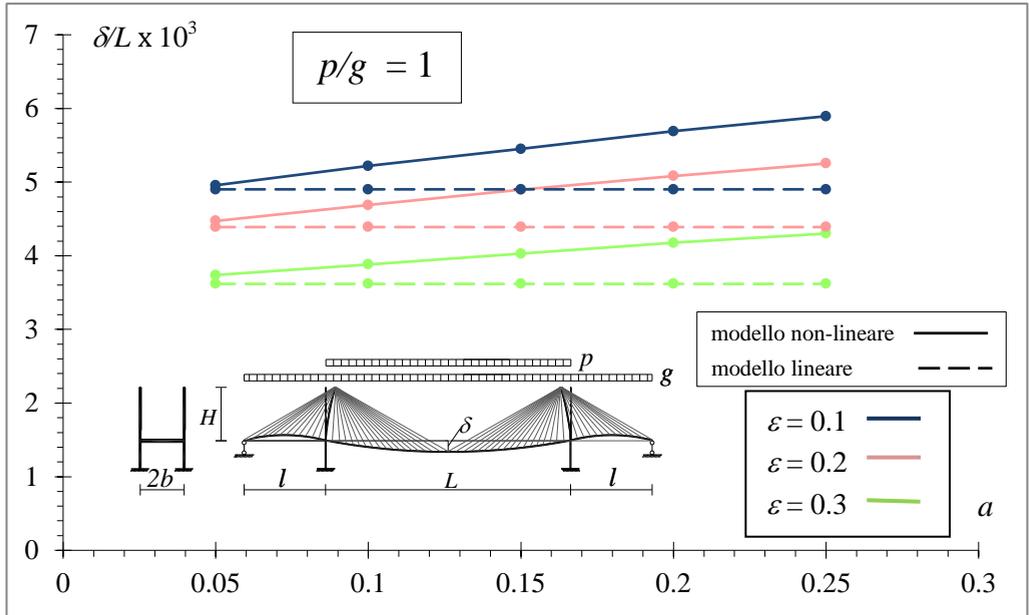


Figura 4.30: Confronto tra il modello non lineare e quello lineare ( $\Delta=L/60$ )

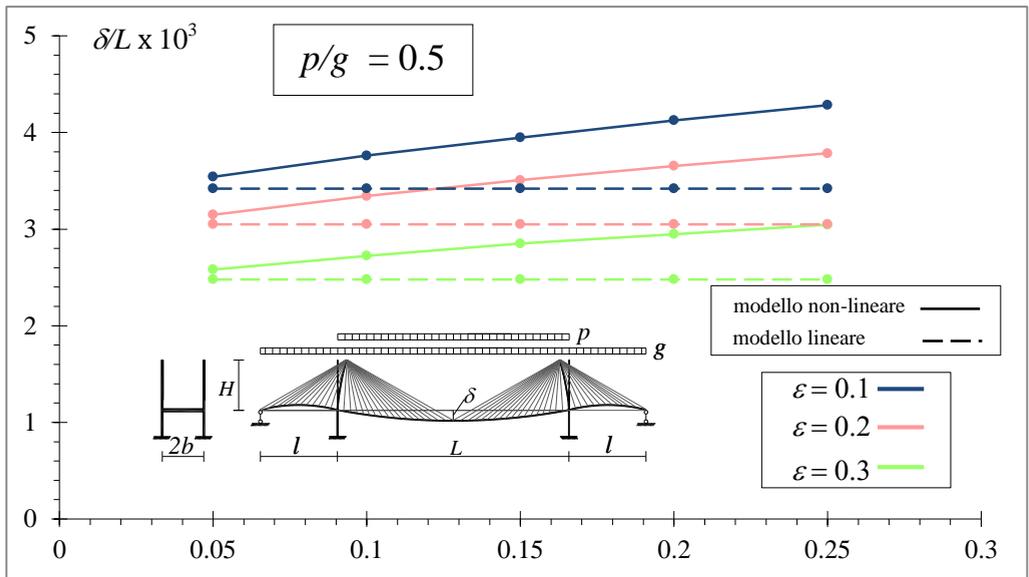


Figura 4.31: Confronto tra il modello non lineare e quello lineare ( $\Delta=L/60$ )

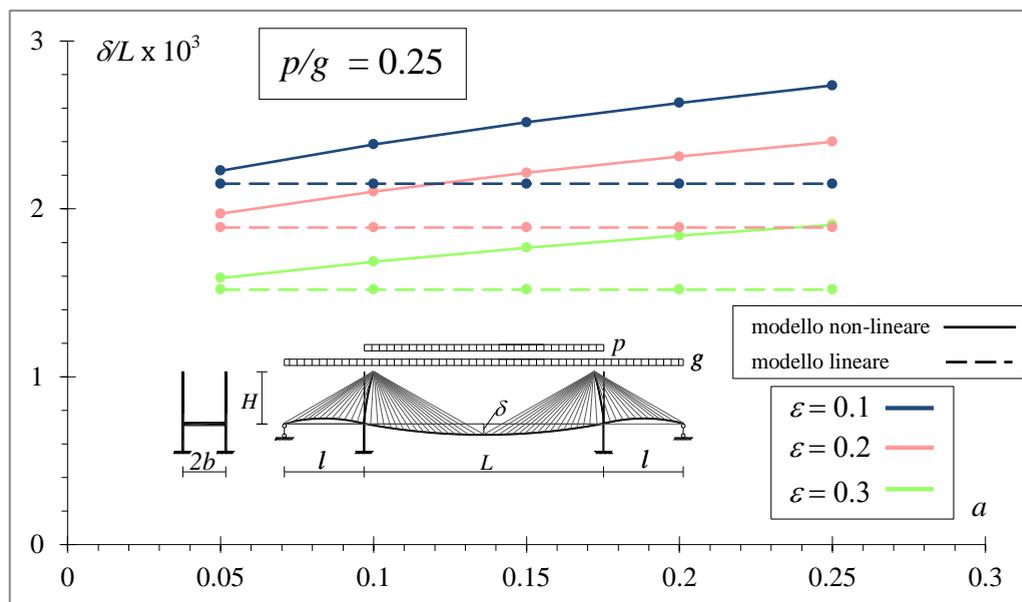


Figura 4.32: Confronto tra il modello non lineare e quello lineare ( $\Delta=L/60$ )

Si procede con lo studio della tipologia di ponte strallato con disposizione a ventaglio degli stralli e conformazione ad “A” delle pile.

Nelle Fig. 4.33-4.34-4.35 è illustrato l’andamento dell’abbassamento in mezzeria della campata centrale ( $\delta$ ) in funzione del parametro caratteristico  $a$ , per  $\varepsilon_f=0.2$ , per diversi valori assunti dal rapporto adimensionale  $p/g$  e nel caso in cui l’interasse tra gli stralli è pari a  $L/60$ .

Dalle analisi condotte, non si registrano delle notevoli differenze tra i risultati ottenuti con gli schemi caratterizzati da una configurazione ad “H” delle pile e quelli in cui le stesse pile hanno una forma ad “A”.

Anche per gli schemi di ponte caratterizzati da quest’ ultima tipologia di pila si nota una diminuzione dell’abbassamento massimo in mezzeria della travata, a parità del valore di  $\varepsilon_f$ , sotto l’effetto dei carichi accidentali, al diminuire del rapporto  $p/g$ . Inoltre, anche per il modello strutturale con configurazione ad “A” delle pile, è possibile notare come i risultati numerici, in termini di deformabilità del ponte, ottenuti mediante uno schema in cui gli stralli sono modellati con elementi del tipo “non-linear truss”, sono approssimati in maniera accettabile da quelli ottenuti mediante lo schema in cui gli stralli sono modellati con elementi del tipo “linear-truss” e con modulo secante di Dischinger.

Nella Fig. 4.36 è riportato un grafico che descrive, per il modello di ponte con pile ad “A”, l’effetto Dischingher al variare di  $\varepsilon_F$  per  $\Delta=L/60$  e per  $p/g=1$ .

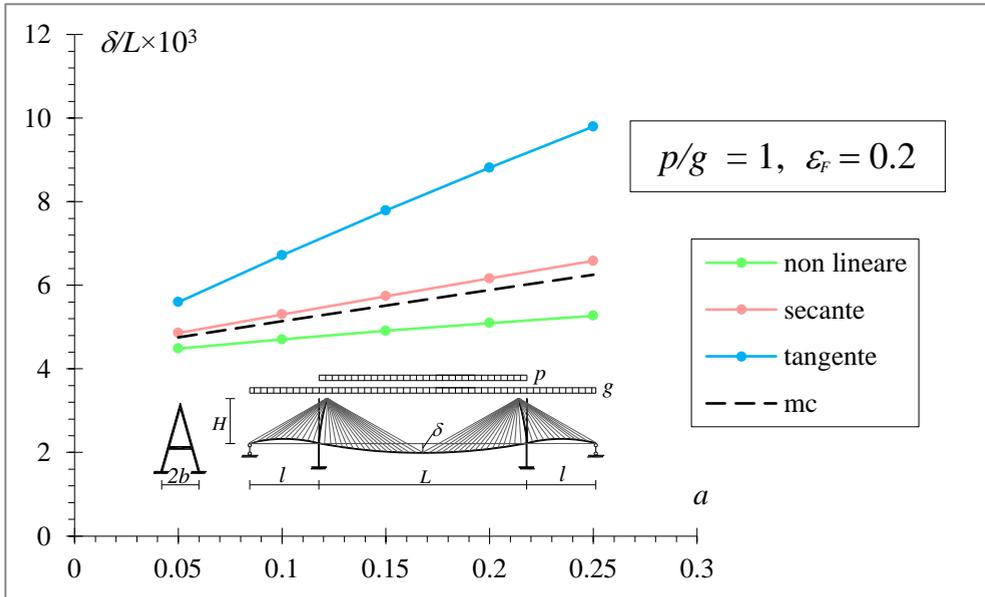


Figura 4.33: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezziera  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

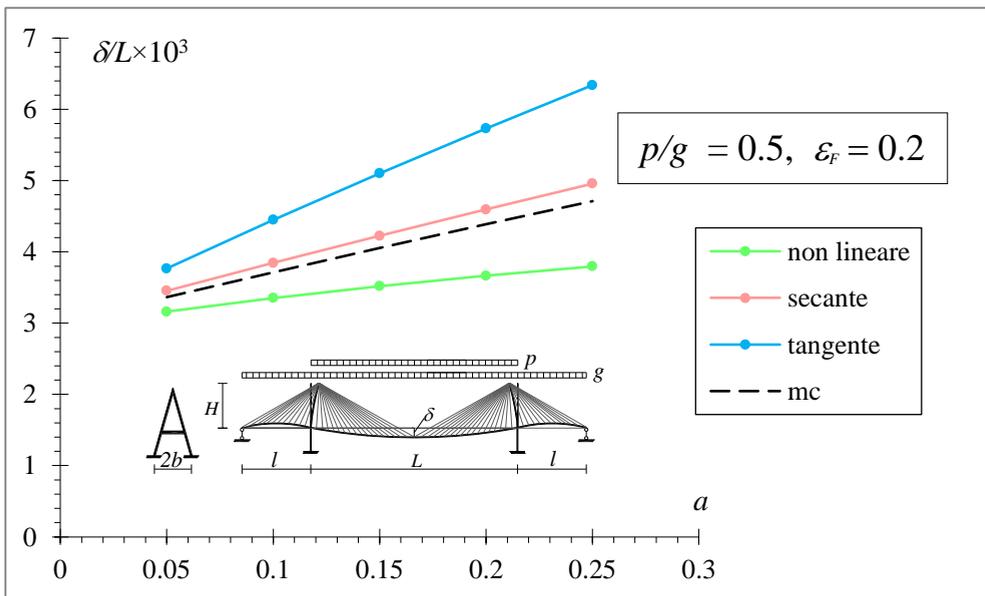


Figura 4.34: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezziera  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

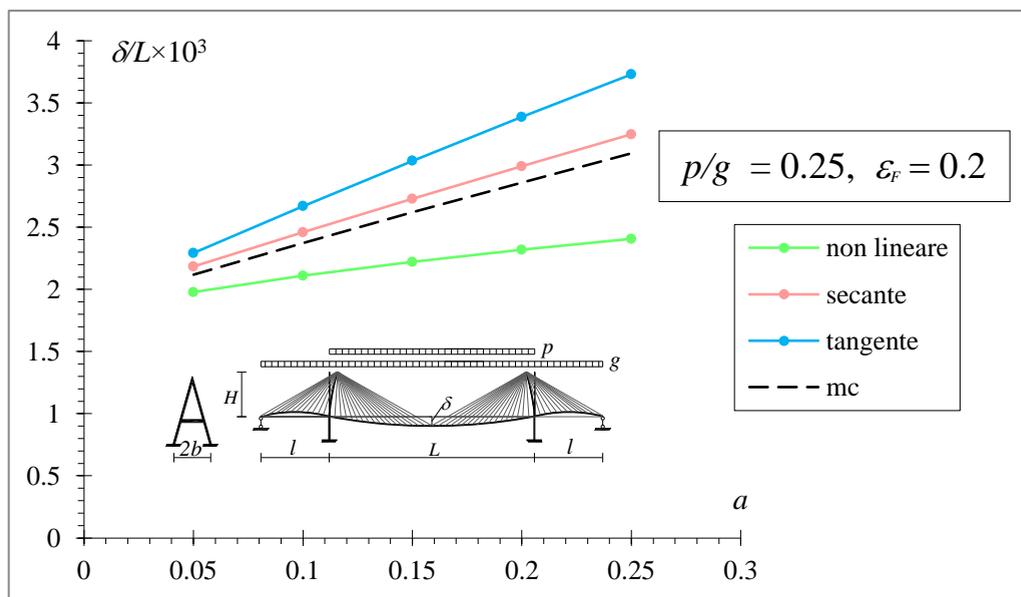


Figura 4.35: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

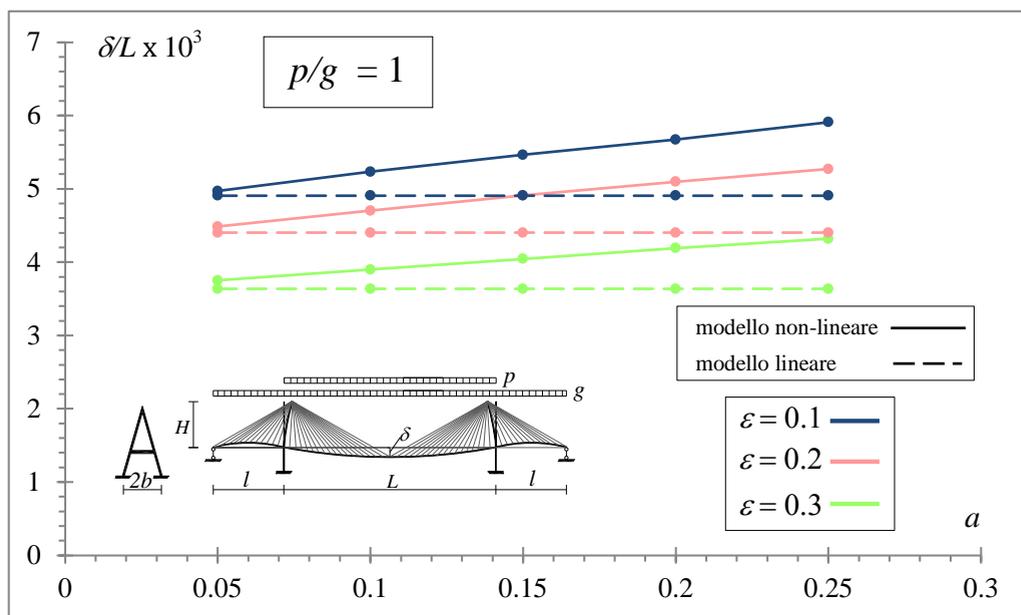


Figura 4.36: Confronto tra il modello non lineare e quello lineare ( $\Delta=L/60$ )

Così come nel caso in cui le pile sono modellate con conformazione ad “H”, è possibile notare che al crescere del parametro caratteristico  $a$  il modello non-

lineare si discosta sufficientemente da quello lineare. Tale aspetto è legato all'aumento di deformabilità nel modello non-lineare (al crescere di  $a$ ) rispetto all'andamento costante dell'abbassamento in mezzzeria che si ha nel modello lineare con comportamento meccanico degli stralli regolato dal modulo di Young.

Si procede con lo studio del comportamento della tipologia di ponte strallato con schema a ventaglio modificato e con pile a "Y rovescio". In particolare le analisi hanno riguardato due tipologie di schemi strutturali: il primo avente un'altezza dell'elemento verticale della pila pari a  $H*0.1$  ( $d_1$ ) ed il secondo avente un'altezza dell'elemento verticale della pila pari a  $H*0.2$  ( $d_2$ ).

Gli stralli si ripartono dall'elemento verticale del pilone e sono distribuiti sullo stesso in maniera diseguale a destra e a sinistra della pila (Fig. 4.37). La distanza lungo l'elemento verticale che intercorre tra i vari punti di attacco degli stralli nella parte destra della pila, è pari all'altezza dello stesso elemento diviso il numero degli stralli che insistono su  $L/2$ . Secondo un ragionamento analogo, la distanza lungo l'elemento verticale che intercorre tra i vari punti di attacco degli stralli nella parte sinistra della pila è pari all'altezza dello stesso elemento diviso il numero degli stralli che insistono su  $l$  (schema Y).

Sia per lo schema con estensione del tratto verticale pari a  $d_1$  che per lo schema con estensione del tratto verticale pari  $d_2$  sono state condotte le medesime analisi affrontate per la tipologia di ponte con pila ad "A" e per la tipologia di ponte con pila ad "H".

Per il primo caso nelle Fig. 4.38, 4.39 e 4.40 si riportano i grafici che descrivono l'andamento dell'abbassamento adimensionalizzato in mezzzeria della campata centrale in funzione del parametro caratteristico  $a$  nel caso in cui l'interasse tra gli stralli è pari a  $L/60$ , per  $\varepsilon_r=0.2$  e per  $p/g=1-0.5$  e  $0.25$ . Gli stessi casi vengono riportati per il secondo schema (Fig. 4.41, 4.42 e 4.43) e a seguire per entrambi gli schemi strutturali ( $d_1$ ,  $d_2$ ) vengono riportati i grafici in cui è illustrato l'effetto Dischinger per  $p/g=1$  (Fig. 4.44, 4.45).

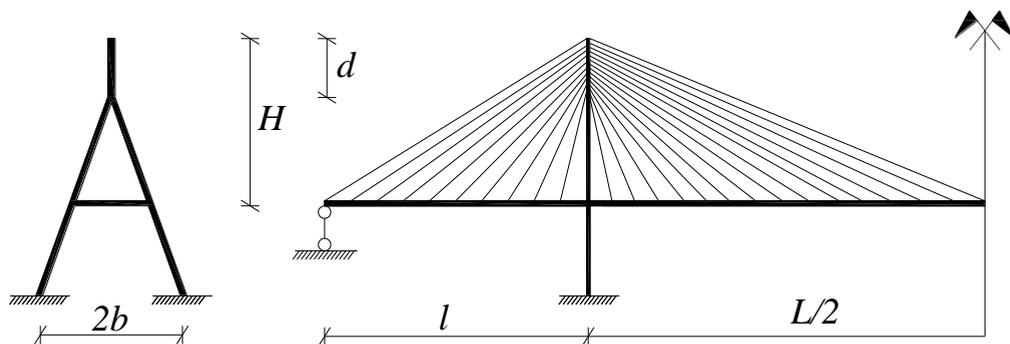


Figura 4.37: Schema di ponte strallato con disposizione a ventaglio modificato degli stralli e pila a "Y rovescio": schema Y.

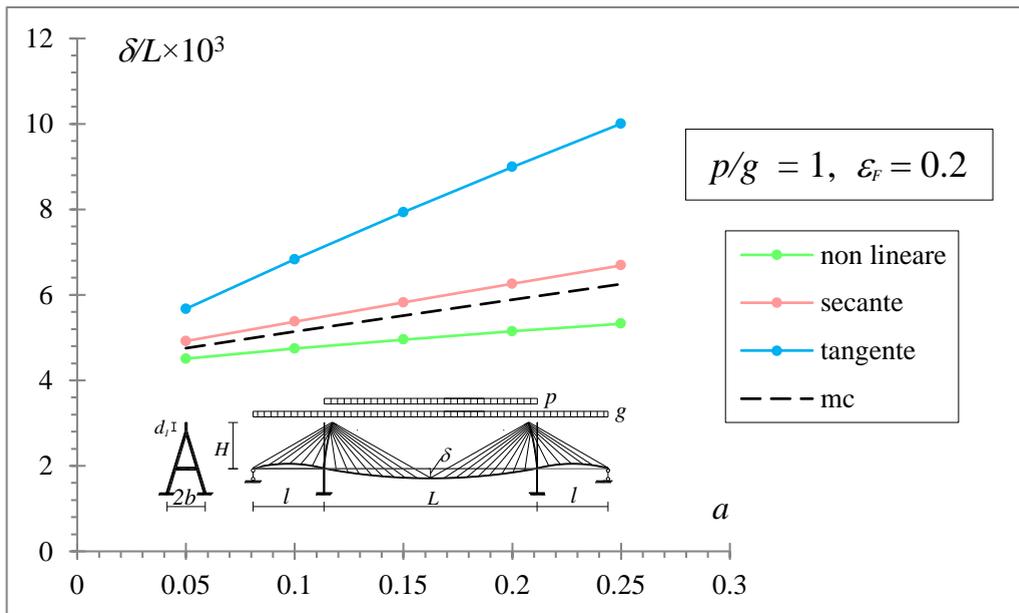


Figura 4.38: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

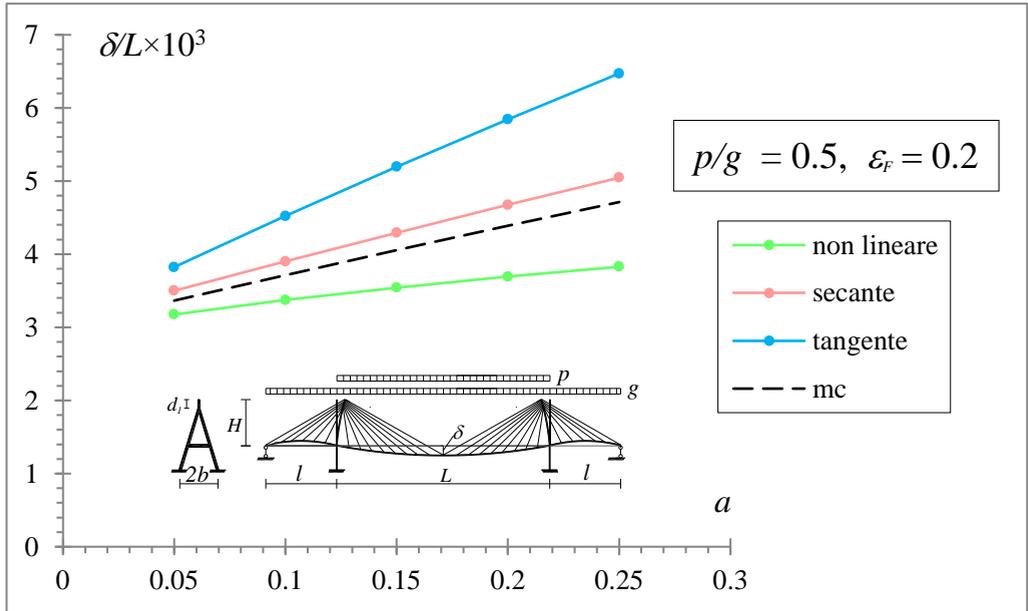


Figura 4.39: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

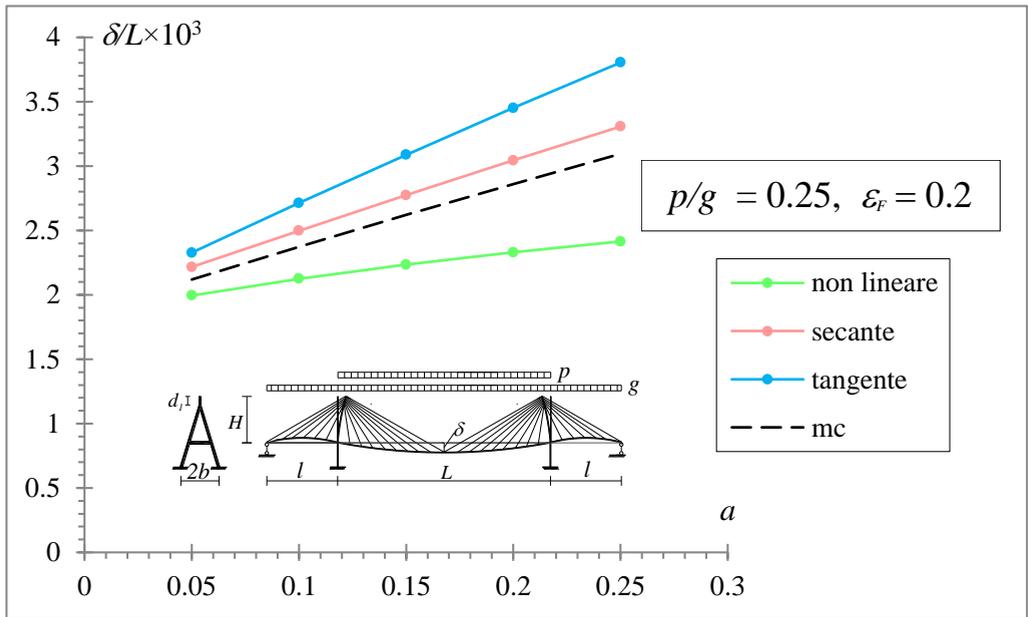


Figura 4.40: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

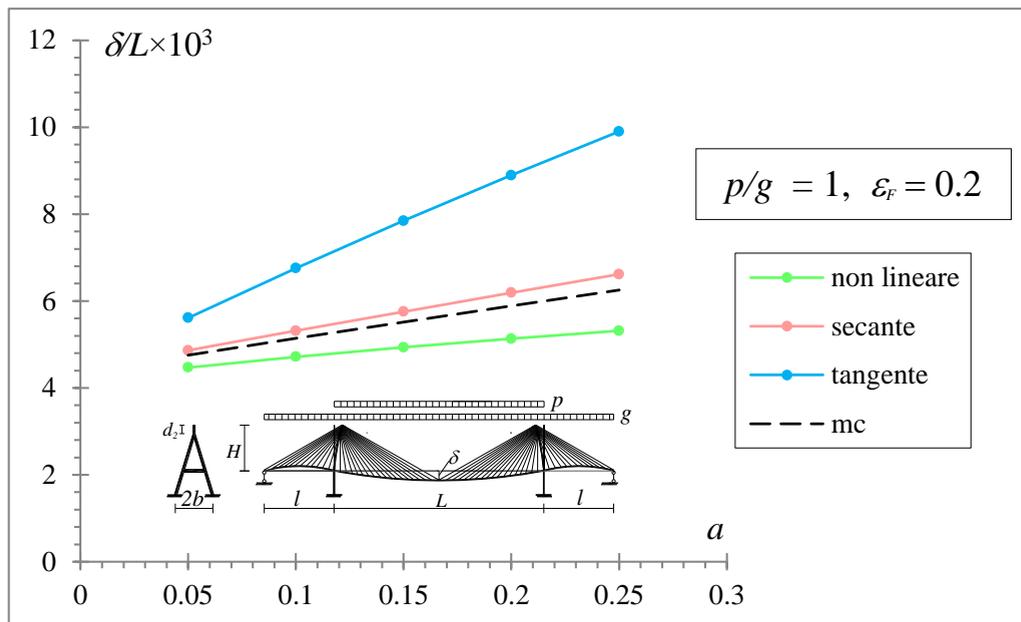


Figura 4.41: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

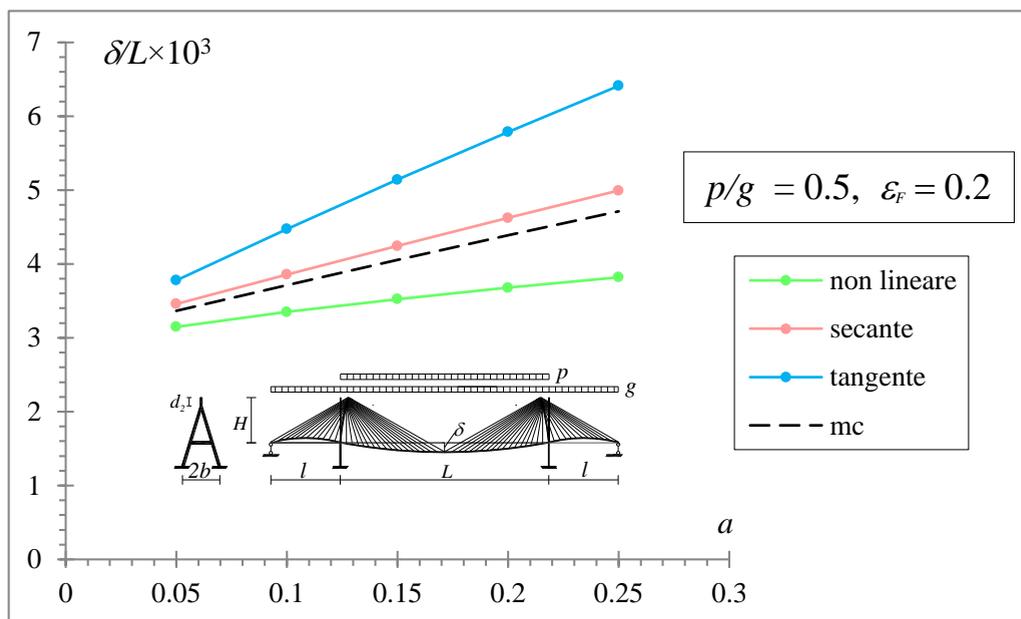


Figura 4.42: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

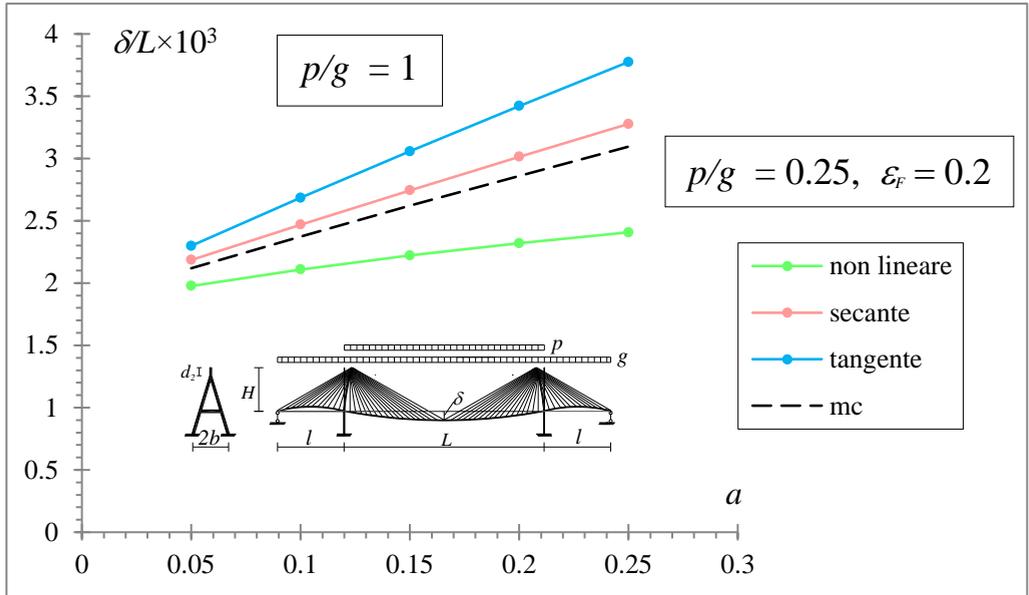


Figura 4.43: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

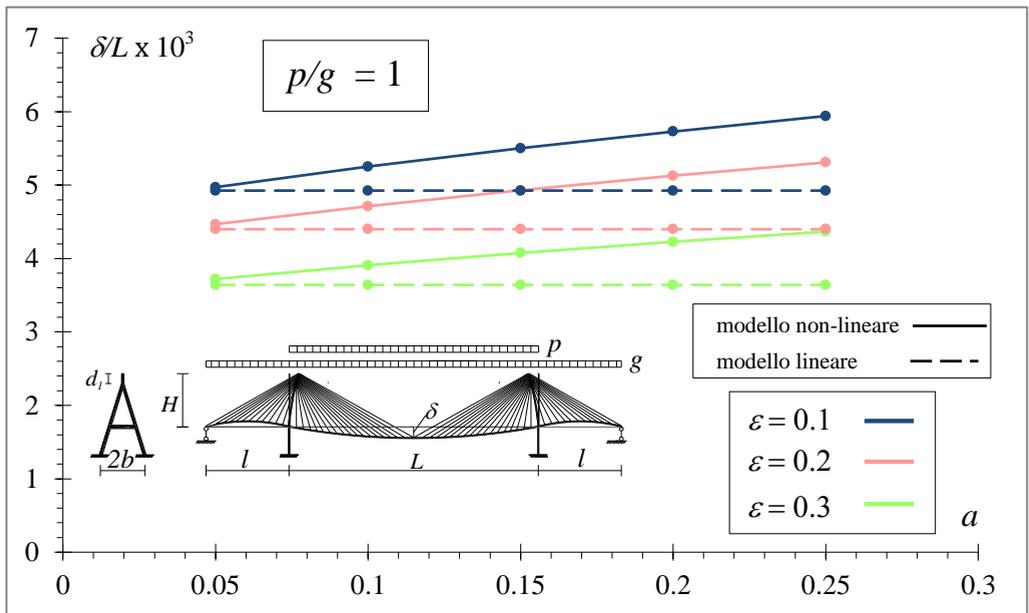


Figura 4.44: Confronto tra il modello non lineare e quello lineare ( $\Delta=L/60$ )

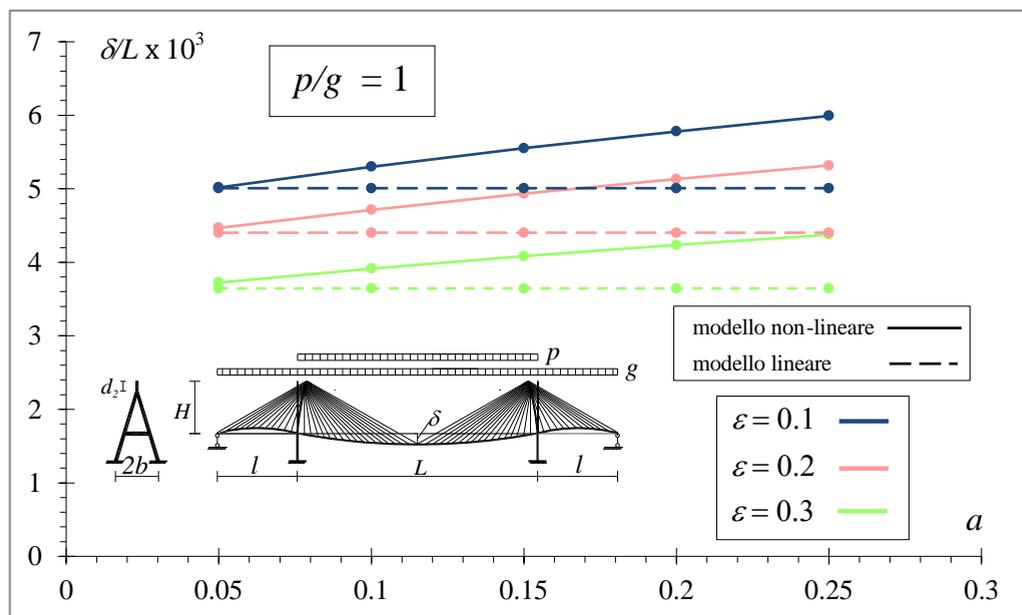


Figura 4.45: Confronto tra il modello non lineare e quello lineare ( $\Delta=L/60$ )

Dai grafici sopra riportati si evince che i risultati ottenuti per lo schema in cui il tratto verticale ha un'estensione pari a  $d_1$  non si discostano in maniera apprezzabile da quelli ricavati per lo schema in cui lo stesso ha un'estensione pari a  $d_2$ . Per entrambi gli schemi si nota inoltre un'analogia con i grafici relativi alle altre tipologie di pile analizzate. Anche nel caso del modello strutturale di ponte con configurazione ad "Y rovescio" delle pile l'abbassamento massimo in mezzeria della travata, a parità di rigidezza della stessa, tende a ridursi al diminuire del rapporto adimensionale  $p/g$ . Inoltre, le curve ottenute impiegando per gli stralli il modulo secante di Dischinger approssimano meglio, rispetto al caso in cui è impiegato il modulo tangente, l'effettivo comportamento non lineare del cavo.

Per apprezzare meglio le differenze tra i risultati ottenuti si riportano dei grafici che relazionano le curve relative ai diversi schemi studiati (Fig. 4.46, 4.47 e 4.48). Le curve mostrano l'abbassamento massimo in mezzeria in funzione del parametro adimensionale  $a$  al variare di  $p/g$ , per gli schemi di ponte in cui gli stralli sono stati modellati come elementi del tipo "non-linear truss", per  $\Delta=L/60$  e per  $\epsilon_r=0.1$ . Come si evince dai suddetti grafici i risultati relativi ai ponti con pile ad "A" e "H" sono, per carichi accidentali applicati sulla campa-

ta centrale, pressochè coincidenti. Le curve che si riferiscono agli schemi con pile ad “Y rovescio” tendono lievemente a discostarsi dalle altre e, in particolare, la curva relativa allo schema con estensione del tratto verticale pari a  $d_1$ , tende, rispetto a quella in cui la stessa è pari a  $d_2$ , ad approssimare meglio i risultati ottenuti sullo schema di ponte con pila ad “A”. Si evince dunque che al diminuire della dimensione dell’elemento verticale costituente la pila a “Y rovescio” il comportamento statico del ponte è riconducibile a quello riscontrato nel caso in cui le pile presentano una conformazione ad “A”.

Dalle considerazioni fatte è possibile concludere che l’influenza della forma delle pile sulla deformabilità flessionale dei ponti di grande luce è pressochè trascurabile. Al fine di estendere lo studio del comportamento statico e della deformabilità dei ponti strallati di grande luce, si vuole a questo punto investigare l’influenza sulla stessa degli effetti torsionali legati all’eccentricità dei carichi. Nelle simulazioni numeriche si è scelto di adottare un comportamento lineare degli stralli, modellati mediante elementi del tipo “linear-truss”, adottando il modulo tangente per il comportamento meccanico degli stralli.

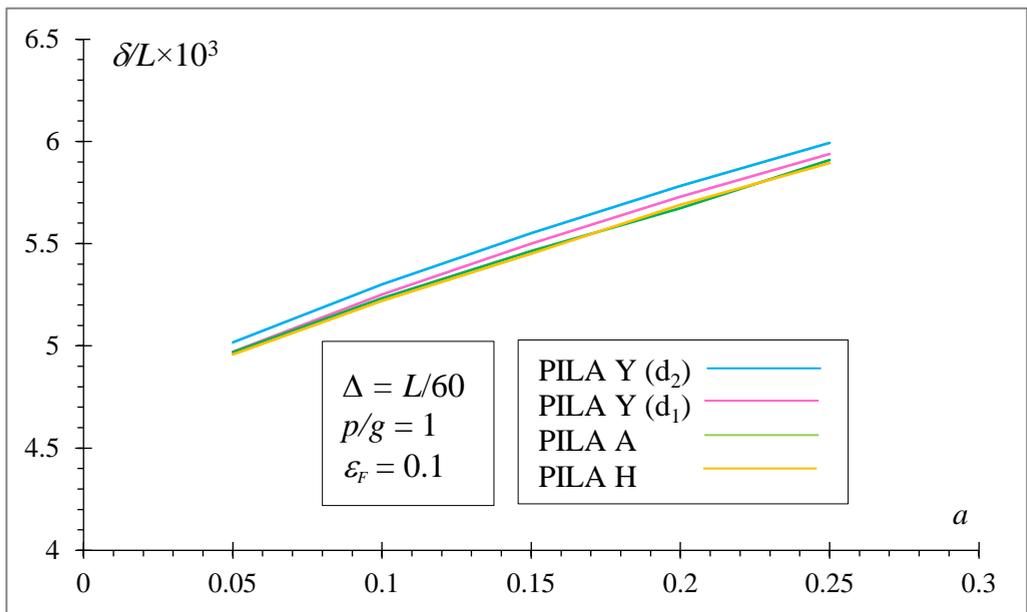


Figura 4.46: Confronto andamento non lineare tra le diverse tipologie di pile

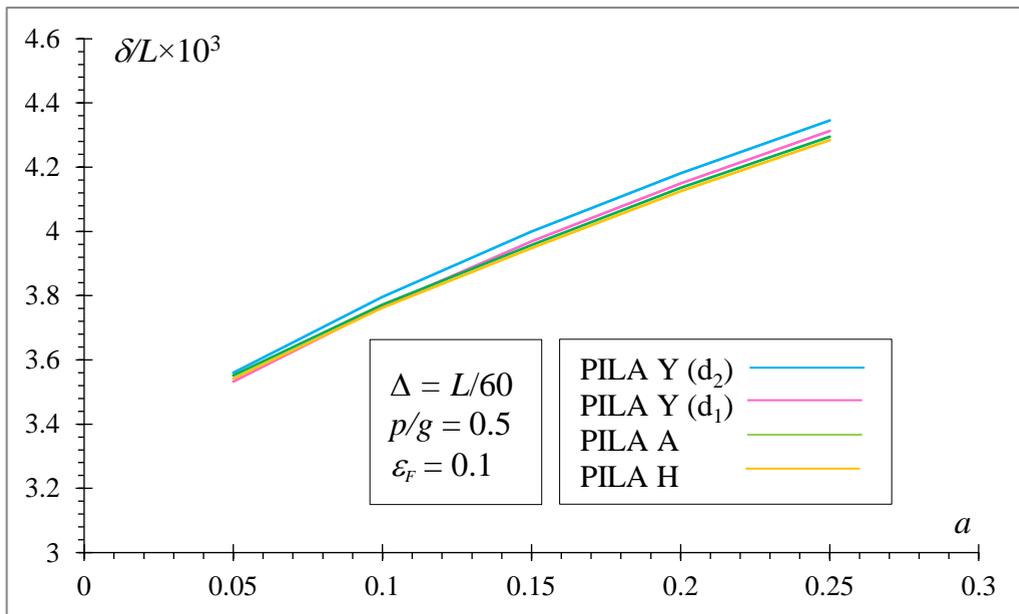


Figura 4.47: Confronto andamento non lineare tra le diverse tipologie di pile

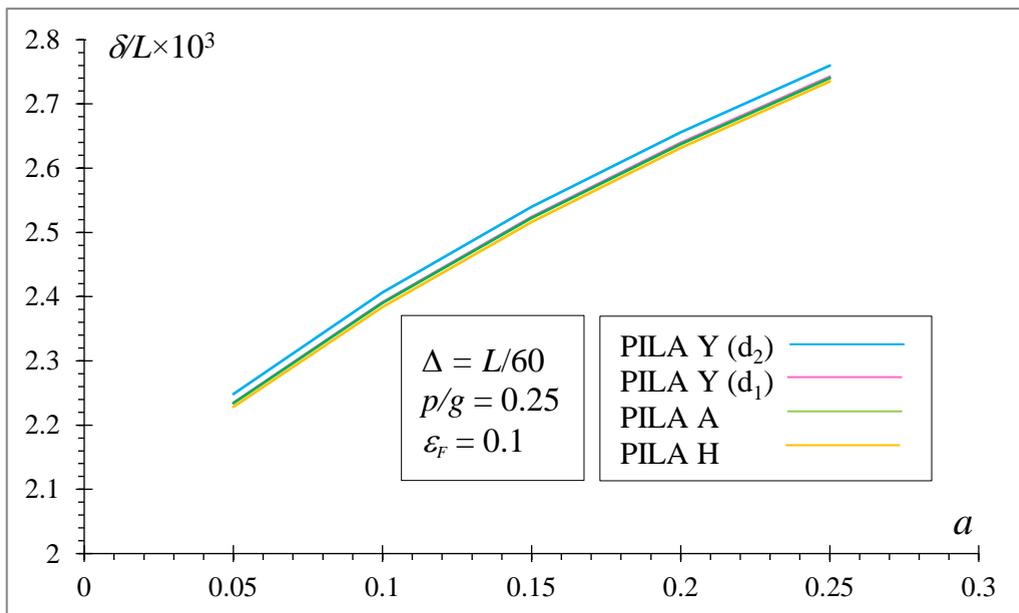


Figura 4.48: Confronto andamento non lineare tra le diverse tipologie di pile

Nei grafici illustrati nelle Fig. 4.49 e 4.50 è mostrato l'andamento della rotazione torsionale massima adimensionalizzata nella mezzeria della campata centrale del ponte in funzione del parametro  $a$  per i due casi di ponte con pila ad "A" e ad "H".

Le analisi sono state condotte, per entrambe le tipologie, nel caso in cui:  $\Delta=L/60$ ,  $p/g=1$ ,  $\varepsilon_F=0.2$ , e eccentricità= $0.25*b$ ; sono stati inoltre considerati diversi valori del parametro di rigidezza torsionale  $\tau$  che, come è ben noto, nel caso dei ponti di grande luce, assume dei valori abbastanza piccoli.

Le curve mostrano un andamento pressochè lineare strettamente influenzato dal parametro di rigidezza torsionale  $\tau$ : Il valore della rotazione torsionale massima in mezzeria tende, come atteso, a diminuire all'aumentare di  $\tau$ .

E' evidente come, contrariamente al caso della deformabilità flessionale, la forma della pila sia notevolmente influente nello studio del comportamento statico del ponte sotto carichi eccentrici. Nel caso in cui, infatti, il ponte sia modellato con una conformazione ad "A" delle pile si registrano valori decisamente più bassi della rotazione torsionale.

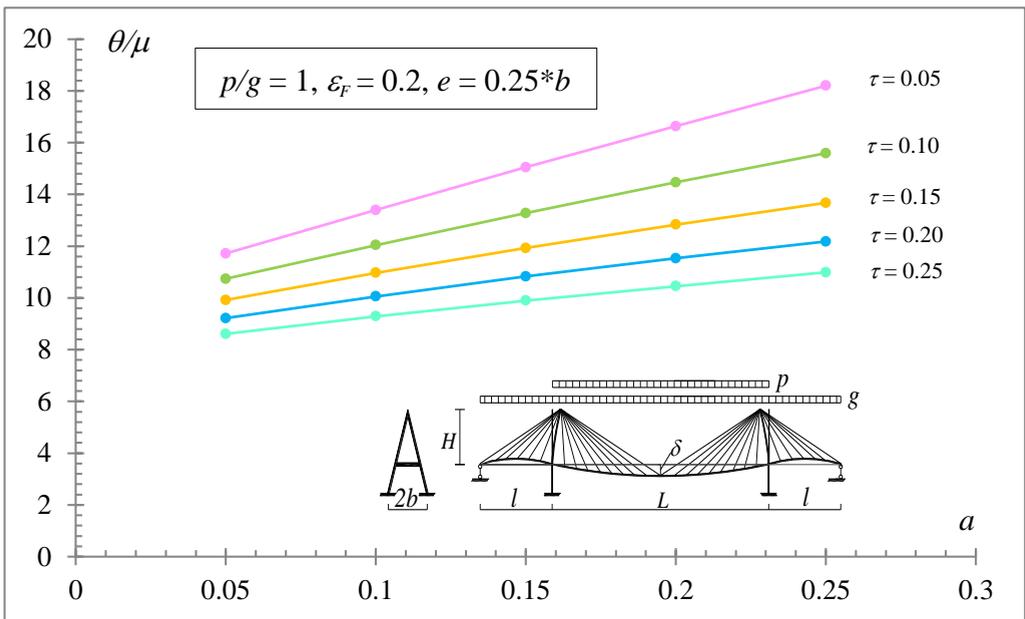


Figura 4.49: Rotazione torsionale adimensionalizzata massima in mezzeria in funzione del parametro  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

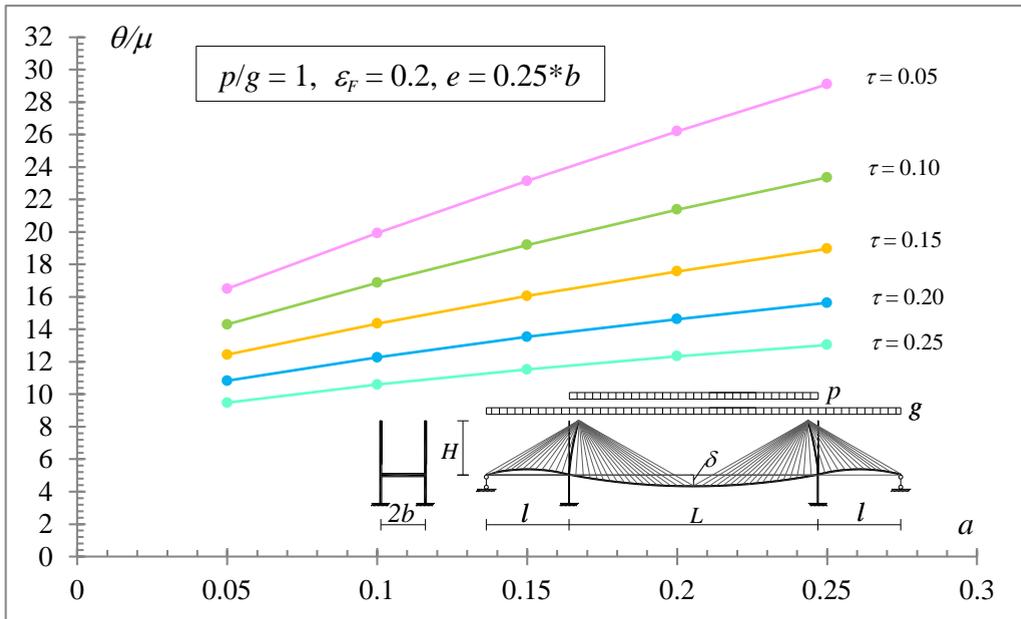


Figura 4.50: Rotazione torsionale adimensionalizzata massima in mezzeria in funzione del parametro  $a$  ( $\Delta=L/60$ )

Per le quattro tipologie di pila studiate sono state considerate altre due differenti distribuzioni dei carichi accidentali  $p$ . Assumendo come configurazione iniziale quella rettilinea corrispondente all'applicazione dei carichi fissi. Sono state considerate per il ponte due condizioni di carico aggiuntive: nel primo caso i carichi accidentali sono stati applicati simmetricamente sulle campate laterali (primo caso di carico), mentre nel secondo gli stessi sono stati applicati a “scacchiera” su una campata laterale e su metà della campata centrale (secondo caso di carico).

Si riportano (Fig. 4.51, 4.52) dei grafici in cui viene plottato lo spostamento massimo in mezzeria ( $\delta$ ) in funzione del parametro caratteristico  $a$  per i due casi di carico citati. In particolare si è scelto di riportare le curve relative al modello di ponte con pile ad “A” nel caso in cui  $\varepsilon_f=0.2$  e  $\Delta=L/60$  e mettendo a confronto i risultati per due valori del rapporto adimensionale  $p/g$ .

Dai grafici è possibile osservare come gli abbassamenti massimi relativi al rapporto adimensionale  $p/g$  unitario siano superiori rispetto a quelli relativi a  $p/g=0.5$ .

Inoltre, come conseguenza della disposizione dei carichi accidentali  $p$ , la conseguente deformata del ponte è simmetrica nel primo caso di carico e asimme-

trica nel secondo caso.

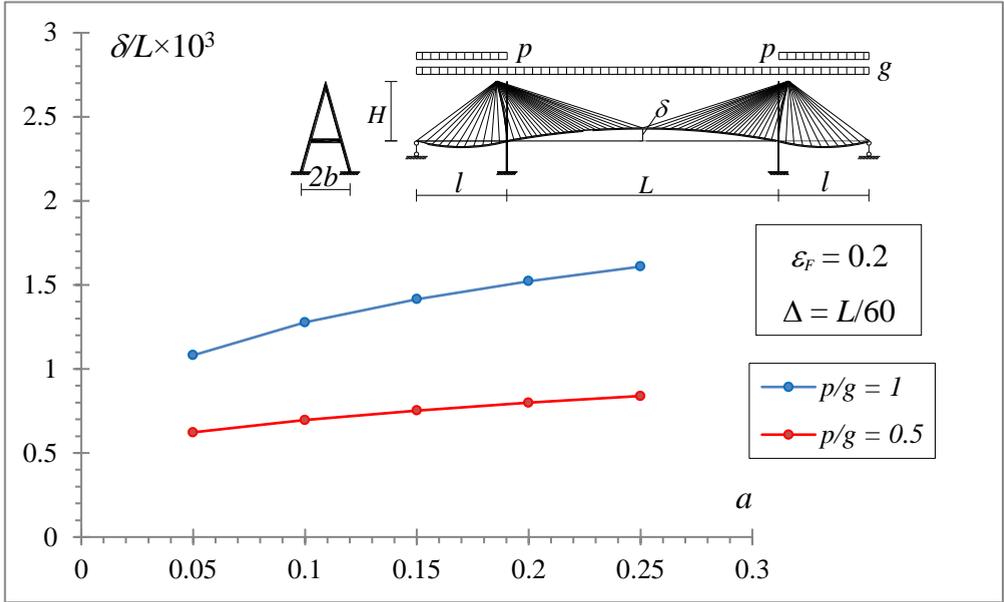


Figura 4.51: Massimo abbassamento in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  per il caso di carico con carichi accidentali sulle campate laterali

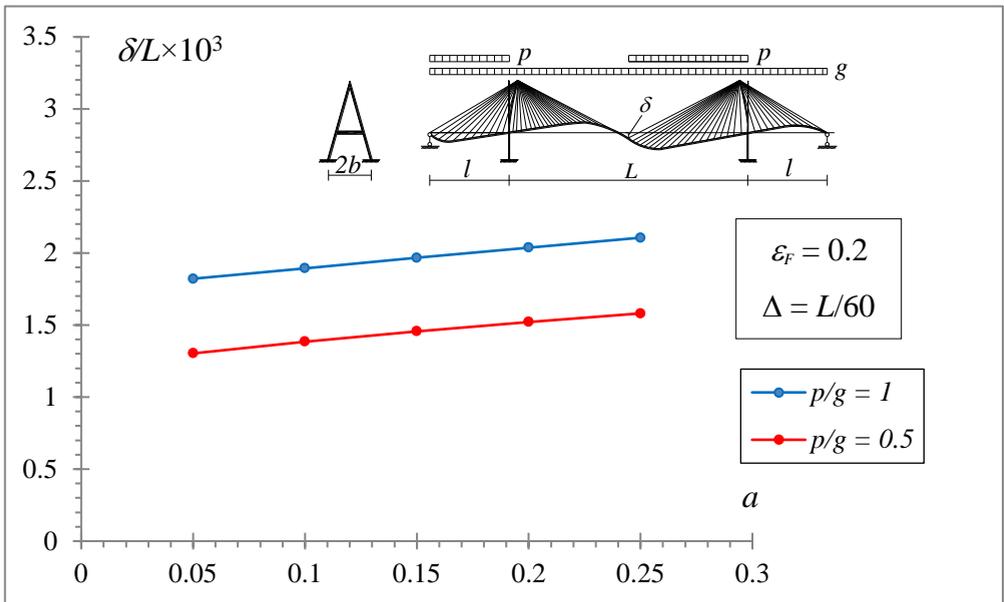


Figura 4.52: Massimo abbassamento in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$  per la condizione di carico "a scacchiera"

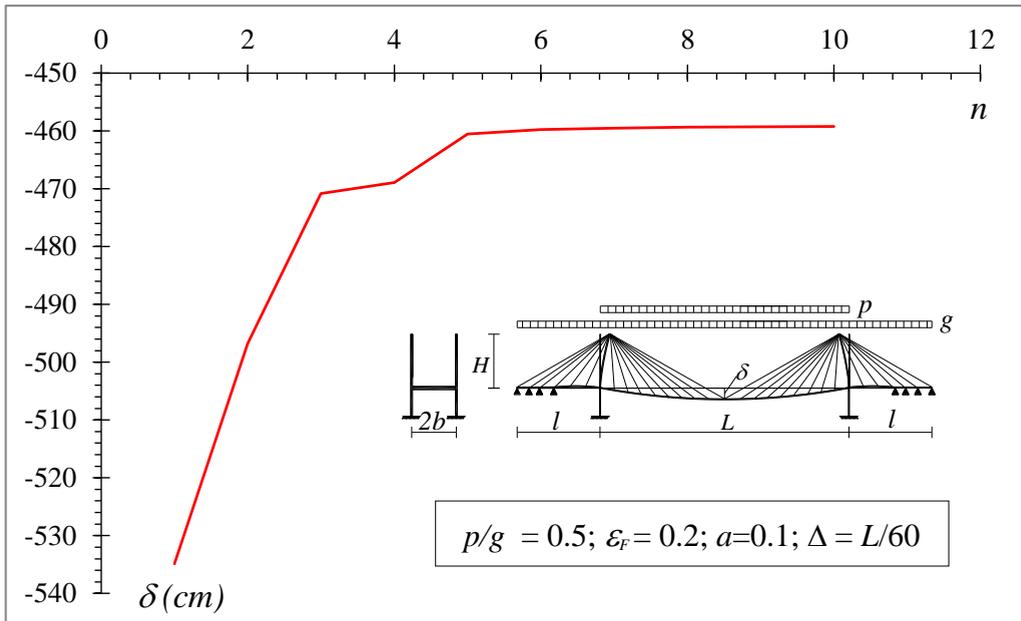


Figura 4.53: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta L$  in funzione di  $n$  appoggi intermedi

Per la tipologia di ponte strallato con pile ad H è stato affrontato un ulteriore studio inserendo sullo schema strutturale degli appoggi intermedi in corrispondenza delle campate laterali. Nel grafico di Fig. 4.53 è mostrato l'abbassamento massimo in mezzeria ( $\delta$ ) in funzione del numero di appoggi inseriti. In particolare, il numero degli appoggi è stato fatto variare da 1 a 10 e si è osservato che all'aumentare di  $n$  l'abbassamento  $\delta$  tende a diminuire rimanendo praticamente costante per un numero di appoggi superiore a 4.

Per concludere lo studio sulla deformabilità dei ponti strallati si vogliono confrontare gli schemi con pila ad "Y rovescio" ed altezza dell'elemento verticale pari a  $d_1$  e  $d_2$  con altri due ulteriori schemi aventi le medesime pile ad "Y" e le stesse altezze  $d_1$  e  $d_2$ , ma una disposizione differente degli stralli (schema Y2). In particolare, in quest'ultimo caso, rispetto agli schemi precedentemente analizzati, gli stralli che si dipartono dall'elemento verticale delle torri alla travata sono in numero eguale sulle campate laterali e sulla campata centrale (Fig. 4.54). Le aree degli stralli sono state appropriatamente dimensionate in funzione del nuovo numero degli stessi cavi. Dai grafici mostrati nelle Fig. 4.55, 4.56, che relazionano le due tipologie di pile ad "Y rovescio" si nota la perfetta

analogia dei due schemi confrontati. Le curve si riferiscono per ciascuna altezza a  $d_1$  e  $d_2$  e per diversi valori di  $p/g$  ai casi in cui  $\varepsilon_F=0.2$  e  $\Delta=L/30$ .

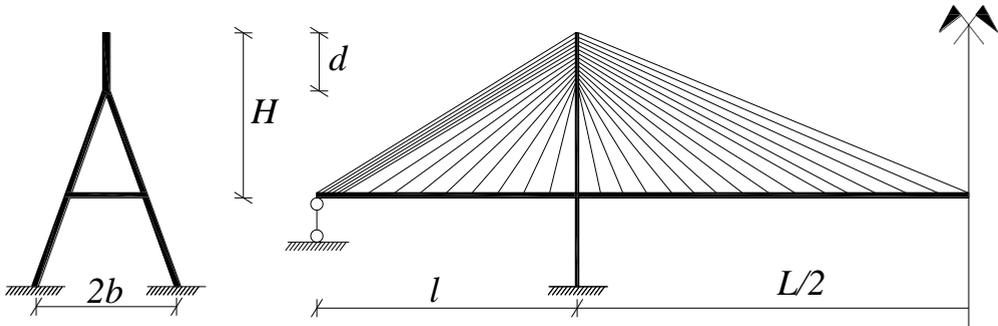


Figura 4.54: Schema di ponte strallato con disposizione a ventaglio modificato degli stralli e pila a "Y rovescio": schema Y2.

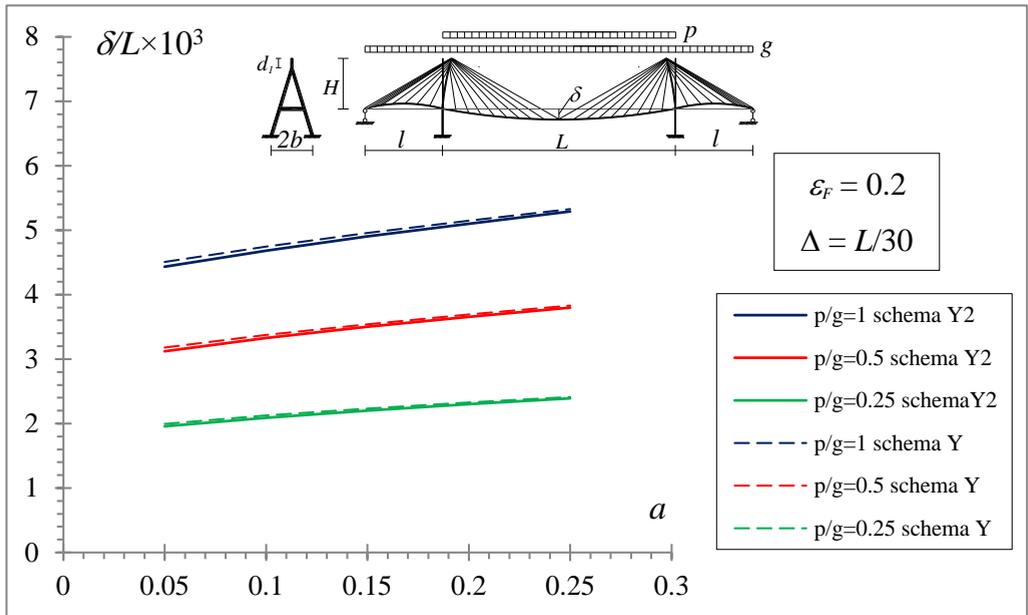


Figura 4.55: Massimo abbassamento adimensionalizzato in mezzeria  $\delta/L$  in funzione del parametro caratteristico  $a$

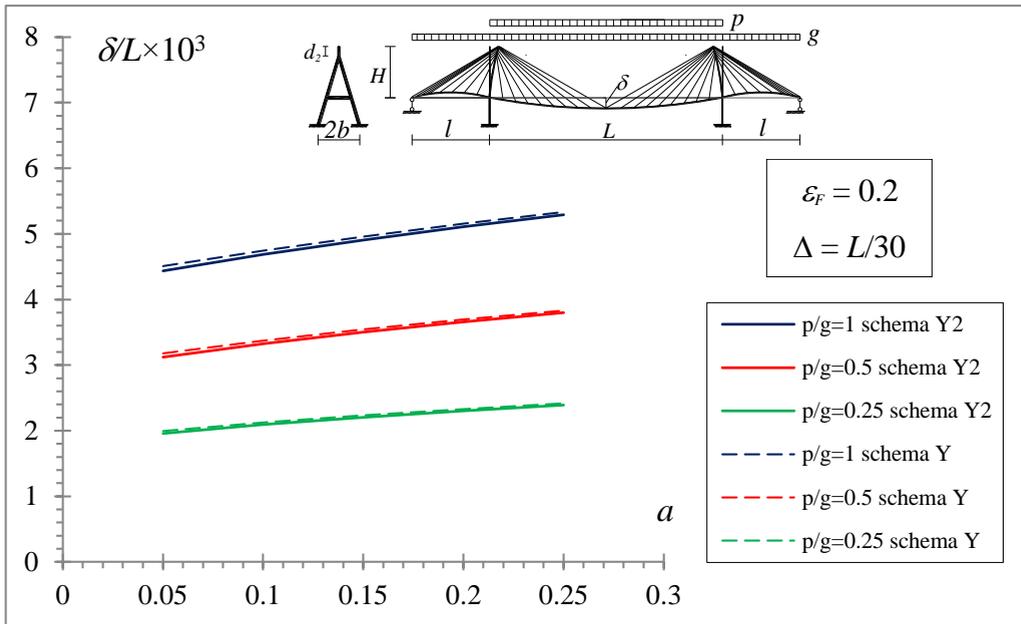


Figura 4.56: Massimo abbassamento in mezzeria  $\delta L$  in funzione del parametro  $a$

#### 4.4.2 Risultati numerici sui ponti combinati sospesi-strallati

Nell'ambito delle simulazioni numeriche si è analizzato il comportamento statico dei ponti misti sotto l'azione dei carichi accidentali, partendo dalla configurazione rettilinea corrispondente all'azione dei carichi permanenti.

Nell'ipotesi di distribuzione diffusa degli stralli e dei pendini e considerando le non linearità geometriche dei cavi, sono state condotte delle analisi parametriche al variare di “ $r$ ” su uno schema di ponte simmetrico a tre campate avente le seguenti caratteristiche geometriche:

- $L=1500$  m (lunghezza della campata centrale);
- $l = 500$  m (lunghezza delle campate laterali);
- $H = 315$  m (altezza delle pile);
- $f= 300$  m (freccia del cavo di sospensione);

Al variare di “ $r$ ” si ha una distribuzione differente dei carichi permanenti ( $g_{sp}$ ,  $g_{st}$ ) sulla travata, quindi una diversa misura della lunghezza  $l_m$ : per  $r=1$  si ricade nella tipologia di ponte sospeso, mentre per  $r=0$  si ha lo schema strallato.

Nell'ambito dello studio della deformabilità dei ponti combinati si vogliono confrontare gli abbassamenti della travata corrispondenti ai diversi schemi stu-

diati. In *Fig. 5.57* è riportato, al variare del parametro “ $r$ ”, l’abbassamento dei punti costituenti l’asse della travata ( $\delta$ ) lungo la lunghezza dell’intero impalcato nel caso in cui i carichi accidentali sono applicati sulla campata centrale. I grafici confrontati nella medesima figura, si riferiscono a schemi per i quali:  $p/g=0.5$ ,  $I_t = 45 \text{ m}^4$  e l’interasse degli stralli e dei pendini è pari a  $L/60$ .

Dai grafici riportati nella *Fig. 4.57* si può notare che l’abbassamento del punto di mezzeria della campata centrale, che corrisponde all’abbassamento massimo dell’impalcato, tende a diminuire per valori bassi del parametro “ $r$ ”. Lo spostamento massimo si ha in corrispondenza dello schema di ponte sospeso che, come noto, rappresenta un tipo di ponte abbastanza deformabile. Al diminuire di “ $r$ ” si ha una lunghezza minore di  $l_m$  e conseguentemente una maggiore porzione d’impalcato su cui insistono, oltre ai pendini, gli stralli. Ne conseguono degli effetti positivi sulla deformabilità dell’intero sistema, dato l’incremento generale della rigidità del ponte.

In *Fig. 4.58* sono confrontate, per il medesimo schema di ponte, le deformate corrispondenti al sistema sospeso ( $r=1$ ) e allo schema strallato ( $r=0$ ), le quali sono caratterizzate da un comportamento profondamente differente.

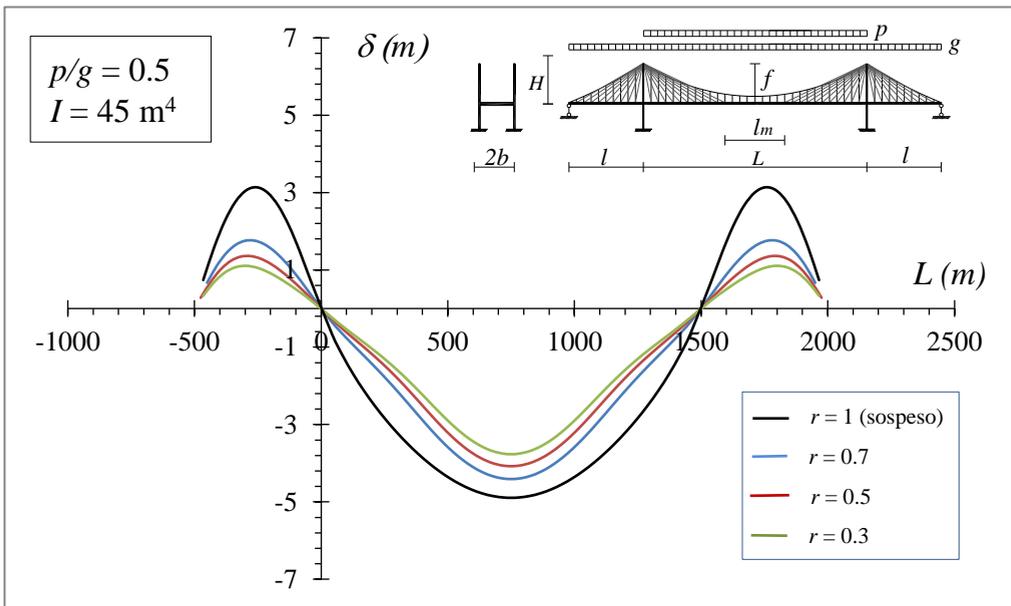


Figura 4.57: Deformata dell’impalcato nello schema di ponte misto ( $\Delta=L/60$ )

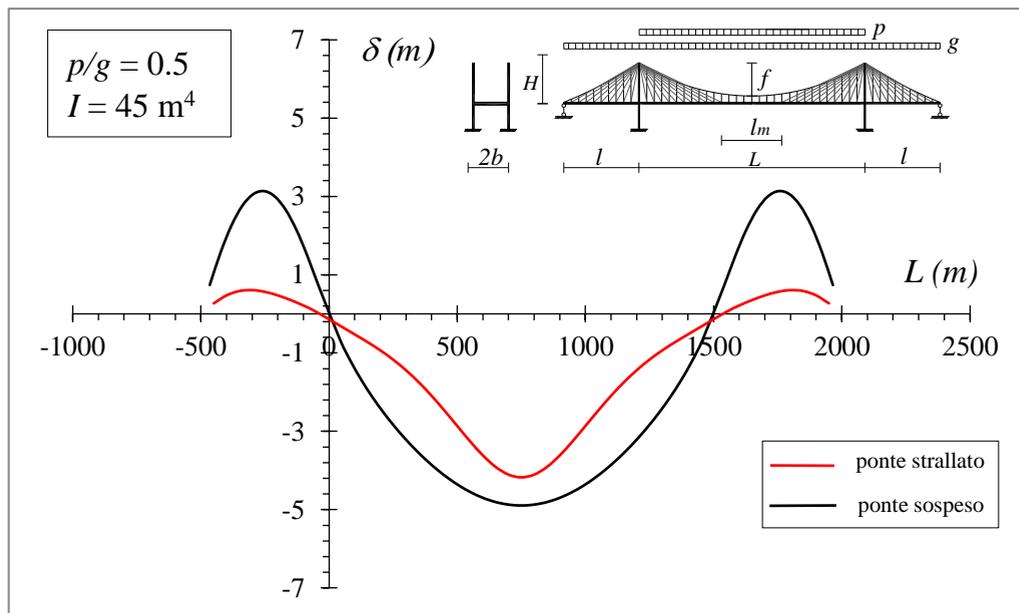


Figura 4.58: Deformata dell'impalcato negli schemi di ponti sospesi e misti ( $\Delta=L/60$ )

Si è poi studiato il comportamento del ponte al variare della condizione di carico. Partendo dalla configurazione rettilinea della travata corrispondente ai carichi fissi, sono stati applicati i carichi accidentali su metà della lunghezza della campata centrale.

In Fig. 4.59 sono confrontati gli abbassamenti dell'impalcato, al variare di  $r$ , per uno schema di ponte avente:  $p/g=0.5$ ,  $\Delta=L/60$  e  $I_t = 45 \text{ m}^4$ . Le deformate ottenute sono asimmetriche come conseguenza della distribuzione dei carichi accidentali e, anche in questo caso, si può notare che gli spostamenti dell'impalcato sono maggiori al crescere del parametro “ $r$ ”.

Ulteriori analisi sono state condotte mantenendo inalterate le caratteristiche geometriche del ponte e variando l'inerzia della travata ( $I=3\text{m}^4$ ).

In Fig. 4.60 sono riportate le deformate dell'impalcato per diversi valori di “ $r$ ” ( $p/g=0.5$ ,  $\Delta=L/60$ ) e nell'ipotesi di strallatura diffusa dei cavi: gli abbassamenti tendono a crescere per valori maggiori di “ $r$ ” e raggiungono dimensioni massime per  $r=1$  (schema sospeso). Si può notare che, rispetto allo schema precedente con inerzia della travata pari a  $45 \text{ m}^4$ , gli spostamenti dell'impalcato, a parità del rapporto  $p/g$  e dell'interasse tra i cavi, sono nettamente maggiori a causa della minore rigidità dell'impalcato.

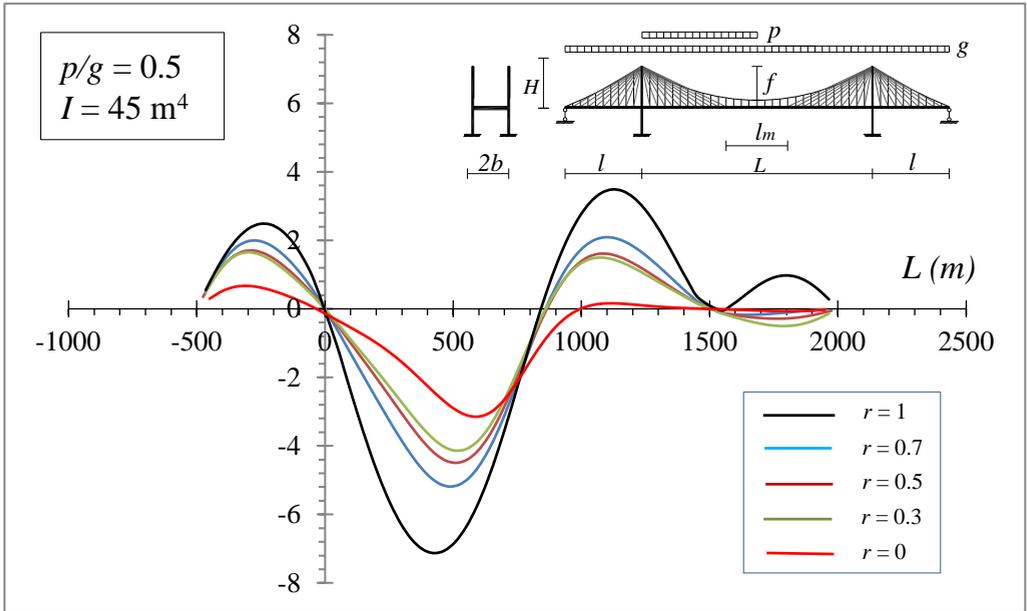


Figura 4.59: Deformata dell'impalcato nello schema di ponte misto ( $\Delta=L/60$ )

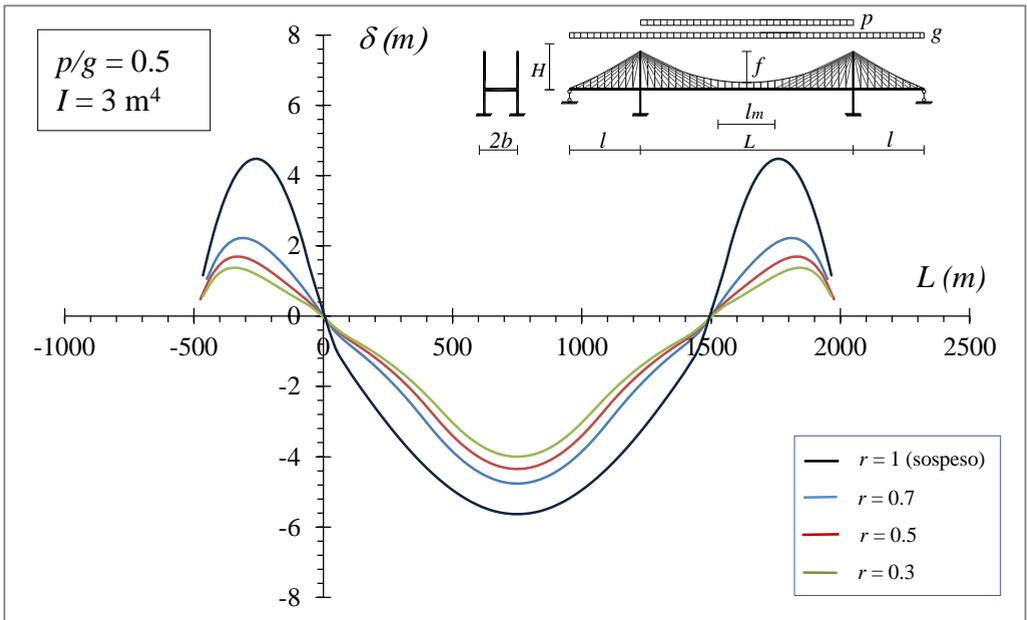


Figura 4.60: Deformata dell'impalcato nello schema di ponte misto ( $\Delta=L/60$ )

In Fig. 4.61 sono riportate le deformate relative alla tipologia strallata e alla tipologia sospesa, mentre in Fig. 4.62 sono riportati gli andamenti delle defor-

mate dell'impalcato, al variare di “ $r$ ” per uno schema di ponte combinato con  $p/g=0.5$ ,  $\Delta=L/60$  e inerzia della travata eguale a  $3 \text{ m}^4$ .

Dalla Fig. 4.61 è possibile notare che lo spostamento massimo registrato per la tipologia strallata è maggiore rispetto a quello che si ottiene per lo schema sospeso; inoltre le deformate relative ai due schemi, assumono un comportamento nettamente differente.

Nelle Fig. 6.61 e 4.62, rispetto ai corrispondenti grafici riportati nelle Fig. 4.58 e 4.59 relativi agli schemi di ponte con inerzia della travata pari a  $45 \text{ m}^4$ , si leggono valori degli abbassamenti maggiori.

Infine, in Fig. 4.63 sono diagrammati, al variare dell'inerzia della travata, gli abbassamenti dei punti dell'impalcato di un ponte misto avente: rapporto tra carichi accidentali e carichi permanenti eguale a 0.5,  $L=2100 \text{ m}$ ,  $l=700 \text{ m}$ ,  $H=315 \text{ m}$ ,  $f=300 \text{ m}$ ,  $\Delta= L/60$  e  $r=0.3$ .

Le deformate assumono delle configurazioni analoghe, e confrontando i risultati ottenuti, si può concludere che gli abbassamenti dell'impalcato tendono a diminuire al crescere dei valori dell'inerzia della travata.

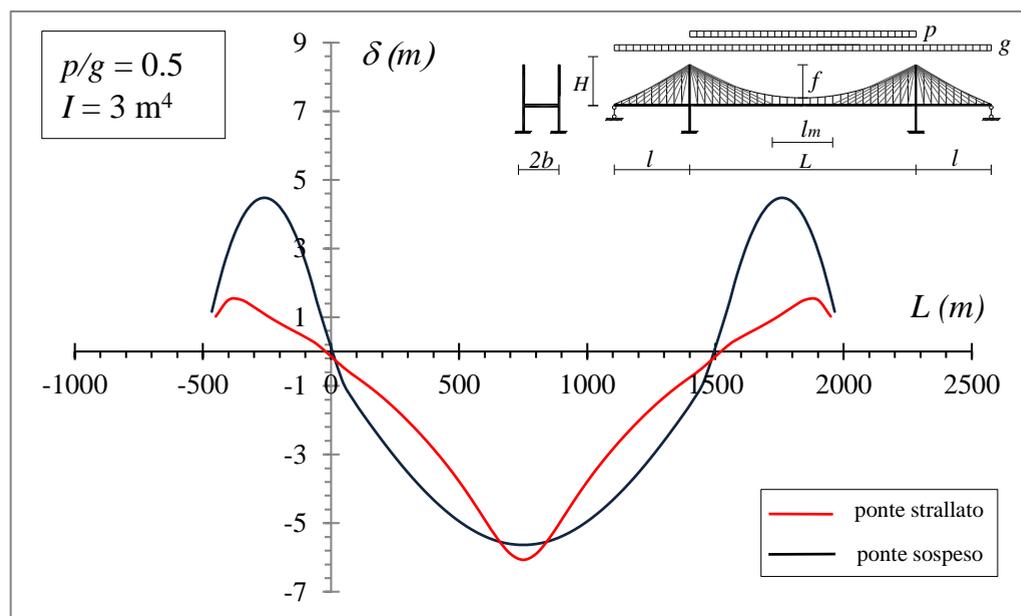


Figura 4.61: Deformata dell'impalcato nello schema di ponte sospeso e strallato ( $\Delta=L/60$ )

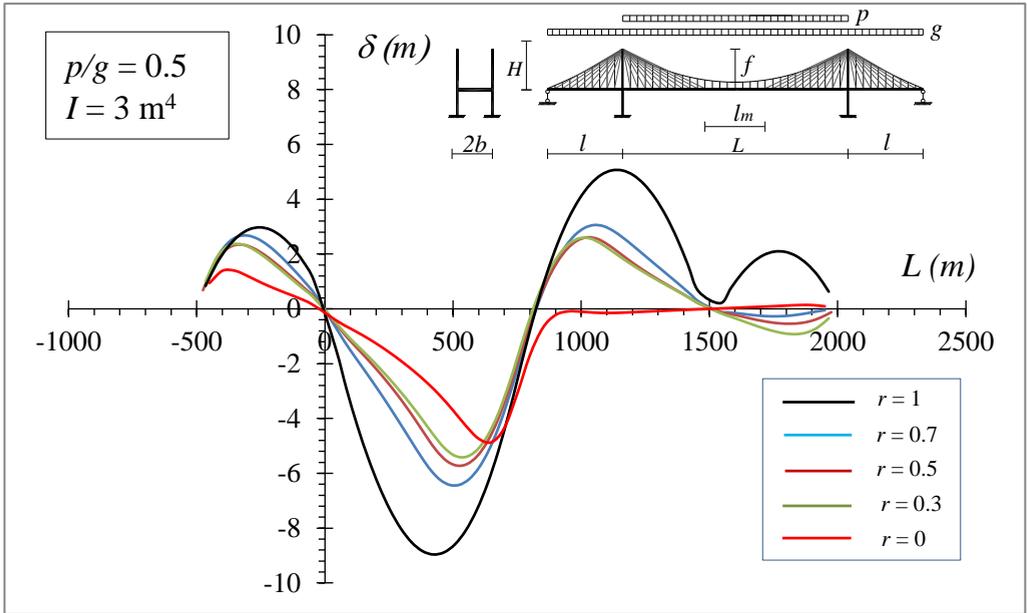


Figura 4.62: Deformata dell'impalcato nello schema di ponte misto ( $\Delta=L/60$ )

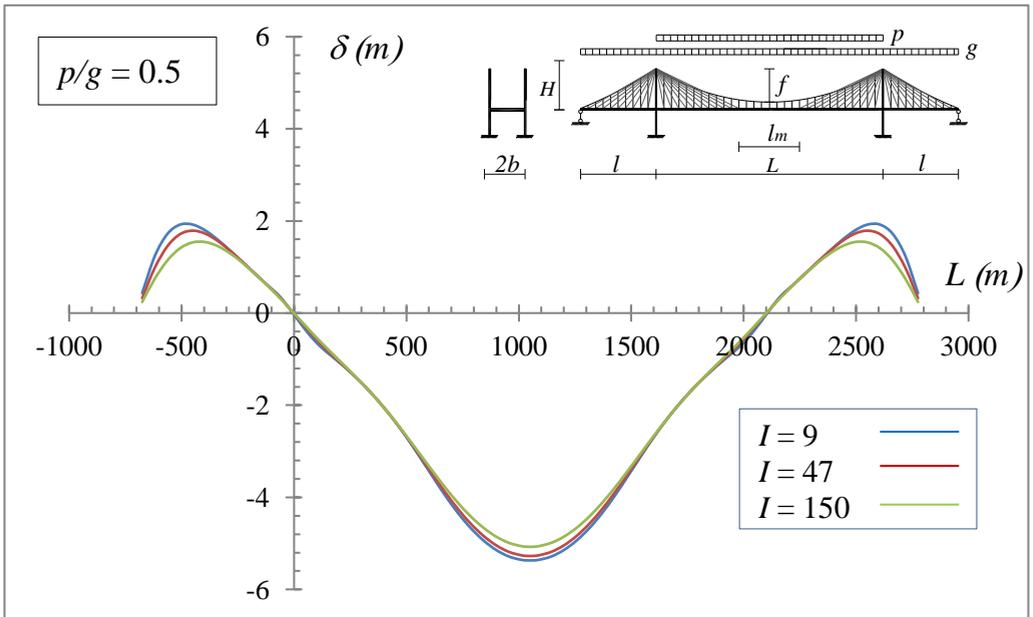


Figura 4.63: Deformata dell'impalcato nello schema di ponte misto al variare dell'inerzia della travata ( $\Delta=L/60$ )



CAPITOLO **5**  
STABILITA'  
DEI PONTI STRALLATI

### **Introduzione**

I ponti strallati rappresentano dei sistemi strutturali che consentono il superamento di luci comprese tra i 200 e i 1000 m. Tali opere sono costituite da tre componenti principali: l'impalcato, le torri e gli stralli inclinati. In generale, i ponti di grande luce, sotto l'effetto dei carichi permanenti e dei carichi accidentali, presentano un comportamento fortemente non lineare.

Tali effetti nonlineari presenti sono legati essenzialmente a diverse cause: il comportamento fortemente non-lineare degli stralli (effetto "sag"); le grandi deformazioni che generano una modifica della configurazione geometrica degli elementi strutturali (torri e impalcato), l'effetto instabilizzante dovuto agli sforzi di compressione assiale che gli stralli trasmettono all'impalcato. Altri effetti non lineari sono legati al comportamento dei materiali impiegati e all'accoppiamento tra le azioni flettenti e torcenti agenti sulla travata.

In letteratura, al fine di semplificare lo studio del comportamento non-lineare dei ponti strallati di grande luce, si fa ricorso a delle assunzioni semplificative: per escludere le non-linearità che insorgono all'interno dei piloni in seguito all'iterazione con la travata irrigidente, si suppone che gli stessi abbiano un'elevata rigidità flessionale; nelle analisi piane si trascurano i modi di deformazione torsionale; i cavi vengono considerati come elementi linear "truss" tesi e si tiene conto dell'effetto "sag" mediante l'impiego di un modulo elastico equivalente (modulo tangente di Dischinger). Le non linearità inducono nelle

sottostrutture delle notevoli sollecitazioni flettenti che si trasmettono alle due torri e all'impalcato: la travata, in particolare, poiché caratterizzata da una notevole snellezza, e poiché soggetta a sforzi assiali elevati, potrebbe essere oggetto di fenomeni d'instabilità.

Il problema della stabilità, nello studio del comportamento non-lineare dei ponti, risulta abbastanza complesso perché in alcuni casi non è sufficiente analizzare il solo comportamento critico, ma bisogna spingersi nell'esame del comportamento post-critico, studiando per altro gli effetti che le imperfezioni e le non linearità presenti nel percorso d'equilibrio pre-critico hanno sul comportamento reale del ponte. Dato il comportamento fortemente non-lineare dei ponti strallati di grande luce, un'analisi di tipo convenzionale, basata su uno studio di tipo lineare e sull'impiego del modulo elastico tangente alla Dischinger al fine di tenere in conto l'effetto "sag" per gli stralli, appare poco accurata, specie nel caso in cui il ponte sia caratterizzato da luci molto grandi, la qual cosa rende la travata molto snella e quindi deformabile.

Si consideri, a tal riguardo, lo schema di ponte strallato mostrato in *Fig. 5.1*, soggetto sia ai carichi permanenti  $g$ , sia ai carichi accidentali  $\lambda p$  dipendenti dal moltiplicatore crescente  $\lambda$ . Si supponga che gli stralli siano distribuiti con continuità sull'impalcato e che sotto l'effetto dei carichi permanenti la travata sia praticamente rettilinea e non soggetta a momenti flettenti.

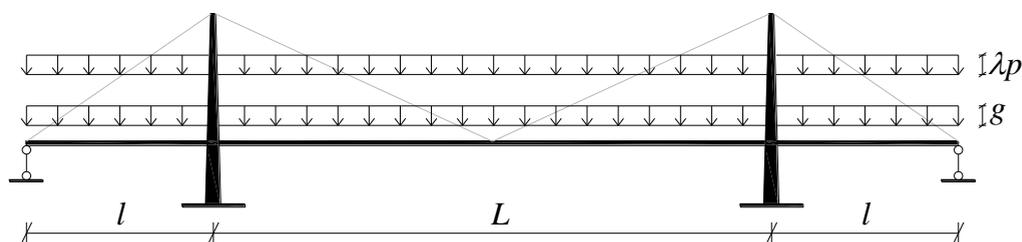


Figura 5.1: Distribuzione dei carichi sullo schema di ponte analizzato

Al termine del processo di costruzione del ponte, gli sforzi prodotti dai carichi permanenti  $g$  sono:

- forze assiali  $N_g^s$  negli stralli;
- forze assiali  $N_g$  nella travata.

Sotto effetto del carico accidentale  $\lambda p$ , il comportamento del ponte sarà fortemente non lineare in conseguenza della presenza degli sforzi assiali  $N_g + N(\lambda)$  nell'impalcato e della non linearità degli stralli.

Il primo effetto provoca una riduzione della rigidezza del ponte che conduce a un probabile fenomeno di biforcazione del percorso di equilibrio.

Il secondo effetto, legato alle non linearità degli stralli, può essere stabilizzante o instabilizzante: incrementando il parametro  $\lambda$  infatti, lo sforzo assiale negli stralli e quindi la rigidezza degli stessi può aumentare o diminuire a seconda della distribuzione dei carichi accidentali.

Il comportamento postbuckling dipende dalla forma dell'inflessione critica dell'impalcato. La risposta degli stralli è, infatti, differente a seconda che gli spostamenti dell'impalcato siano positivi o negativi e il percorso in fase postbuckling assume un andamento asimmetrico.

Il comportamento reale del ponte non genera biforcazione nell'equilibrio a causa della presenza di piccole imperfezioni e per gli effetti non lineari presenti in fase precritica (*Fig. 5.2*).

Si possono notare due differenti comportamenti del ponte:

- 1) lo Snapbuckling si ha quando la capacità portante massima ( $\lambda_{max}$ ) del ponte è inferiore al valore critico  $\lambda_c$ . Tale situazione si verifica quando il carico è applicato sulla campata centrale.
- 2) il Mildbuckling si ha quando la capacità portante massima coincide sostanzialmente con il valore del carico critico. Tale situazione si verifica quando il carico viene applicato su tutto il ponte.

In questo capitolo si intende effettuare uno studio numerico, mediante un modello agli elementi finiti, del comportamento statico non lineare dei ponti strallati con disposizione a ventaglio dei cavi, considerando il comportamento non lineare del singolo strallo e l'effetto instabilizzante della compressione assiale agente nei piloni e nella travata. Dopo avere brevemente richiamato le caratteristiche generali del comportamento al buckling e quello post-buckling dei ponti strallati di grande luce, si procederà con lo studio di un modello discreto tridimensionale agli elementi finiti, mediante il quale verrà investigato in maniera accurata il comportamento non-lineare dei ponti strallati e la massima capacità portante degli stessi sotto l'effetto dei carichi accidentali  $\lambda p$ .

Il sistema degli stralli viene modellato in accordo con l'approccio che prevede l'impiego multiplo di elementi di tipo "truss" per il singolo cavo. Ciascuno strallo è, quindi, discretizzato in elementi finiti, e le non-linearità di tipo geometrico sono tenute in conto mediante la misura di deformazione di Green-Lagrange.

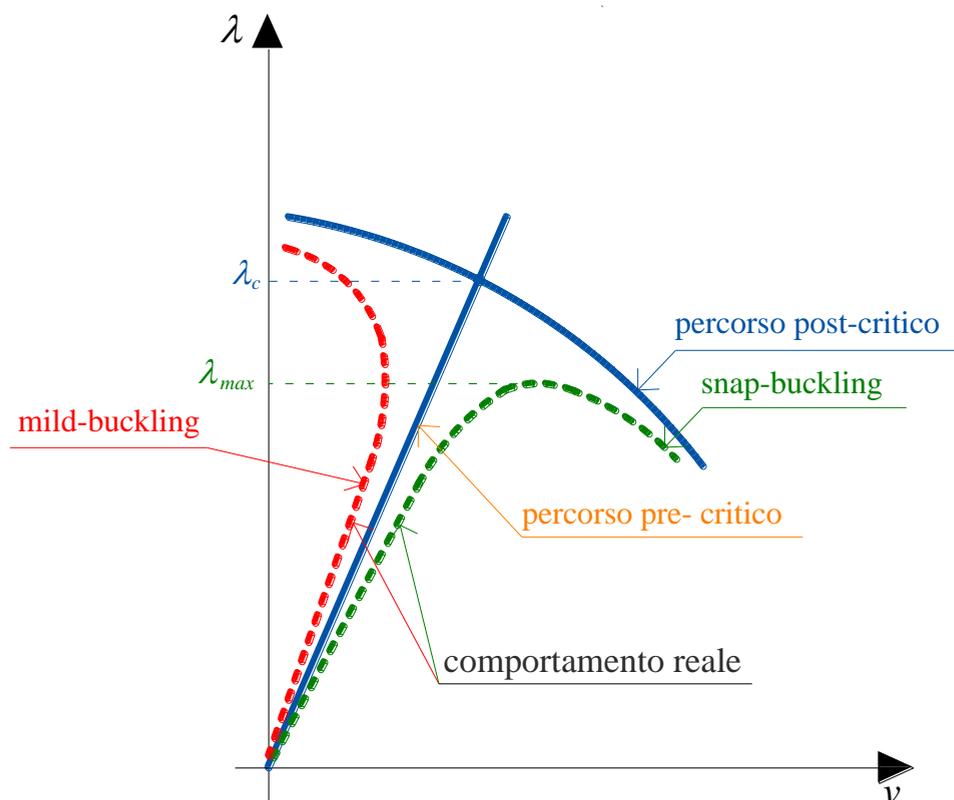


Figura 5.2: Comportamento del ponte sotto l'effetto di un carico accidentale incrementale

Il ponte verrà, quindi, modellato mediante un assemblaggio tridimensionale di elementi "beam" per la travata ed elementi di tipo "truss" per gli stralli. Le connessioni tra i cavi e la travata irrigidente sono effettuate mediante opportune equazioni di vincolo. L'influenza degli effetti non-lineari sul comportamento statico dei ponti strallati verrà investigata tramite il confronto con i risultati ottenuti con modelli semplificati, in cui il comportamento dei singoli stralli è affidato al modulo elastico tangente di Dischinger. Inoltre verrà sviluppata un'analisi di tipo parametrico, nell'ambito del modello tridimensionale agli

elementi finiti proposto, al fine di analizzare l'influenza dei principali parametri geometrici e del materiale di progetto sul comportamento statico non-lineare del ponte.

Nelle simulazioni numeriche verranno considerate varie condizioni di carico e differenti conformazioni delle pile del ponte; inoltre, nel modello verrà incorporata una procedura non-lineare, al fine di determinare in maniera accurata lo stato di pretensione degli stralli, necessario per garantire l'iniziale configurazione rettilinea della travata sotto carichi permanenti.

## 5.1 Principali aspetti del comportamento non lineare dei ponti strallati

La riposta dei cavi all'applicazione dei carichi sull'impalcato è una delle cause principali del comportamento non lineare dei ponti strallati. Nell'ambito dello studio della deformabilità dei ponti strallati (Cap 4), si è potuto osservare che l'uso del modulo secante di Dischinger, nella modellazione degli stralli, comporta, rispetto a quello tangente, una risposta più appropriata del ponte, in quanto consente di tenere in conto in maniera sufficientemente accurata, il comportamento non lineare degli stessi stralli. Appare evidente, infatti, come per forti incrementi tensionali l'impiego del modulo secante per la modellazione del legame costitutivo dei cavi risulta essere più efficace rispetto all'uso del modulo tangente, a causa delle forti non-linearità geometriche che caratterizzano il comportamento degli stralli sotto l'effetto dei carichi fissi.

L'incremento di tensione in uno strallo  $\Delta\sigma$  può essere scritto nella seguente forma:

$$\Delta\sigma = E_s^*(\Delta\varepsilon)\Delta\varepsilon; \quad (5.1)$$

dove  $E_s^*$  è il modulo secante di Dischinger, dipendente in maniera non-lineare dall'incremento di deformazione assiale ( $\Delta\varepsilon$ ). Assumendo un'approssimazione parabolica della configurazione deformata dello strallo, il modulo secante assume la seguente espressione:

$$E_s^* = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l_0^2 E}{12\sigma_0^3} \frac{1+\beta}{2\beta^2}}; \quad \beta = 1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}; \quad (5.2)$$

la quale mostra la dipendenza fortemente non-lineare dello stesso dall'incremento di tensione ed il differente comportamento sotto incrementi positivi o negativi di deformazione.

Nella (5.2):  $E$  è il modulo di Young,  $A$  è l'area della sezione trasversale del cavo,  $\gamma$  è il peso per unità di volume del cavo,  $l_0$  è la proiezione orizzontale della lunghezza del cavo e  $\sigma_0$  è la tensione iniziale nello strallo. Per piccoli incrementi di tensione rispetto alla configurazione iniziale ( $\beta \rightarrow 1$ ), il modulo di elasticità equivalente può essere considerato costante durante il processo di carico e la risposta nonlineare del cavo può essere approssimata mediante il modulo tangente di Dischinger:

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = E_t^* = \lim_{\beta \rightarrow 1} E_s^* = \frac{E}{1 + \frac{\gamma^2 l_0^2 E}{12\sigma_0^3}}.$$

E' lecito inoltre assumere che, nel caso in cui il cavo sia soggetto ad incrementi negativi di deformazione, la rigidezza dello stesso tenda a zero:

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \begin{cases} E_t^* & \text{if } \Delta\varepsilon \geq 0 \\ 0 & \text{if } \Delta\varepsilon \leq 0 \end{cases}$$

nei casi in cui l'effetto sag viene trascurato, invece, il modulo secante di Dischinger può essere sostituito con il modulo elastico di Young.

Si procede, al fine di analizzare la risposta non lineare dello strallo, con un'espansione asintotica del modulo secante in funzione dell'incremento della deformazione assiale:

$$E_s^*(\Delta\varepsilon) = E_{(0)}^* + E_{(1)}^* \Delta\varepsilon + E_{(2)}^* \Delta\varepsilon^2 + O(\Delta\varepsilon^3); \quad (5.3)$$

dove il termine con ordine zero ( $E_{(0)}^*$ ) può essere considerato coincidente con il modulo tangente  $E_t^*$  e i termini rimanenti possono essere ottenuti con un'espansione in serie di Taylor della (5.2) in funzione di  $\Delta\sigma$ .

$$E_s^*(\Delta\sigma) = E_t^* + \frac{3aE}{2(1+a)^2\sigma_0}\Delta\sigma + \left( \frac{9a^2E}{4(1+a)^3\sigma_0^2} - \frac{2aE}{(1+a)^2\sigma_0^2} \right) \Delta\sigma^2 + O(\Delta\sigma^3). \quad (5.4)$$

Sostituendo  $\Delta\sigma$  come espansione in serie di  $\Delta\varepsilon$  e considerando la (5.1) e la (5.3) si ricava:

$$\Delta\sigma = E_{(0)}^*\Delta\varepsilon + E_{(1)}^*\Delta\varepsilon^2 + O(\Delta\varepsilon^3).$$

Confrontando la (5.4) e la (5.3) si deduce che, nella precedente espressione, il termine con ordine zero può essere sostituito con il modulo tangente, mentre il primo e il secondo termine valgono rispettivamente:

$$E_{(1)}^*/E_t^* = \frac{3aE}{2(1+a)^2\sigma_0}; \quad E_{(2)}^*/E_t^* = \frac{(5a-4)aE^2}{2(1+a)^4\sigma_0^2}; \quad a = \frac{\gamma^2 l_0^2 E}{12\sigma_0^3}. \quad (5.5)$$

Si può notare che poiché il parametro  $a$ , mediante il quale si tiene in conto l'effetto "sag" dei cavi e che è responsabile della deformabilità degli stralli, assume valori più piccoli rispetto all'unità (0.1-0.2)  $E_{(1)}^*$  è positivo, mentre  $E_{(2)}^*$  assume valori negativi.

Gli effetti legati alle assunzioni fatte riguardo il comportamento non-lineare dei cavi possono essere analizzati considerando uno schema di ponte strallato autoancorato con disposizione degli stralli a ventaglio, in cui la travata non presenta vincoli orizzontali e il carico accidentale è distribuito uniformemente sulla campata centrale. Se il comportamento prebuckling è assunto lineare, la compressione nella travata, nel momento in cui il carico raggiunge il valore critico, produce una biforcazione del percorso di equilibrio. Il comportamento postbuckling dipende fortemente dalla forma del modo critico e può essere caratterizzato da una forma decrescente associata al softening della risposta dei cavi in compressione. Il comportamento reale del ponte, invece, non presenta una biforcazione del percorso di equilibrio ed è individuato dall'andamento mostrato mediante il tratto continuo in *Fig. 5.3*. Generalmente è lecito attendere un comportamento di tipo snap-buckling che presenta un massimo locale con valore inferiore rispetto al carico critico.

Dal grafico mostrato in *Fig. 5.3*, si può notare che, impiegando il modulo secante di Dischinger per gli stralli, il massimo parametro di carico ( $\lambda_{max}$ ) è note-

volmente inferiore al carico critico (forte snap-buckling) mentre il comportamento post-buckling è asimmetrico.

Se il comportamento non lineare del ponte è invece simulato mediante l'impiego per gli stralli del modulo tangente di Dischinger, il valore assunto dal massimo parametro di carico ( $\lambda_{max}$ ) risulta essere maggiore rispetto a quello più accurato ottenuto mediante l'impiego del modulo secante. In questo caso si verifica un mild-snap-buckling come nel caso di una biforcazione instabile simmetrica.

E' possibile osservare come, quando il buckling si verifica per un più elevato livello di carico, come accade nel caso in cui i carichi accidentali sono distribuiti sull'intera travata, nella modellazione il modulo tangente di Dischinger può essere sostituito dal modulo di Young  $E$ .

Un comportamento simile a quello appena descritto si registra nel caso in cui, per la modellazione del comportamento dei cavi, viene adottato il modulo tangente per i soli stralli in tensione, assumendo che quelli in compressione abbiano rigidità praticamente nulla. In questo caso, si può osservare dalla *Fig. 5.3* come il massimo livello di carico sia sufficientemente più basso rispetto a quello ottenuto mediante la più realistica modellazione, in cui il comportamento dei cavi è simulato mediante il modulo secante di Dischinger. Appare evidente, quindi, come una tale modellazione fornisca una valutazione conservativa della massima capacità portante del ponte.

In accordo con il criterio di stabilità, una configurazione di equilibrio ( $C$ ) può ritenersi stabile se l'approssimazione al secondo ordine della differenza tra il lavoro di deformazione interno e il lavoro di deformazione esterno indotto dal carico distribuito  $\lambda q$  durante un processo deformativo incrementale, che conduce dalla configurazione  $C$  a una configurazione  $C'$ , è positivo per tutti gli incrementi cinematicamente ammissibili  $\delta u$ . Tale criterio coincide con la condizione di minimo del funzionale energia potenziale totale.

Riferendoci per semplicità al modello piano di ponte mostrato in *Fig. 5.4*, il funzionale di stabilità assume la forma seguente:

$$\begin{aligned} \Delta\Pi = \Pi(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u}) - \Pi(\mathbf{u}) \cong & \frac{1}{2} \int_{-l-L/2}^{l+L/2} (EI\delta v''^2 + EA\delta w'^2 + N(\mathbf{u})\delta v'^2) dz + \\ & \sum_{L+R} \frac{1}{2} \int_0^{h+H} (EI_p\delta v''^2 + EA_p\delta w'^2 + N(\mathbf{u})\delta v'^2) dz_p + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_L} \frac{E_T^*(\mathbf{u}) A_{Si} H}{\sin \alpha} \delta \varepsilon_L^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_R} \frac{E_T^*(\mathbf{u}) A_{Si} H}{\sin \alpha} \delta \varepsilon_R^2 + \frac{1}{2} \frac{E_{T0L}^*(\mathbf{u}) A_{0L} H}{\sin \alpha_0} \delta \varepsilon_{0L}^2 \\ & + \frac{1}{2} \frac{E_{T0R}^*(\mathbf{u}) A_{0R} H}{\sin \alpha_0} \delta \varepsilon_{0R}^2 > 0 \quad \forall \delta\mathbf{u} \neq \mathbf{0}; \end{aligned}$$

dove, in accordo con la teoria linearizzata della stabilità elastica, per la quale l'attuale configurazione di equilibrio C è prossima a quella iniziale C<sub>0</sub>, il funzionale di stabilità è valutato direttamente in corrispondenza della configurazione iniziale C<sub>0</sub>.

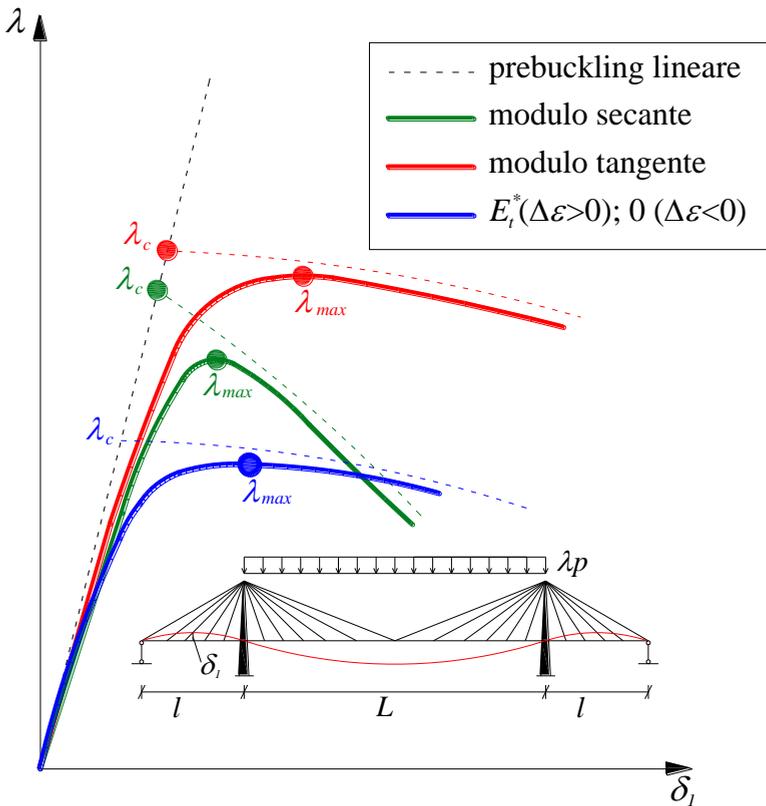


Figura 5.3: Comportamento del ponte sotto l'effetto di un carico accidentale incrementale

Nel funzionale di stabilità,  $v$  e  $w$  sono gli spostamenti trasversali e assiali, rispettivamente, dei piloni e della travata così come schematizzati in Fig. 5.4.

Il primo termine della precedente espressione si riferisce all'impalcato e contiene sia i termini legati agli effetti stabilizzanti (rigidezza assiale  $EA$  e flessionale  $EI$ ), sia il contributo instabilizzante legato alla compressione assiale  $N$ . Il secondo termine si riferisce, invece, ai piloni e contiene analogamente termini che generano sia effetti stabilizzanti, che effetti instabilizzanti. Il terzo e il quarto termine si riferiscono, invece, agli stralli posti a destra e a sinistra della mezzeria del ponte e forniscono un contributo stabilizzante. Gli ultimi due termini, infine, si riferiscono ai contributi stabilizzanti relativi agli stralli di ancoraggio.

È noto come l'incremento di deformazione prodotto dagli spostamenti addizionali negli stralli interni ed in quelli di ancoraggio è rispettivamente:

$$\delta\varepsilon_{L/R} = \frac{\delta v + \delta w_p}{H} \sin^2 \alpha \pm \frac{\delta w - \delta v_p}{H} \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\delta\varepsilon_{0L/R} = \frac{\delta w_p}{H} \sin^2 \alpha_0 \mp \frac{\delta w - \delta v_p}{H} \sin \alpha_0 \cos \alpha_0;$$

dove: il pedice "0" si riferisce agli stralli di ormeggio, e i segni + o - individuano rispettivamente gli stralli di sinistra e di destra, rispetto alla mezzeria del ponte.

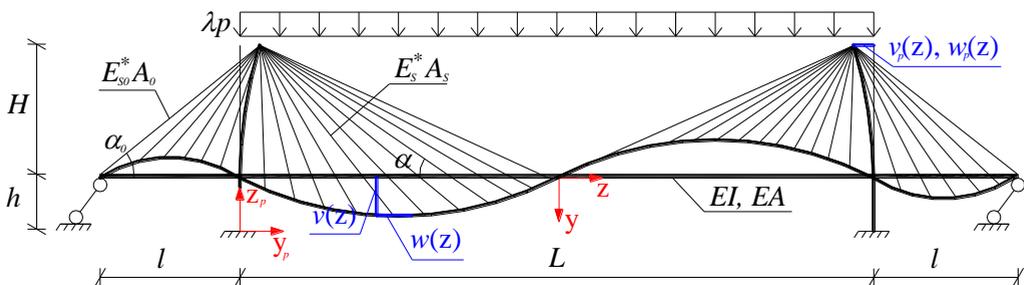


Figura 5.4: Schema piano di ponte strallato

Si ottiene quindi l'incremento di energia di deformazione per il generico strallo:

$$\begin{aligned}\Delta W_{stay} &= \frac{A_{Si} H}{\sin \alpha} \int_0^{\delta \varepsilon} E_s^* (\Delta \varepsilon) d\Delta \varepsilon = \frac{A_{Si} H}{\sin \alpha} \int_0^{\delta \varepsilon} (E_{(0)}^* + E_{(1)}^* \Delta \varepsilon + E_{(2)}^* \Delta \varepsilon^2 + \dots) d\Delta \varepsilon \\ &= \frac{1}{2} \frac{A_{Si} H}{\sin \alpha} E_t^* \delta \varepsilon^2 + \dots\end{aligned}$$

Emerge, quindi, come la stabilità del ponte dipenda dalla combinazione di due effetti non-lineari: l'effetto instabilizzante dovuto alla compressione assiale nei piloni e nell'impalcato e l'effetto stabilizzante legato alla rigidità tangente degli stralli. In particolare, il primo effetto generalmente cresce al crescere del moltiplicatore di carico  $\lambda$ , mentre l'effetto stabilizzante dei cavi può aumentare o diminuire in dipendenza della reale configurazione deformata del ponte, dato il comportamento di tipo softening che caratterizza gli stralli in compressione. Tali aspetti possono essere osservati mettendo in relazione il modulo tangente, adottato per gli stralli, con la tensione  $\sigma_0$  relativa alla corrente configurazione di equilibrio. Il grafico rappresentato in *Fig. 5.5* è stato ricavato per  $E=2.1 \times 10^6$  KN/m<sup>2</sup> e  $\gamma=78.5$  KN/m<sup>3</sup>.

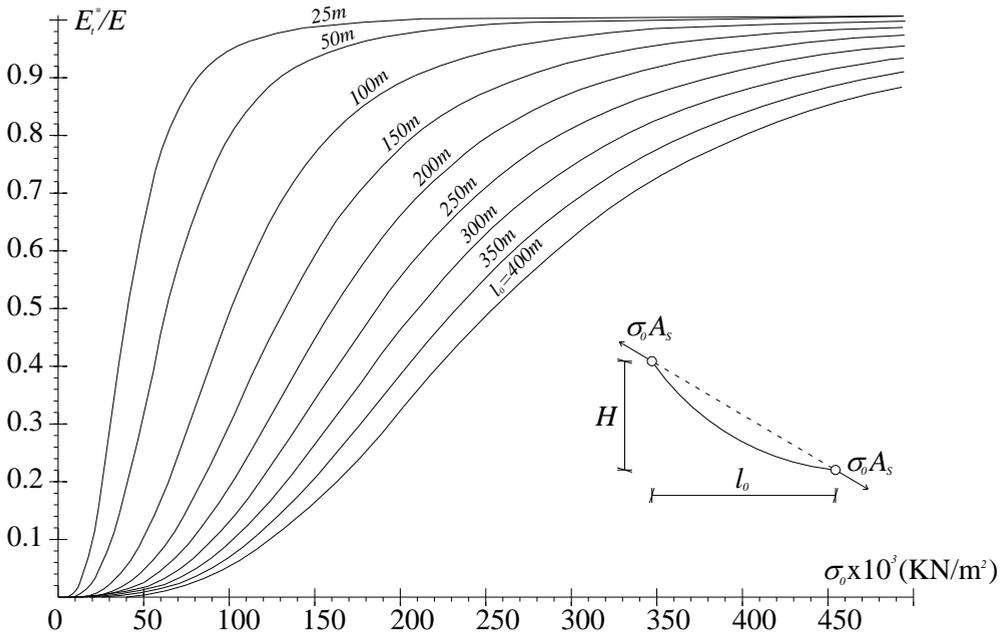


Figura 5.5: Valore del modulo tangente in funzione di  $\sigma_0$  in funzione della lunghezza del cavo

Dalla *Fig. 5.5* è possibile osservare come il modulo tangente diminuisca per valori bassi della tensione e tenda teoricamente a zero per  $\sigma_0 \rightarrow 0$ . Dalle curve confrontate, è possibile inoltre notare che il valore del modulo tangente è influenzato dalla lunghezza della proiezione orizzontale del cavo ed in particolare tende a diminuire al crescere di quest'ultima. Con riferimento al ponte illustrato in *Fig. 5.4*, appare evidente come, nel caso in cui si supponga caricata solo la campata centrale mediante il carico  $\lambda p$ , in corrispondenza di quest'ultima, all'effetto instabilizzante associato alla compressione assiale nella travata segua quello stabilizzante degli stralli. Di contro, in corrispondenza delle campate laterali, gli stralli possono essere caratterizzati da una grossa diminuzione della tensione, fornendo quindi uno scarso contributo stabilizzante per il ponte.

## 5.2 Modello discreto semplificato

Le caratteristiche essenziali del comportamento al buckling e postbuckling di un ponte strallato possono essere illustrate con riferimento ad un modello discreto semplificato ad un grado di libertà (*Fig. 5.6*).

Si consideri, al riguardo, un sistema discreto ad un grado di libertà costituito da due tratti rigidi di lunghezza  $L$ , vincolato sul lato sinistro e libero di traslare secondo la direzione orizzontale sul lato destro. Il sistema è inoltre vincolato elasticamente mediante due molle aventi rigidezze non lineari pari a  $K_1(\delta)$  e  $K_2(\delta)$ . In presenza di un carico orizzontale  $\lambda$  agente in corrispondenza del punto di applicazione del carrello destro, il sistema è in equilibrio se:

$$\lambda \delta - \frac{[K_1(\delta) + K_2(\delta)] \delta L \cos \alpha}{2} = 0.$$

In aggiunta alla soluzione fondamentale, per la quale  $\delta=0$  e con  $\lambda$  che assume un valore arbitrario, gli stati di buckling si verificano per  $\delta \neq 0$  e sono espressi dalla seguente relazione:

$$\lambda = \frac{[K_1(\delta) + K_2(\delta)] L \cos \alpha}{2}. \quad (5.6)$$

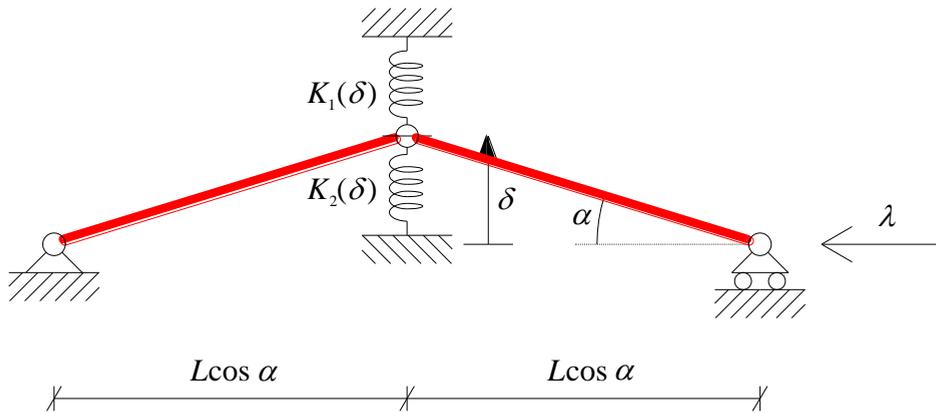


Figura 5.6: Sistema a un grado di libertà

Nell'intorno della soluzione  $\delta=0$  è possibile ottenere la seguente espansione asintotica, nella quale  $\zeta=\delta/L$ :

$$\lambda = \lambda_c + \lambda_1 \zeta + \lambda_2 \zeta^2 + \dots$$

$$K_{(i)}(\delta) = K_{0(i)} + K_{1(i)} \zeta + K_{2(i)} \zeta^2 + \dots$$

dove  $K_{0(i)}$  è maggiore di zero,  $\lambda_c$  è il carico critico e  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  si riferiscono agli step successivi al raggiungimento dello stato limite.

Si assume che  $|k_{1(1)}| \geq k_{1(2)} \geq 0$  come nel caso di una tensione iniziale inferiore per la molla superiore, e che  $k_{0(1)} = k_{0(2)} = k_0$ .

Considerando che  $\cos \alpha = (1 - \zeta^2)^{1/2} = 1 - \zeta^2/2 + \dots$ , sostituendo l'espansione asintotica nella (5.6) ed imponendo che i termini con la medesima potenza vadano a zero separatamente, è possibile ottenere il valore del carico critico, per il quale il percorso di equilibrio biforcuto interseca quello fondamentale:

$$\lambda_c = \frac{\sum_i K_{0(i)} L}{2}; \quad (5.7)$$

$$\lambda_1 = \frac{\sum_i K_{1(i)} L}{2}; \quad (5.8)$$

$$\lambda_2 = \frac{\sum_i K_{2(i)} L}{2} - \frac{\sum_i K_{0(i)}}{4L}. \quad (5.9)$$

Se la risposta delle molle simula il modello con modulo secante (*Fig. 5.7*), si può scrivere:

$$E_s^* (\Delta \varepsilon) = E_t^* + E_{(1)}^* \Delta \varepsilon + E_{(2)}^* \Delta \varepsilon^2 + \dots \quad (5.10)$$

dove  $\Delta \varepsilon$  è l'incremento di deformazione (positivo),  $E_s^*$  è il modulo secante di Dischinger,  $E_t^*$  è il modulo tangente di Dischinger e  $E_{1}^*$ ,  $E_{2}^*$  sono i moduli elastici relativi ai successivi step.

Confrontando la (5.10) con l'espansione asintotica dei parametri di rigidezza delle molle  $K_{(i)}(\delta)$  emerge:

$$\begin{aligned} E_{(1)}^* &\geq 0; & E_{(2)}^* &\leq 0; \\ K_{1(i)} &\leq 0; & |K_{1(i)}| &\geq K_{1(i)} \geq 0; & K_{2(i)} &\leq 0; \\ \lambda_1 &\leq 0; & \lambda_2 &\leq 0; \end{aligned}$$

dunque la biforcazione è asimmetrica.

Al contrario, quando la rigidezza delle molle è costante, si riproduce il caso con modulo tangente costante per gli stralli e la biforcazione è simmetrica (*Fig. 5.7*):

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} &= E_t^*; \\ K_{1(i)} &= K_{2(i)} = 0; \\ \lambda_1 &= 0; \quad \lambda_2 \leq 0. \end{aligned}$$

Infine, nel caso in cui i parametri di rigidezza delle molle sono costanti ( $K_{1(i)}=K_{2(i)}=0$ ) e tendono a zero in compressione, viene riprodotto il modello di cavo, per il quale si ha il modulo tangente solo per incrementi positivi di deformazione:

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = \begin{cases} E_t^* & \text{se } \Delta \varepsilon \geq 0 \\ 0 & \text{se } \Delta \varepsilon \leq 0 \end{cases}$$



stabilizzante dello sforzo normale sulla travata e trascurando la rigidità flessionale della pila:

$$EIv^{IV} + \left[ (N^s + N(\mathbf{u}))v' \right]' + q_v(\mathbf{u}) = \lambda p; \quad (5.11)$$

$$\int_s q_o(\mathbf{u}) dz + S_o(\mathbf{u}) = 0; \quad (5.12)$$

dove:  $u$  è lo spostamento della testa delle pile;  $v(z)$  indica lo spostamento verticale della travata;  $w$  è lo spostamento orizzontale della travata considerata indeformabile assialmente;  $\mathbf{u}$  individua gli spostamenti complessivi ( $v(z)$ ,  $u$ ,  $w$ ) e  $S_o$  è la componente orizzontale dello sforzo normale nel cavo di ormeggio.

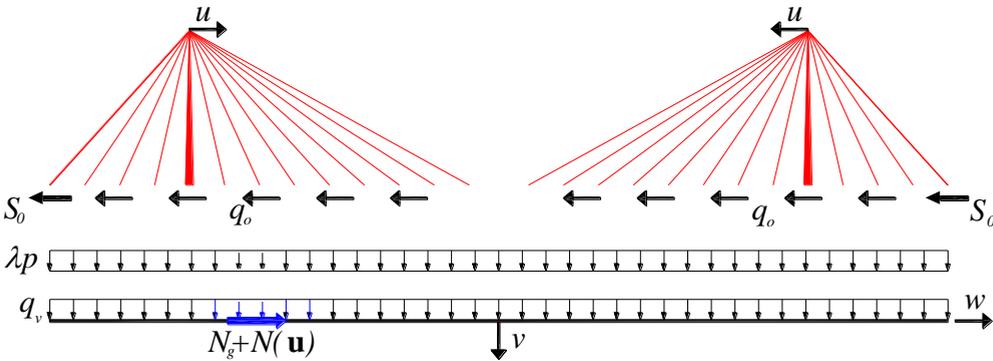


Figura 5.8: Distribuzione degli sforzi sullo schema di ponte a ventaglio

Per l'analisi dello stato critico dei ponti strallati di grande luce, nell'ambito della teoria euleriana della stabilità, è sufficiente analizzare la deformata critica, la quale può essere simmetrica o asimmetrica (Fig. 5.9). Nel primo caso si ha:

$$w_c = 0; \quad u_c \neq 0; \quad (5.13)$$

mentre nel secondo (Fig. 5.9 b):

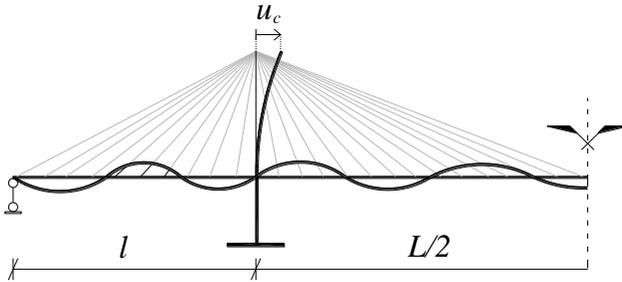
$$w_c \neq 0; \quad u_c = 0. \quad (5.14)$$

Per determinare il moltiplicatore critico di carico  $\lambda_c$  si formulano le seguenti ipotesi:

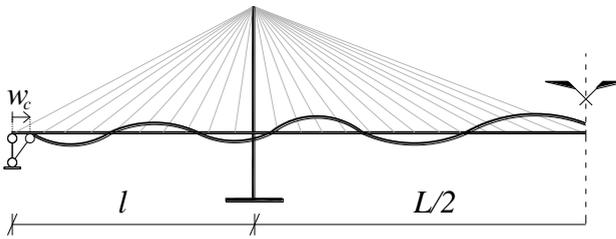
- si suppone che al crescere di  $\lambda$  le configurazioni di equilibrio prebuckling siano definite in base ad una soluzione linearizzata:

$$v(z, \lambda) = \lambda v_0(z); \quad u = \lambda u_0; \quad w = \lambda w_0; \quad N = \lambda N_0; \quad (5.15)$$

- gli spostamenti e gli sforzi in corrispondenza dello stato critico sono espressi come:



a)



b)

$$\begin{aligned} v &= \lambda_c v_0 + v_c; \\ u &= \lambda_c u_0 + u_c; \\ w &= \lambda_c w_0 + w_c; \\ N &= \lambda_c N_0 + N_c; \end{aligned} \quad (5.16)$$

se si scrivono le equazioni di equilibrio (5.11) e (5.12) in corrispondenza di uno stato pre-critico (5.15) e dello stato critico (5.16), e si sottraggono successivamente tra loro, si ottiene l'equazione dello stato critico:

Figura 5.9: Instabilità dell'impalcato nel piano verticale: a) modo simmetrico; b) modo antisimmetrico

$$EI v_c^{IV} + \left[ (N_g + \lambda_c N_0) v_c' \right]' + \left[ N_c \lambda_c v_0' \right]' + q_{vc} = 0; \quad (5.17)$$

$$\int_S q_{oc} dz + S_{0c} = 0. \quad (5.18)$$

Le (5.17) e (5.18) rappresentano le equazioni lineari che consentono di determinare  $\lambda_c$  e gli associati  $v_c$ .

Gli sforzi assiali nella travata e negli stralli dovuti ai carichi accidentali, prima dello stato critico, sono assunti proporzionali agli sforzi prodotti dai carichi fissi il che comporta la trascurabilità degli spostamenti  $u_0, v_0, w_0$  dello stato pre-critico. Il termine  $[N_c \lambda_c v_0']$  nella (5.17) può quindi essere trascurato.

Indicando quindi con  $s_c$ , rispettivamente  $w_c$  o  $u_c$  a seconda di deformata simmetrica o asimmetrica (Fig. 5.9) l'interazione stralli-impalcato è espressa come segue:

$$q_{vc} = \frac{E_s^* A_s}{H \Delta} (-v_c \sin^3 \alpha + s_c \sin^2 \alpha \cos \alpha); \quad (5.19)$$

$$q_{oc} = \frac{E_s^* A_s}{H \Delta} (-v_c \sin^2 \alpha \cos \alpha + s_c \sin \alpha \cos^2 \alpha). \quad (5.20)$$

Dall'equazione di equilibrio dei piloni (5.18), si può determinare  $s_c$  in funzione dell'inflessione critica dell'impalcato  $v_c$ :

$$s_c = \frac{\int_s^S \mathcal{G}_s \sin^2 \alpha \cos \alpha v_c(z) dz}{\int_s^S \mathcal{G}_s \sin \alpha \cos^2 \alpha dz + \mathcal{G}_0}; \quad (5.21)$$

dove:

$$\mathcal{G}_s = \frac{E_s^* A_s}{H \Delta}; \quad \mathcal{G}_0 = \frac{E_0^* A_0}{l_0} \left( \frac{l}{l_0} \right)^2; \quad (5.22)$$

nelle quali il pedice "0" si riferisce allo strallo di ormeggio.

Dalla (5.17) si ottiene la seguente equazione relativa alla deformata critica:

$$EI v_c^{IV} + \left[ (N_g + \lambda N_0) v_c' \right] + \mathcal{G}_s \sin^3 \alpha v_c - \mathcal{G}_s \sin^2 \alpha \cos \alpha \frac{\int_s^S \mathcal{G}_s \sin^2 \alpha \cos \alpha v_c dz}{\int_s^S \mathcal{G}_s \sin \alpha \cos^2 \alpha dz + \mathcal{G}_0} = 0. \quad (5.23)$$

Assumendo che la forza assiale  $N_0(z)$  sia proporzionale a  $N_g(z)$ , si può scrivere:  $N_g + \lambda N_0 = \lambda N_g$ . Il moltiplicatore  $\lambda$  è definito quindi come moltiplicatore dei carichi permanenti.

Moltiplicando la (5.23) per  $v_c$  e integrando, si può esprimere  $\lambda_c$  in funzione della deformata critica:

$$\lambda_c = \left[ \int_S EI v_c'^2 dz + \int_L \mathcal{G}_s \sin^3 \alpha v_c'^2 dz - \frac{\left( \int_S \mathcal{G}_s \sin^2 \alpha \cos \alpha v_c' dz \right)^2}{\int_S \mathcal{G}_s \sin \alpha \cos^2 \alpha dz + \mathcal{G}_0} \right] \left( \int_S N_g v_c'^2 dz \right)^{-1} \quad (5.24)$$

questa non rappresenta una forma esplicita per  $\lambda_c$ , in quanto i parametri di rigidità  $\mathcal{G}_s$  e  $\mathcal{G}_0$  dipendono ancora da  $\lambda_c$ .

Essendo, tuttavia,  $\lambda_c$  sufficientemente elevato, il modulo elastico degli stralli  $E_s^*$  può essere assunto pari a  $E$  e si può approssimare il valore di  $\mathcal{G}_s$  e  $\mathcal{G}_0$  come segue:

$$\mathcal{G}_s = \frac{E_s^*(\lambda_c) A_s}{H \Delta} \cong \frac{EA_s}{H \Delta} = \frac{Eg}{H \sigma_g} \frac{1}{\sin \alpha}; \quad (5.25)$$

$$\mathcal{G}_0 = \frac{E_0^* A_0}{l_0} \left( \frac{l}{l_0} \right)^2 \cong \frac{EA_0}{l_0} \left( \frac{l}{l_0} \right)^2 = \frac{Eg}{\sigma_g} \chi_0. \quad (5.26)$$

In definitiva si ottiene il valore del moltiplicatore critico  $\lambda_c$ :

$$\lambda_c = \frac{E}{\sigma_g} \frac{\left[ \frac{\varepsilon^{*4}}{4} \int_S V'^2 d\zeta + \int_S V_c'^2 \sin^2 \alpha d\zeta - \frac{1}{\rho} \left( \int_S \sin \alpha \cos \alpha V_c' d\zeta \right)^2 \right]}{\left( \int_S n_g(\zeta) V_c'^2 d\zeta \right)}; \quad (5.27)$$

dove si è posto:

$$V_c = \frac{v_c}{H}; \quad n_g(\zeta) = \frac{N_g(z)}{gH} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{L}{2H} \right)^2 - \left( \frac{z}{H} \right)^2 \right].$$

In particolare, nella (5.27) il primo termine è legato alla rigidità flessionale della travata, mentre il secondo ed il terzo termine sono associati alla rigidità degli stralli.

Per determinare in maniera completa il valore di  $\lambda_c$  occorre valutare, seppur in maniera approssimata, la deformata critica  $v_c$ .

Si può procedere con un'investigazione basata sul metodo agli elementi finiti, assumendo che per ciascun elemento, si abbia un'interpolazione cubica della funzione  $V$  di seguito riportata:

$$V(\zeta) = \sum_i \delta_i V_i(\zeta); \quad (5.28)$$

dove le  $V_i(\zeta)$  sono delle funzioni di forma e i parametri  $\delta_i$  sono gli spostamenti verticali o le rotazioni dei nodi.

Conseguentemente i moltiplicatori e i modi critici di carico sono ottenuti come soluzione di un problema agli autovalori:

$$(K_{ij} - \bar{\lambda} B_{ij}) \delta_j = 0; \quad (5.29)$$

dove:

$$K_{ij} = \frac{\varepsilon^4}{4} \int_L V_i'' V_j'' d\zeta + \int_L \sin^2 \alpha V_i V_j d\zeta - \frac{1}{\rho} \left( \int_L \sin \alpha \cos \alpha V_i d\zeta \right) \left( \int_L \sin \alpha \cos \alpha V_j d\zeta \right);$$

$$B_{ij} = \int_L n(\zeta) V_i' V_j' d\zeta;$$

$$\bar{\lambda} = \lambda \frac{\sigma_g}{E}.$$

Alcuni esperimenti numerici, ottenuti mediante modelli agli elementi finiti, conducono alle seguenti conclusioni [34]:

- i primi modi simmetrico e antisimmetrico, rispettivamente, e i corrispondenti carichi critici sono tra loro praticamente coincidenti;
- la deformata critica  $V_c$  può essere rappresentata, in modo sufficientemente accurato, da una funzione sinusoidale del tipo:

$$V(\zeta) = \sin \frac{3\pi\zeta}{l/H} = \sin \frac{k\pi\zeta}{l/H}; \quad (5.30)$$

dove  $K$  è il numero di onde della campata centrale.

Dalla (5.27) è possibile ottenere la seguente espressione approssimata [34] del moltiplicatore critico:

$$\lambda_c = \frac{E}{\sigma_g} \left[ 0.1075 \varepsilon^{*4} (k\pi H / l)^2 + \frac{0.23}{(k\pi H / l)^2} \right];$$

Il valore di  $k$  che minimizza il carico critico  $\lambda_c$  è dato dalla seguente espressione.

$$\left( \frac{k\pi H}{l} \right)^2 = \frac{1.46}{\varepsilon^{*2}};$$

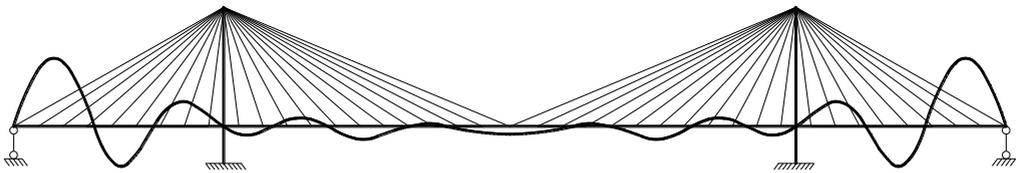
In definitiva, il valore del moltiplicatore critico  $\lambda_c$  è dato dalla seguente espressione:

$$\lambda_c = 0.314 \frac{E}{\sigma_g} \varepsilon^{*2};$$

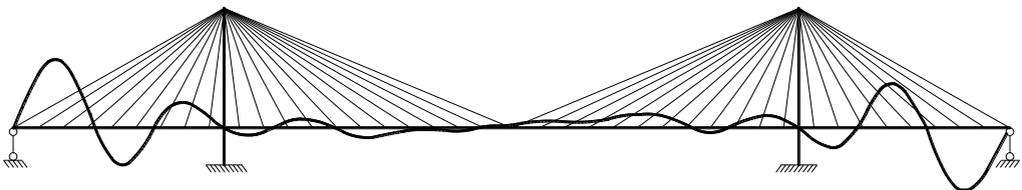
che sintetizza l'influenza dei parametri fondamentali di rigidezza e cioè la rigidezza flessionale della travata  $\varepsilon^*$  il modulo di rigidezza elastica  $E$  degli stralli rapportato allo stato di tensione iniziale  $\sigma_g$  degli stessi stralli.

Con riferimento ad uno schema discreto di ponte strallato con disposizione a ventaglio dei cavi, sono riportati i modi di instabilità nel caso in cui il comportamento meccanico degli stralli è approssimato mediante il modulo tangente di Dischinger e le caratteristiche del ponte sono definite a partire dai seguenti valori dei parametri adimensionali:  $\varepsilon_r=0.2$ ,  $a=0.05$ ,  $p/g=1$ ,  $\Delta=L/30$ .

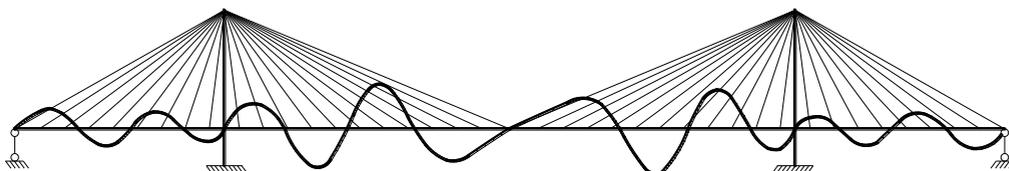
1' modo:  $\lambda_c=6.52$



2' modo:  $\lambda_c=6.53$

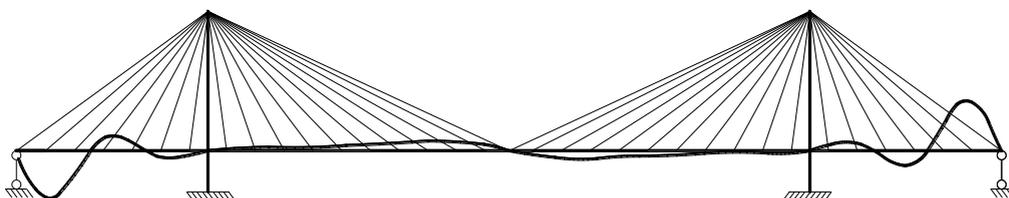


3' modo:  $\lambda_c=6.83$

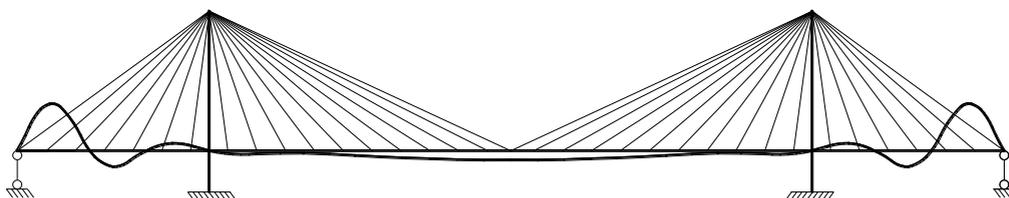


A seguire sono riportati i modi di buckling nel caso in cui il comportamento meccanico degli stralli è approssimato mediante il modulo tangente di Dischinger e le caratteristiche del ponte sono definite a partire dai seguenti valori dei parametri adimensionali:  $\varepsilon_f=0.2$ ,  $a=0.05$ ,  $p/g=0.5$ ,  $\Delta=L/30$ .

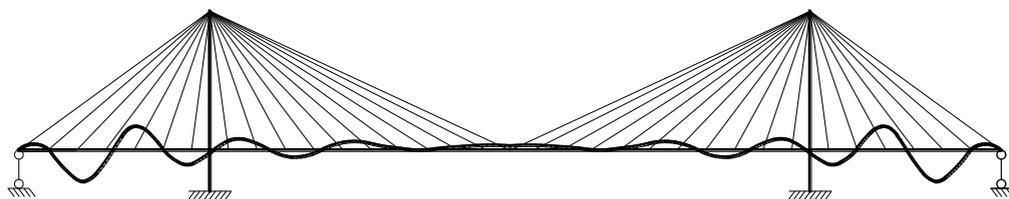
1' modo:  $\lambda_c=8.388$



2' modo:  $\lambda_c=8.38942$



3' modo:  $\lambda_c=11.02$



## 5.4 Analisi flessione-torsionale del modello continuo

In questo paragrafo è studiato un modello continuo pseudo-tridimensionale in cui vengono considerati anche gli effetti torsionali. Tale modello semplificato consente di presentare le principali equazioni di governo in ambito non-lineare evidenziando i principali parametri che lo caratterizzano.

Tali parametri sono impiegati successivamente nelle analisi numeriche condotte sul più realistico modello discreto 3D del ponte, mediante il quale viene investigato l'effettivo comportamento statico non-lineare della struttura.

Con il modello semplificato si vuole studiare il comportamento statico dei ponti strallati tenendo conto delle non-linearità dei cavi mediante l'impiego del modulo secante di Dischinger e considerando gli effetti instabilizzanti provocati dalla compressione assiale dell'impalcato. Lo schema di ponte analizzato è mostrato in *Fig. 5.10*: gli stralli sono disposti secondo uno schema a ventaglio e presentano un interasse pari a  $\Delta$  e la travata non è vincolata longitudinalmente. Gli stralli di ormeggio assicurano l'equilibrio del ponte e sono vincolati mediante dei supporti verticali.

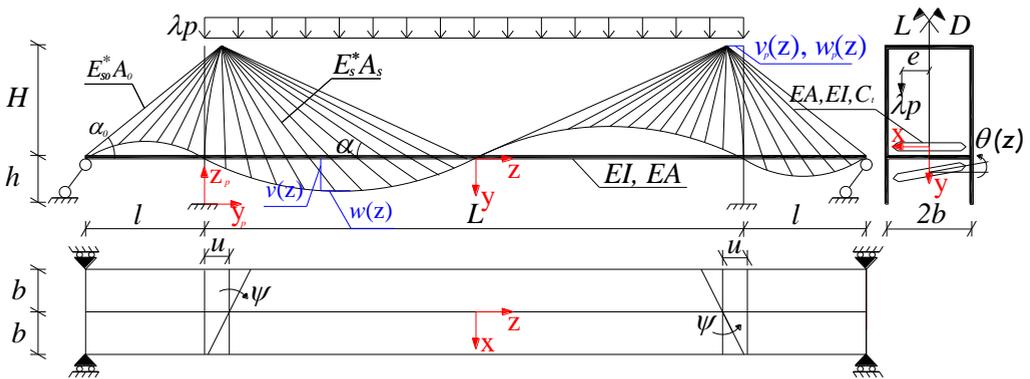


Figura 5.10: Schema strutturale del modello continuo

Si assume che il metodo di costruzione del ponte sia tale che la configurazione finale dell'impalcato sia rettilinea e priva di momenti flettenti. Come configurazione di equilibrio iniziale si considera quella corrispondente all'azione dei carichi permanenti  $g$  e la risposta statica del ponte è valutata a seguito dell'applicazione dei carichi accidentali  $\lambda p$  dipendenti dal moltiplicatore  $\lambda$ .

La deformazione del modello considerato è valutata mediante i seguenti parametri:

- gli spostamenti verticali  $v(z)$  della travata;
- gli spostamenti orizzontali  $w(z)$  della travata;
- lo spostamento orizzontale in testa ai piloni  $u$ ;
- la rotazione torsionale dell'impalcato  $\theta(z)$ ;
- la rotazione torsionale in testa ai piloni  $\psi$ .

L'equilibrio orizzontale del ponte impone che le forze di taglio siano uguali in corrispondenza della testa dei piloni. Gli spostamenti in corrispondenza delle medesime sezioni, in questo modo, sono rispettivamente uguali e opposti. Inoltre, per considerazioni analoghe, l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse  $y$  garantisce che la rotazione torsionale in testa alle due pile è eguale e opposta. Le equazioni di equilibrio verticale, orizzontale e a torsione della travata assumono dunque la forma:

$$\begin{aligned} EIv^{IV} + \left[ (N^s + \Delta N(w))v' \right] - q_v &= \lambda p; \\ EAw'' + q_0 &= 0; \\ C_t\theta'' &= -m_t - \lambda pe. \end{aligned} \quad (5.37)$$

All'interno della (5.37)  $EI$  rappresenta la rigidezza flessionale della travata,  $EAw' = \Delta N(w)$  rappresenta l'incremento di forza assiale nell'impalcato dovuto ai carichi accidentali,  $E$  è il modulo di Young,  $A$  e  $C_t$  sono rispettivamente l'area della sezione trasversale e la rigidezza torsionale della travata irrigidente ed infine  $N^s$  è la forza assiale agente nella travata dovuta al carico permanente  $g$ . Quest'ultima è pari:

$$N^s(z) = \frac{gH}{2 \left[ \left( \frac{L}{2H} \right)^2 - \left( \frac{z}{H} \pm \frac{L}{2H} \right)^2 \right]}. \quad (5.38)$$

Con  $q_v$  e  $q_o$  si indicano rispettivamente le componenti verticali e orizzontali delle azioni distribuite trasmesse dagli stralli alla travata:

$$\begin{aligned} q_v &= \frac{A_s}{H\Delta} \left[ -v(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \operatorname{sen}^3 \alpha + \theta b(E_{SR}^* - E_{SL}^*) \operatorname{sen}^3 \alpha + \right. \\ &\quad \left. + (u \pm w)(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \operatorname{sen}^2 \alpha \cos \alpha + \psi b(E_{SR}^* - E_{SL}^*) \right]; \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$q_o = \frac{A_s}{H\Delta} \left[ \pm v(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha + \theta b(E_{SL}^* - E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha + \right. \\ \left. -(w \pm u)(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \sin \alpha \cos^2 \alpha + \psi b(E_{SL}^* - E_{SR}^*) \sin \alpha \cos^2 \alpha \right]; \quad (5.40)$$

dove i segni + e - si riferiscono rispettivamente alla parte destra e sinistra del ponte rispetto all'asse y. Inoltre  $E_{SL}^*$ ,  $E_{SR}^*$  rappresentano rispettivamente il modulo secante di Dischinger degli stralli posti sulla parte sinistra (L) e destra (R) del ponte rispetto al piano y-z.

Le coppie torsionali e flessionali agenti per unità di lunghezza valgono:

$$m_t = \frac{A_s}{H\Delta} \left[ -vb(E_{SL}^* - E_{SR}^*) \sin^3 \alpha - \theta b^2(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \sin^3 \alpha + \right. \\ \left. + (u \pm w)b(E_{SL}^* - E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha - \psi b^2(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha \right]; \quad (5.41)$$

$$m_f = -\frac{A_s}{H\Delta} \left[ \pm vb(E_{SL}^* - E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha \pm \theta b^2(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \sin^3 \alpha + \right. \\ \left. -(w \pm u)b(E_{SL}^* - E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha \pm \psi b^2(E_{SL}^* + E_{SR}^*) \sin^2 \alpha \cos \alpha \right]. \quad (5.42)$$

L'area della sezione trasversale  $A_s$  degli stralli è dimensionata in maniera tale che i carichi permanenti producano una tensione costante in ciascuno di essi. Tale assunzione, unitamente all'ipotesi che la travata resti praticamente rettilinea sotto l'applicazione dei carichi fissi, comporta per l'area della sezione trasversale degli stralli l'espressione:  $A_s = g\Delta / (2\sigma_g \sin \alpha)$ . Dove  $\sigma_g$  è definita, come ben noto, in funzione della tensione ammissibile, nella forma:  $\sigma_g = g\sigma_a / (p+g)$ . L'area della sezione trasversale dello strallo di ormeggio è dimensionata con riferimento alla seguente relazione:

$$A_0 = gl / 2\sigma_{g0} \left[ 1 + (l/H)^2 \right]^{1/2} \left[ (L/(2l))^2 - 1 \right]; \quad (5.43)$$

dove la tensione iniziale  $\sigma_{g0}$  vale:

$$\sigma_{g0} = \sigma_a \left[ 1 + \frac{p}{g} \frac{(L/(2l))^2}{(L/(2l))^2 - 1} \right]^{-1}. \quad (5.44)$$

La condizione al contorno riguardante l'equilibrio orizzontale dell'impalcato, richiede che la forza assiale nella travata sia compatibile con la componente orizzontale della risultante delle forze assiali degli stralli di ancoraggio:

$$w'(-L/2-l) = \frac{A_0}{EAH} \operatorname{sen} \alpha_o \cos^2 \alpha_o \left[ (w-u)(E_{SoL}^* + E_{SoR}^*) + \psi b(E_{SoL}^* - E_{SoR}^*) \right]; \quad (5.45)$$

$$w'(L/2+l) = \frac{A_0}{EAH} \operatorname{sen} \alpha_o \cos^2 \alpha_o \left[ -(w+u)(E_{SoL}^* + E_{SoR}^*) + \psi b(E_{SoL}^* - E_{SoR}^*) \right]. \quad (5.46)$$

Si riportano infine le equazioni di equilibrio dei piloni :

$$-\int_{-l}^{L/2} q_0 dz - Ku - S_L^0 - S_R^0 = 0; \quad (5.47)$$

$$-\int_{-l}^{L/2} m_f dz - Kb^2 \psi - (S_L^0 - S_R^0)b = 0; \quad (5.48)$$

dove  $K$  è la rigidezza flessionale dei piloni mentre  $S_L^0$  e  $S_R^0$  rappresentano le componenti orizzontali delle forze assiali agenti nei cavi di ancoraggio, quest'ultime valgono rispettivamente:

$$S_L^0 = \frac{1}{2} E_{oL}^* \frac{A_0}{H} \sin \alpha_o \cos^2 \alpha_o (u + \psi b); \quad (5.49)$$

$$S_R^0 = \frac{1}{2} E_{oR}^* \frac{A_0}{H} \sin \alpha_o \cos^2 \alpha_o (u - \psi b). \quad (5.50)$$

Al fine di introdurre i principali parametri che governano il comportamento statico non-lineare dei ponti strallati, come osservato nel "Cap 4", in cui si è studiata la deformabilità degli stessi, le equazioni che caratterizzano il problema integro-differenziale possono essere riscritte in forma adimensionalizzata. Per non appesantire la trattazione si ritiene utile introdurre semplicemente i parametri che vengono successivamente impiegati nelle simulazioni numeriche:

$$\zeta = \frac{z}{H}; \quad V = \frac{v}{H}; \quad U = \frac{u}{H}; \quad W = \frac{w}{H}; \quad \xi = \frac{e}{b}; \quad d = \frac{H}{b},$$

$$a = \frac{\gamma^2 EH^2}{12\sigma_g^3}; \quad \varepsilon_F = \sqrt[4]{\frac{4I\sigma_g}{H^3g}}; \quad \varepsilon_A = \frac{A\sigma_g}{Hg}; \quad \tau = \sqrt{\frac{C_t\sigma_g}{Eb^2Hg}};$$

dove:  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_A$  e  $\tau$  rappresentano rispettivamente una misura della rigidezza relativa flessionale, assiale e torsionale dalla travata, mentre il parametro  $a$  è legato alla deformabilità degli stralli e tiene conto dell'effetto "sag" per gli stessi.

### 5.5 Analisi del modello discreto

Nel presente paragrafo è presentato il modello discreto 3D di ponte strallato proposto caratterizzato dalla reale distribuzione degli stralli ed in grado di tener conto delle non-linearità geometriche per il sistema di strallatura.

Mediante tale modello si intende analizzare in maniera accurata l'effettivo comportamento fortemente non-lineare dei ponti strallati di grande luce.

Il modello discreto proposto è stato studiato mediante un'approssimazione agli elementi finiti (FE) implementata con il codice commerciale COMSOL MULTIPHYSICS<sup>TM</sup> e impostando il problema utilizzando come incognite gli spostamenti.

Nel modello tridimensionale proposto sono stati utilizzati elementi "beam" per la travata e i piloni ed elementi del tipo "non-linear truss" per il sistema di cavi. I piloni sono composti da due colonne connesse in testa e in corrispondenza dell'impalcato da due elementi orizzontali di tipo "beam". In particolare, nel caso di piloni con forma ad "A" o a "Y rovescio" la lunghezza dell'elemento che connette la testa delle colonne tende a zero.

L'effetto instabilizzante prodotto nella travata e nei piloni dagli sforzi di compressione assiale trasferiti dagli stralli è conseguente all'applicazione del carico  $g+\lambda p$  sull'impalcato.

Si può tener conto di tale effetto aggiungendo i seguenti termini deboli nella formulazione del principio dei lavori virtuali:

$$-\left( \int_L N\theta_y \delta\theta_y dL + \int_L N\theta_z \delta\theta_z dL \right);$$

$$-\left( \int_L N \theta_y \delta \theta_y dL + \int_L N \theta_x \delta \theta_x dL \right);$$

dove  $N$  è lo sforzo assiale;  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  e  $\theta_z$  sono le rotazioni flessionali rispettivamente attorno a  $x$ ,  $y$  e  $z$  e  $L$  è la lunghezza del generico elemento.

Il sistema di cavi è modellato mediante l'approccio "Multi Element Cable System", secondo cui ciascun cavo è discretizzato in elementi di tipo "non-linear truss". La riduzione della rigidezza negli stralli associata all'effetto "sag" è tenuta in conto nella modellazione considerando le non-linearità geometriche tramite l'assunzione della misura di deformazione di GREEN-LAGRANGE.

Il vincolo tra la travata e gli stralli è realizzato mediante l'inserimento di "rigid links" che si realizzano, nel modello, con un'estrusione lineare: il campo di spostamenti degli elementi di tipo "beam" ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ ) è estruso linearmente da un primo dominio (travata) ad un secondo dominio (la linea che contiene i punti relativi agli attacchi con gli stralli). Le equazioni di vincolo sono quindi scritte nella forma seguente:

$$\begin{aligned} \bar{u}^{(l)} = u + \theta_z b; \quad \bar{v}^{(l)} = v; \quad \bar{w}^{(l)} = w + \theta_x b; \quad \bar{u}^{(r)} = u - \theta_z b; \\ \bar{v}^{(r)} = v; \quad \bar{w}^{(r)} = w - \theta_x b; \end{aligned} \quad (5.51)$$

dove:  $\bar{u}^{(l)}, \bar{v}^{(l)}, \bar{w}^{(l)}$  e  $\bar{u}^{(r)}, \bar{v}^{(r)}, \bar{w}^{(r)}$  sono gli spostamenti in corrispondenza dei punti di attacco degli stralli a sinistra e a destra, rispettivamente rispetto al piano  $y-z$ .

Per ottenere il modello discreto è stata usata una mesh regolare: ciascun cavo è suddiviso in venti elementi del tipo "non-linear truss", mentre per la travata sono stati utilizzati 350 elementi di tipo "beam".

I comportamenti al buckling e al post-buckling del ponte sono stati investigati mediante un'analisi non lineare che tiene conto delle grandi deformazioni. Nel caso analizzato la relazione tra i carichi applicati e gli spostamenti risultanti è fortemente non-lineare. È usuale in casi come quello analizzato, in cui la relazione tra i carichi applicati e gli spostamenti risultanti è fortemente non-lineare, impiegare un'equazione algebrica al fine di controllare il carico applicato  $\lambda p$  in maniera tale che l'influenza della travata in un punto di controllo raggiunga un valore prestabilito. In particolare, nel caso in cui il ponte sia caricato,

ad esempio, in corrispondenza della campata centrale, una scelta appropriata come parametro di controllo, al fine di cogliere l'effettivo comportamento non-lineare della struttura, è stata quella dello spostamento verticale in corrispondenza della mezzeria della campata laterale e della rotazione  $\theta_y$  in corrispondenza dell'estremità della travata.

La configurazione di equilibrio del ponte sotto l'azione dei carichi permanenti, se non fosse applicata alcuna pretensione negli stralli, sarebbe caratterizzata da grandi deformazioni e elevati momenti flettenti sull'impalcato e sui piloni. Applicando una pretensione adeguata sugli stralli, si annullano tali sollecitazioni e si ottiene una configurazione praticamente rettilinea dell'impalcato sotto l'effetto dei carichi fissi.

Nelle analisi sono tenuti in conto gli effetti non lineari indotti sia dalle compressioni assiali agenti nelle torri e sull'impalcato, sia dall'effetto sag dei cavi che si verifica a causa del peso proprio degli stessi. La configurazione iniziale rettilinea del ponte si ottiene con l'imposizione di opportune equazioni di vincolo mediante le quali si impone che gli spostamenti verticali dei punti di intersezione degli stralli con l'impalcato ( $v_i$ ) e gli spostamenti orizzontali in testa ai piloni ( $u$ ) siano nulli:

$$\begin{cases} u(N_1^0, \dots, N_n^0) = 0 \\ v_i(N_1^0, \dots, N_n^0) = 0 \quad i = 2, \dots, n \end{cases} \quad (5.52)$$

dove le incognite  $N_1^0, \dots, N_n^0$  rappresentano le forze di pretensione da applicare, nelle analisi, alla doppia cortina di stralli per avere una configurazione praticamente rettilinea della travata a seguito dell'azione dei carichi permanenti.

L'ottimizzazione non-lineare iniziale è stata ottenuta mediante l'interfaccia ODE del codice commerciale COMSOL MULTIPHYSICS™ che consente di scrivere equazioni globali all'interno del modello ad elementi finiti.

## 5.6 Risultati numerici

Nel seguente paragrafo sono illustrati i risultati ottenuti mediante le simulazioni numeriche, condotte sul modello agli elementi finiti proposto, nell'ambito dello studio del comportamento statico non-lineare dei ponti strallati.

Nei ponti strallati di grande luce, come detto, i carichi agenti producono sforzi assiali molto elevati sull'impalcato; tali sforzi, associati alle notevoli dimensio-

ni della travata, possono generare l'insorgere di fenomeni d'instabilità per il ponte.

Mediante il modello proposto si vuole studiare l'effettivo comportamento non lineare dei ponti, assumendo come configurazione iniziale quella corrispondente all'azione dei carichi fissi e determinando gli incrementi di deformazione della travata legati all'applicazione di un carico accidentale incrementale  $\lambda p$ , con  $\lambda$  moltiplicatore crescente. In particolare, la valutazione della capacità portante massima è stata condotta in entrambi i casi di carico distribuito sulla sola travata centrale e di carico applicato su tutta la travata.

Sono state analizzate separatamente le quattro tipologie di ponte strallato cui ci si è riferiti nello studio della deformabilità. In particolare è stata considerata per le pile rispettivamente la forma ad "H", "A" e "Y rovescia" con diverse lunghezze del tratto verticale.

Inoltre, nell'ambito del modello pseudo-tridimensionale di ponte, si è considerata anche la possibilità di carichi di tipo torsionale, assumendo varie eccentricità del carico accidentale rispetto alla linea d'asse della travata. Sul ponte, poi, è stato condotto uno studio parametrico al fine di investigare l'influenza sul comportamento statico non-lineare, in termini di massima capacità portante, dei vari parametri geometrici e del materiale, introdotti in seguito alla formulazione del modello continuo.

E' ben noto che al crescere di  $\lambda$ , la relazione carico-spostamenti ha un comportamento fortemente non lineare a causa dell'effetto instabilizzante dello sforzo normale nella travata e delle non linearità del comportamento degli stralli. Il primo effetto tende a ridurre sicuramente la rigidità del ponte, provocando effetti negativi. Al contrario, al crescere del carico, la risposta elastica degli stralli tende a diventare, in dipendenza della forma assunta dalla deformata del ponte, più rigida, generando effetti benevoli sulla risposta globale del ponte. L'effetto instabilizzante della travata cresce proporzionalmente a  $\lambda$  mentre l'incremento di modulo elastico degli stralli (effetto Dischinger) può essere al massimo dell'ordine del 30-40%.

Nelle simulazioni numeriche sono stati utilizzati i seguenti parametri adimensionali:

$$\frac{L}{2H} = 2.5; \quad \frac{l}{H} = \frac{5}{3}; \quad \frac{b}{H} = 0.1; \quad \frac{\sigma_a}{E} = \frac{7200}{2.1 \times 10^6}; \quad \frac{\Delta}{L} = \frac{1}{60}; \quad \frac{K}{g} = 50;$$

inoltre sono stati impiegati i vari parametri adimensionalizzati  $\varepsilon_o$ ,  $\varepsilon_F$ ,  $\varepsilon_A$ ,  $a$ ,  $\tau$ . In particolare, lo studio parametrico sulla valutazione della massima capacità portante del ponte, è stato condotto facendo variare tali parametri. Ci si è riferiti, inizialmente, al caso in cui il carico accidentale incrementale  $\lambda p$  è applicato alla sola campata centrale. Nei grafici rappresentati nelle Fig. 5.11-5.15 è riportato l'andamento del moltiplicatore  $\lambda$  in funzione dello spostamento in corrispondenza della mezzeria della campata laterale per la tipologia di ponte strallato con pile a "A". Le dette curve, ricavate per vari valori assunti dal parametro  $a$  (0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25), si riferiscono al caso in cui il valore del rapporto adimensionale  $p/g$  è unitario e la spaziatura degli stralli è pari a  $L/60$ . Inoltre, in ciascun grafico, sono confrontati i risultati ottenuti per diversi valori di  $\varepsilon_F$  (0.2, 0.25, 0.3).

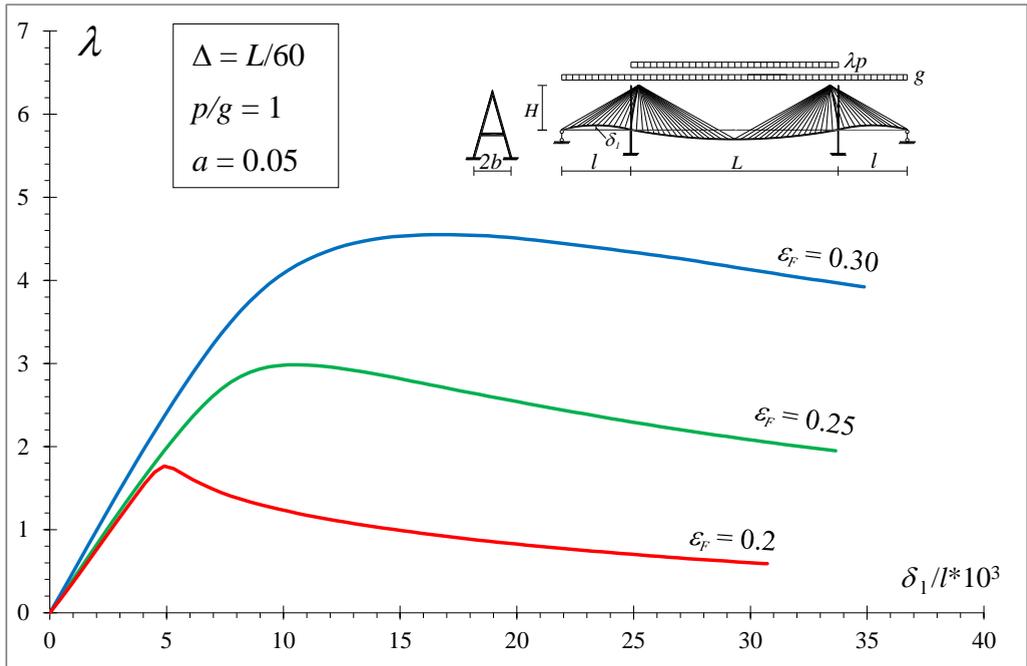


Figura 5.11: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

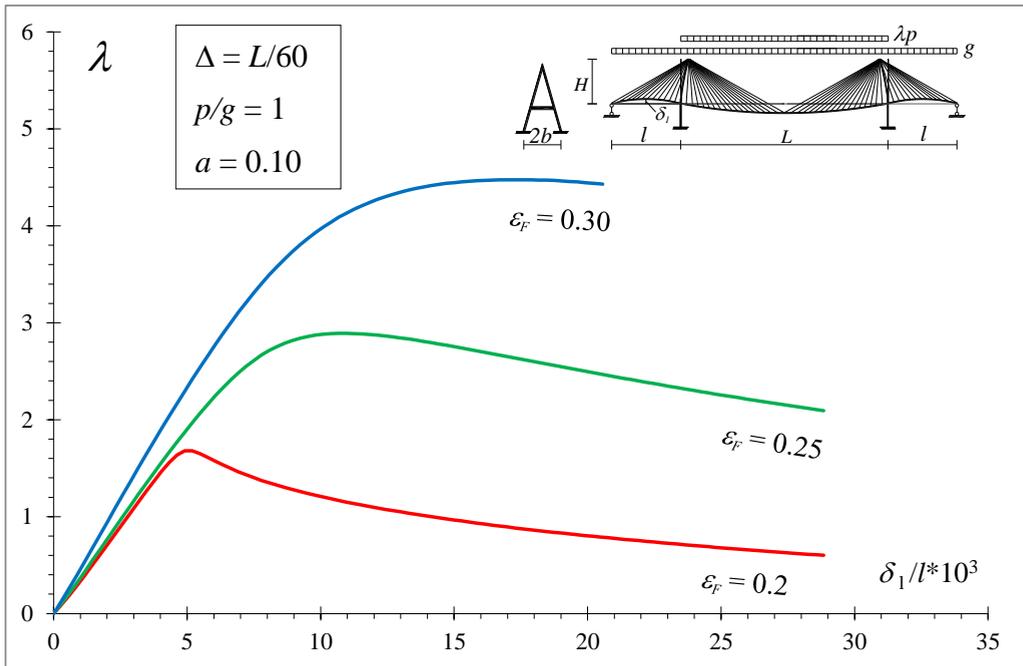


Figura 5.12: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

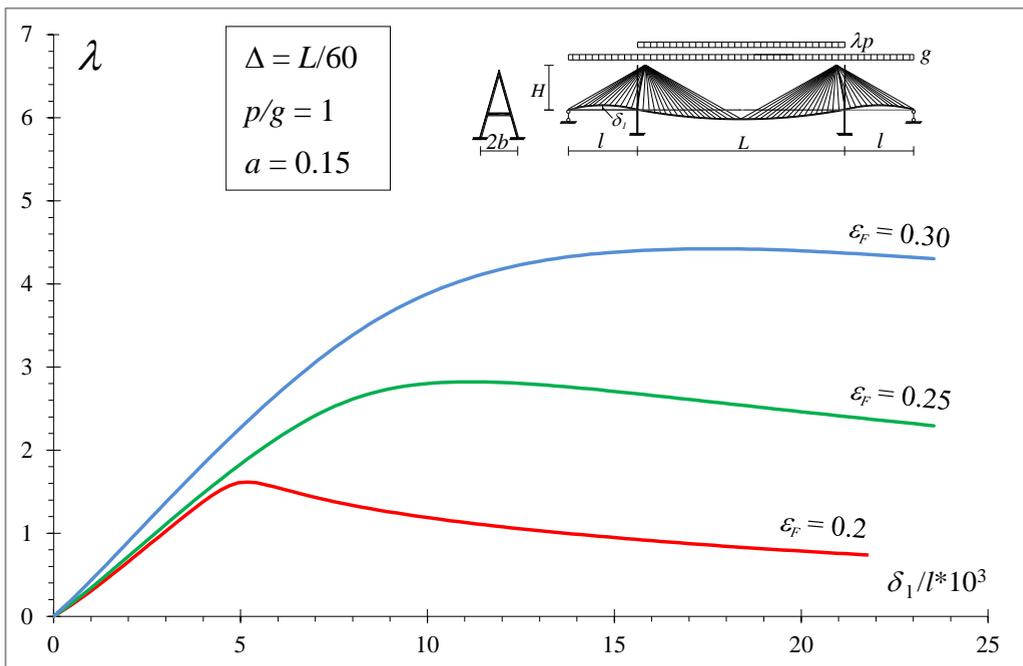


Figura 5.13: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

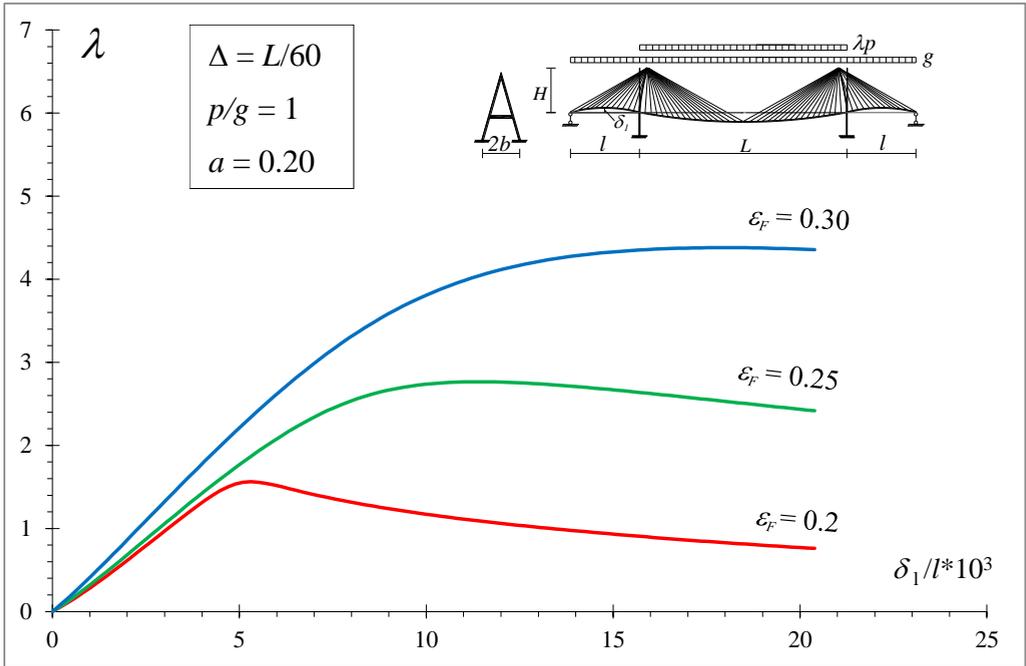


Figura 5.14: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

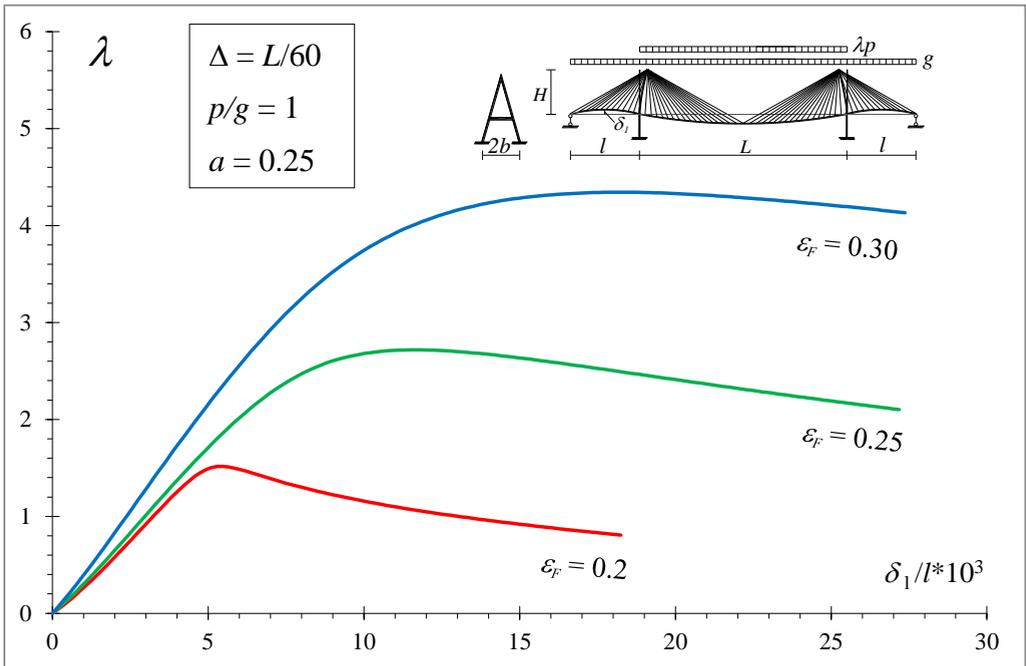


Figura 5.15: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

Dai grafici mostrati, è possibile notare che, a parità del rapporto  $p/g$  e del parametro  $a$ , mediante il quale è dimensionata l'altezza del ponte, le curve assumono una configurazione differente al variare del parametro  $\varepsilon$  che rappresenta una misura del rapporto tra la rigidità della travata e quella degli stralli. Appare evidente come il valore massimo assunto da  $\lambda$ , corrispondente alla capacità portante massima del ponte, aumenta al crescere della rigidità della travata e quindi di  $\varepsilon_r$ . Il parametro  $a$  ha invece una scarsa influenza sulla determinazione del carico di buckling. Nelle Fig. 5.16, 5.17, 5.18 e 5.19 è mostrato l'andamento del moltiplicatore di carico  $\lambda$ , in funzione dello spostamento in corrispondenza della mezzieria della campata laterale, per gli schemi di ponte con pila ad "A" e spaziatura tra gli stralli pari a  $L/60$  nei casi in cui  $p/g=0.5$  ( $a=0.10, a=0.20$ ) e  $p/g=0.25$  ( $a=0.10, a=0.20$ ). Dai risultati ottenuti si può evincere che il valore massimo del moltiplicatore di carico aumenta in maniera considerevole, a parità di  $a$  e  $\varepsilon_r$ , per valori inferiori del rapporto  $p/g$ . Al fine di investigare gli effetti dell'eccentricità del carico sulla capacità portante, si è poi studiato il comportamento della tipologia di ponte strallato con pile ad "A" sotto l'applicazione di un carico incrementale eccentrico.

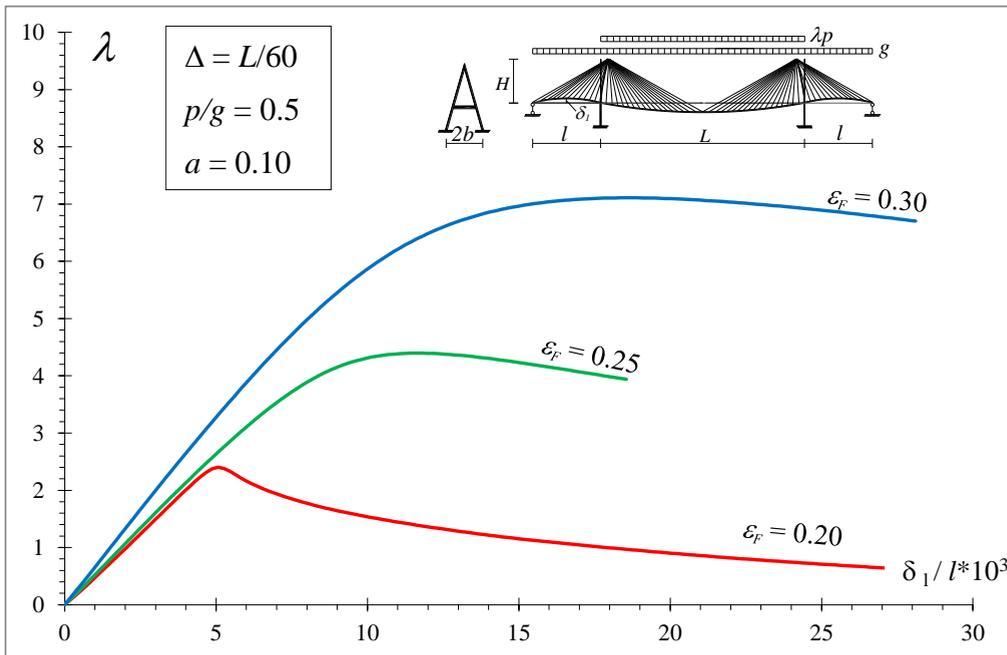


Figura 5.16: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

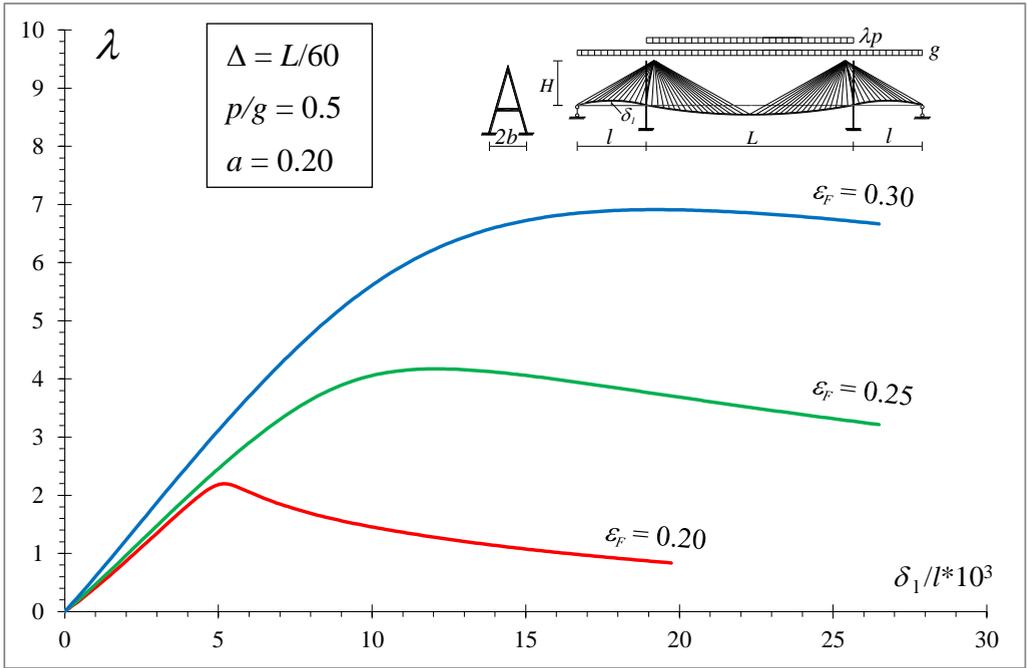


Figura 5.17: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

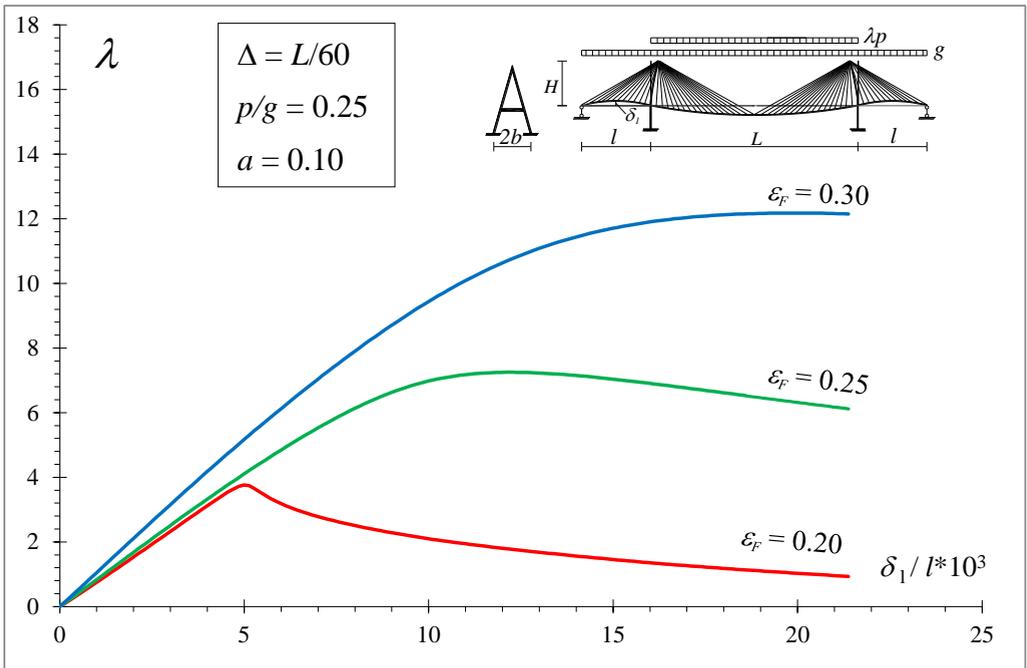


Figura 5.18: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

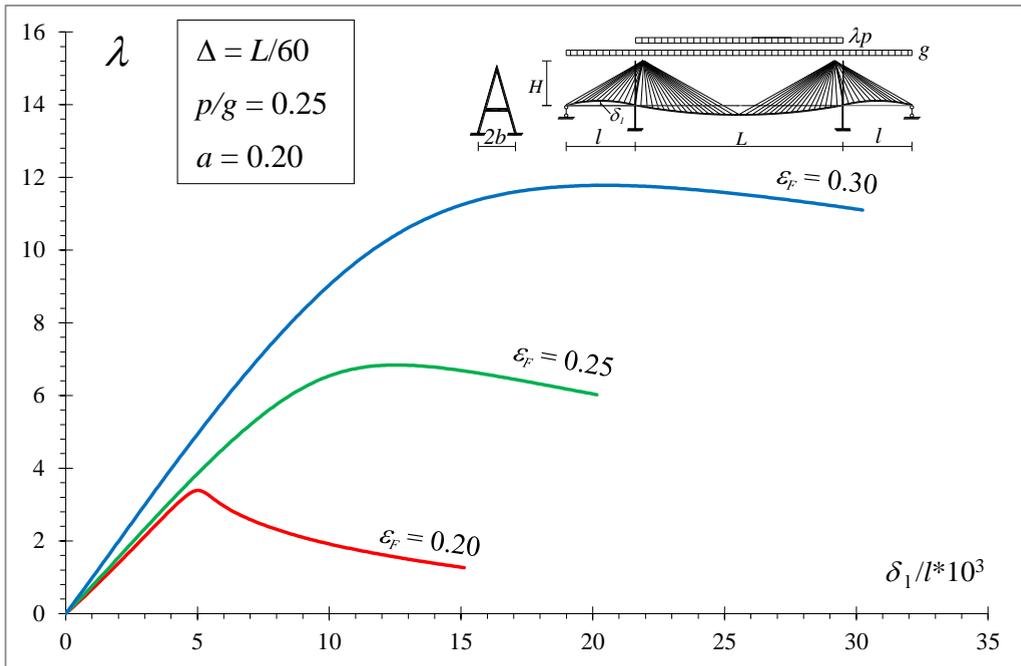


Figura 5.19: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_l$

Nelle Fig. 5.20, 5.21 e 5.22 è riportato l'andamento delle curve  $\lambda-\delta_l$  per diversi valori del parametro adimensionale  $\tau$  e dell'eccentricità del carico. I grafici ottenuti sono pressappoco coincidenti; l'influenza dell'eccentricità del carico e del parametro  $\tau$  sul comportamento statico non-lineare globale del ponte sono dunque ininfluenti.

Le medesime analisi sono condotte per le altre tipologie di ponte strallato con forme delle pile a "H" e "Y rovescio". Nelle figure successive sono riportati alcuni grafici che ne riassumono il comportamento statico non-lineare sotto l'effetto di un carico accidentale incrementale. In particolare, le Fig. 5.23, 5.24 e 5.25 si riferiscono alla tipologia di ponte con pile a "H", interasse tra gli stralli pari a  $L/60$ ,  $a=0.10$ , e carico accidentale posto in posizione centrata. Nei grafici è altresì mostrato l'andamento delle curve  $\lambda-\delta_l$  al variare del parametro di rigidità  $\varepsilon_F$  e del rapporto di carico  $p/g$ . Anche in questo caso emerge la forte dipendenza di  $\lambda_{\max}$  da  $\varepsilon_F$ , con valori decisamente più bassi al diminuire della rigidità flessionale della travata. Si osserva inoltre, nel caso di ponte con pile ad "H", l'incremento della capacità portante al diminuire di  $p/g$ .

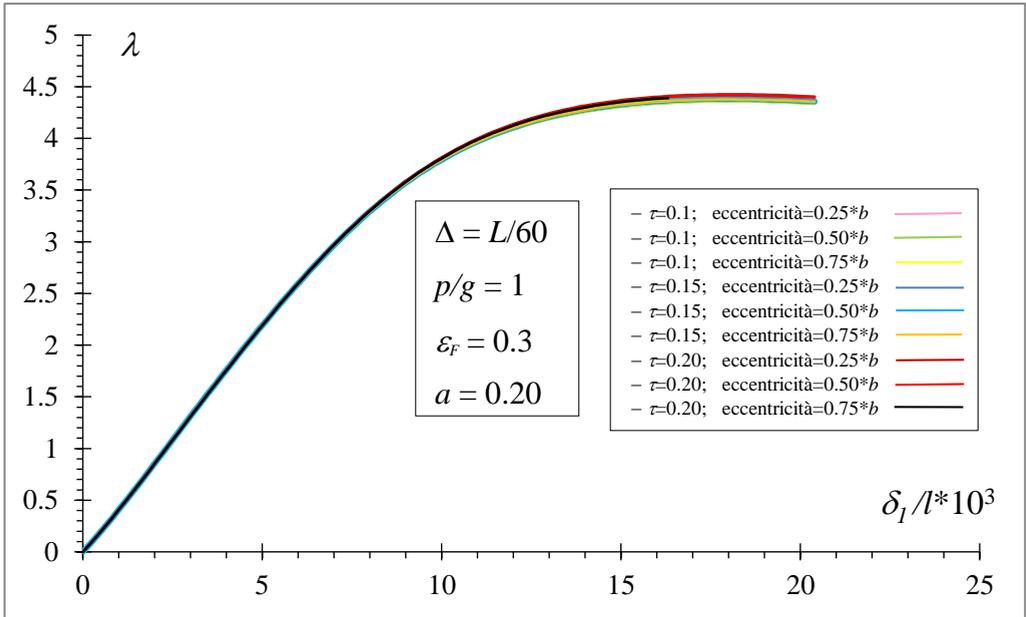


Figura 5.20: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$  (carico eccentrico-pila A)

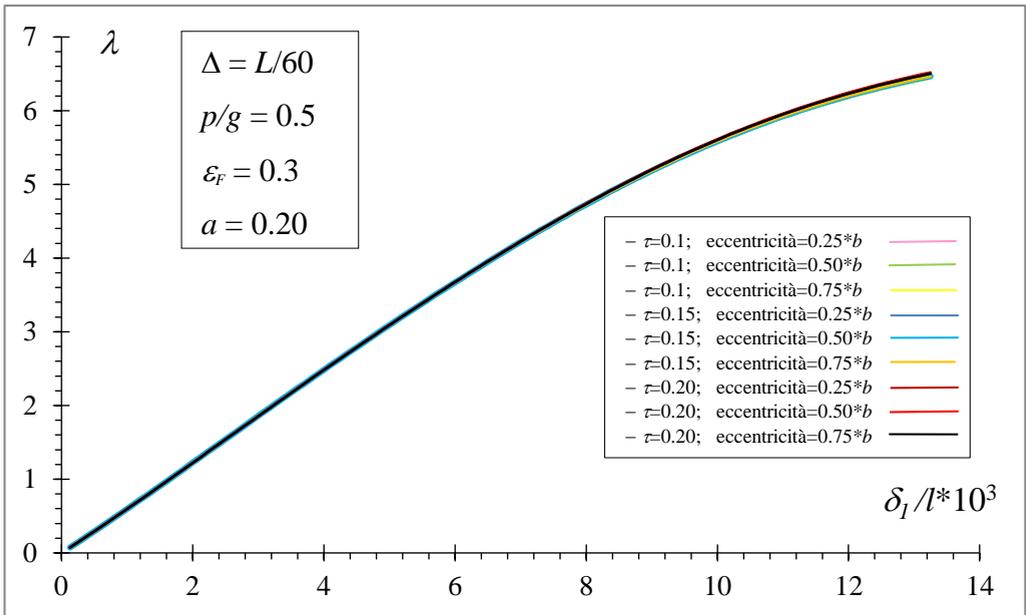


Figura 5.21: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$  (carico eccentrico-pila A)

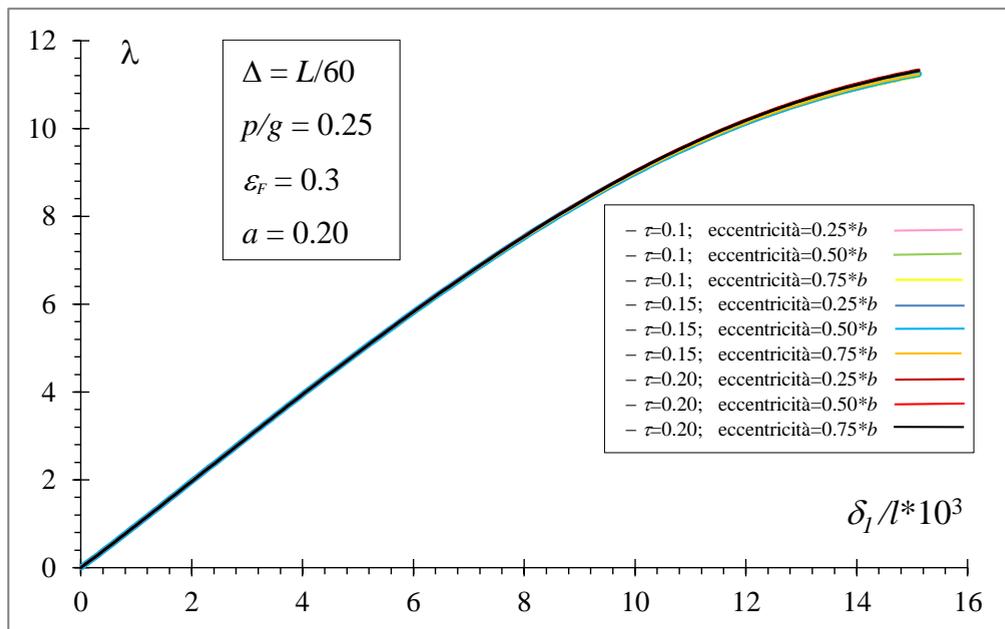


Figura 5.22: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$  (carico eccentrico-pila A)

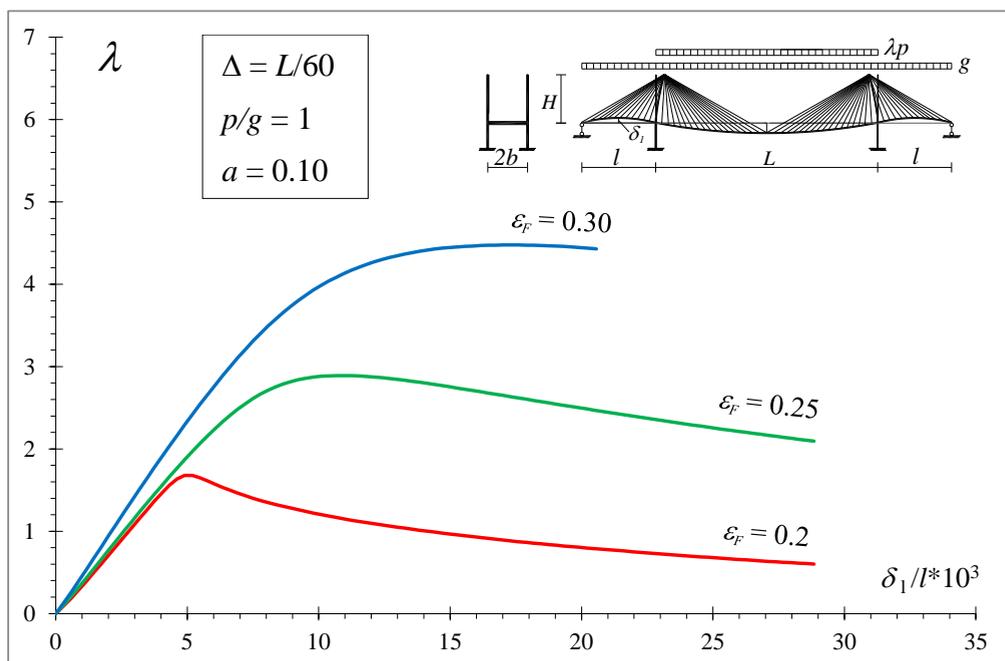


Figura 5.23: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

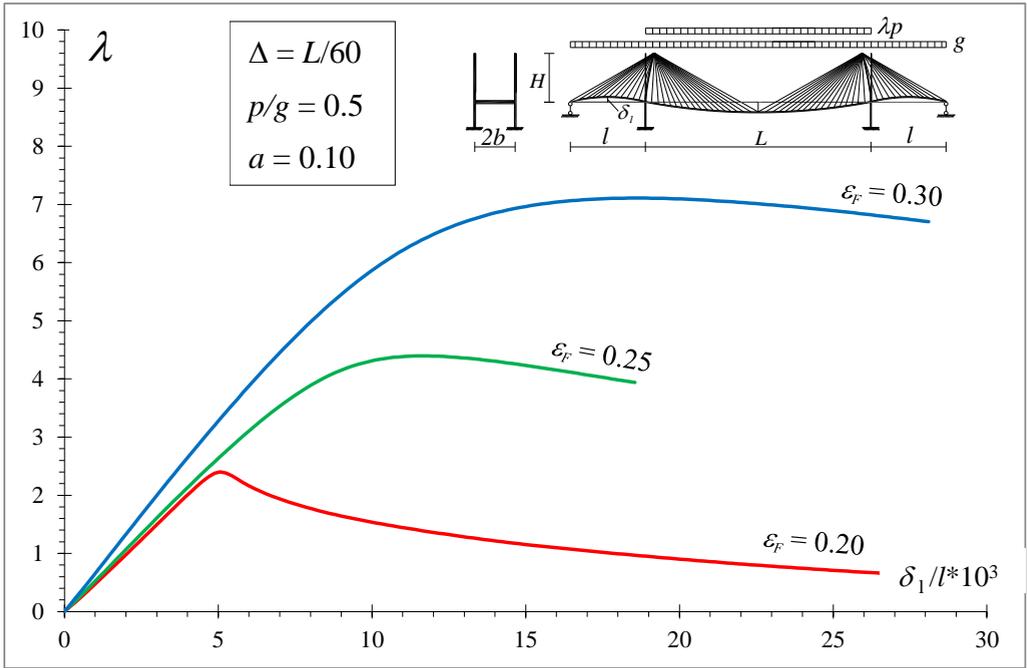


Figura 5.24: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

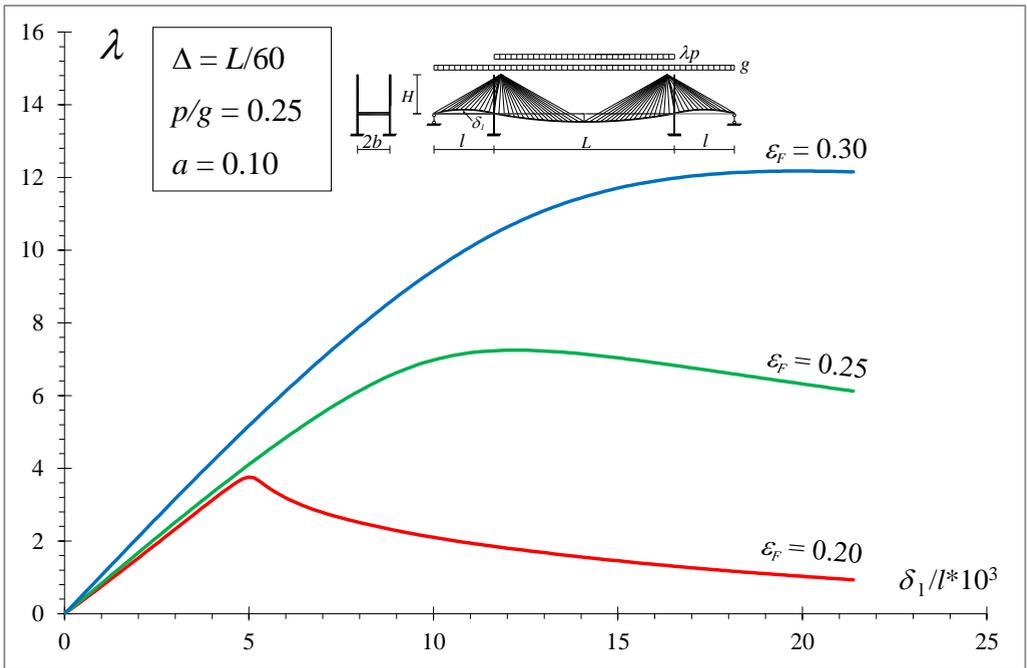


Figura 5.25: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

Nella successiva Fig. 5.26 è mostrato, per il ponte con pila ad “H”, l’influenza dell’eccentricità del carico sulla valutazione di  $\lambda_{\max}$ .

Anche in questo caso, a parità dei parametri  $a$  ed  $\varepsilon_F$  e per  $p/g=0.25$  si nota una scarsa influenza dell’eccentricità del carico e del parametro adimensionale  $\tau$  sulla risposta non-lineare del ponte.

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte per i risultati ottenuti nel caso del ponte con forma ad “Y rovescia” delle pile. Nelle successive Fig. 5.27 e 5.28 sono mostrate le curve  $\lambda-\delta_1$  per  $a=0.15$ ,  $p/g=1$  ed  $\varepsilon_F$  variabile (0.2, 0.25, 0.3) nei due casi analizzati per tale tipologia di pila. Dai risultati mostrati, emerge come la forma della pila influenzi ben poco la risposta non-lineare, specie nel caso di carichi centrati rispetto all’asse del ponte. Nel caso di carichi eccentrici, invece, l’andamento delle curve  $\lambda-\delta_1$  risulta essere differente per le diverse tipologie di ponte analizzate, mostrando in generale un aumento della capacità portante per la pila ad “A”.

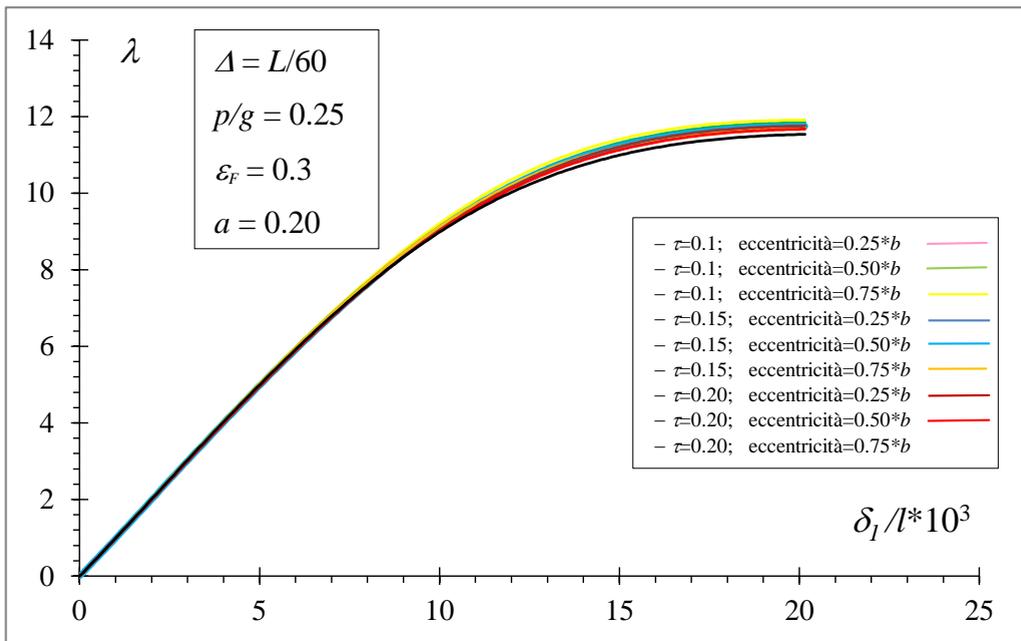


Figura 5.26: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$  (carico eccentrico-pila H)

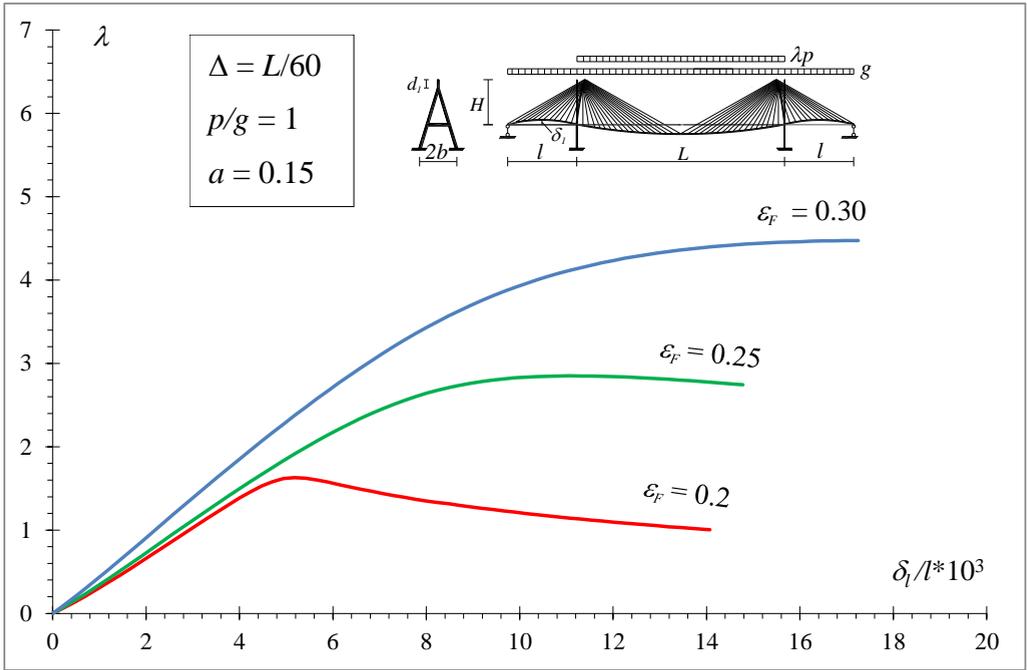


Figura 5.27: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_l$

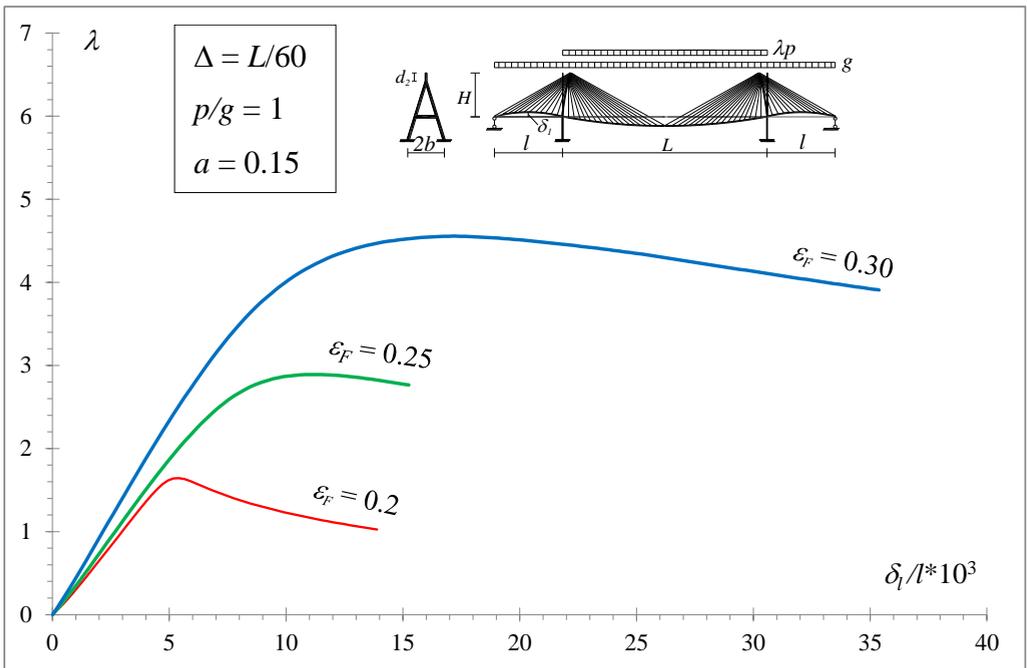


Figura 5.28: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_l$

Ulteriori analisi numeriche sono state condotte al fine di confrontare il comportamento degli schemi strallati al variare delle condizioni di carico e del modello adottato per il sistema di cavi. Sono stati considerati due schemi strutturali: un primo modello in cui ciascun cavo è stato discretizzato in elementi finiti in grado di simulare le non-linearità geometriche, ed un secondo modello in cui ciascuno strallo è modellato con elementi del tipo “linear truss”. In particolare, per quest’ultimo caso si è scelto di impiegare, nelle simulazioni numeriche, sia il modulo tangente di Dischinger che quello di elasticità longitudinale di Young. I valori dei moltiplicatori di carico massimi ottenuti, per le pile a “A” e a “H”, sono riassunti rispettivamente nelle *Tab. 1 e 2*, al variare dei parametri  $a$  e  $\varepsilon_F$ .

I grafici rappresentati nelle *Fig. 5.29 e 5.30* si riferiscono ai modelli di ponte strallato con pile a “A”. In particolare nella *Fig. 5.29* è riportato l’andamento del moltiplicatore  $\lambda$  al variare dello spostamento nella mezzeria della campata laterale, nel caso in cui i carichi accidentali sono applicati sulla campata centrale. Nel medesimo grafico sono stati confrontati i risultati riguardanti i modelli in cui la spaziatura tra gli stralli è pari a un sessantesimo della luce totale,  $p/g=1$ ,  $a=0.2$  e il parametro  $\varepsilon_F$  assume un valore eguale a 0.2 e 0.3. Le analisi sono state condotte sia modellando i cavi come “*nonlinear-truss*” sia come “*linear-truss*”. Dai grafici emerge come l’andamento delle curve  $\lambda-\delta_1$  sia fortemente influenzato dal parametro  $\varepsilon_F$  (aumento della capacità portante massima al crescere della rigidità della travata) e dal tipo di comportamento assunto per gli stralli. In particolare, si ha un’evidente sovrastima della reale capacità portante del ponte, nei confronti della stabilità, nel caso in cui il comportamento degli stralli è assunto di tipo lineare.

La *Fig. 5.30* si riferisce, invece, al caso in cui il carico è applicato sull’intera travata. Sono stati confrontati dei modelli in cui la spaziatura tra gli stralli è pari a un sessantesimo della luce totale,  $p/g=1$ ,  $a=0.2$  ed il parametro  $\varepsilon_F$  assume un valore eguale a 0.2 e 0.3.

Contrariamente al caso precedente, pur osservando valori di  $\lambda_{\max}$  maggiori nel caso di  $\varepsilon_F=0.3$ , si deduce che, se il carico è applicato sull’intero impalcato, il modello non-lineare, in cui gli stralli sono discretizzati mediante elementi del tipo “non-linear truss” fornisce valori più elevati della capacità portante del

ponete, rispetto al modello lineare.

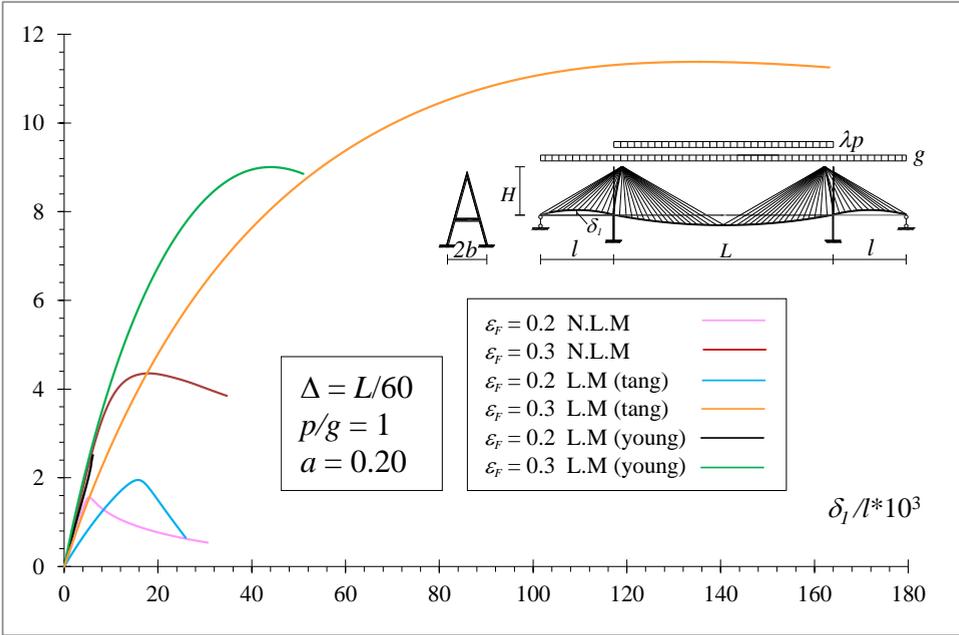


Figura 5.29: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_l$

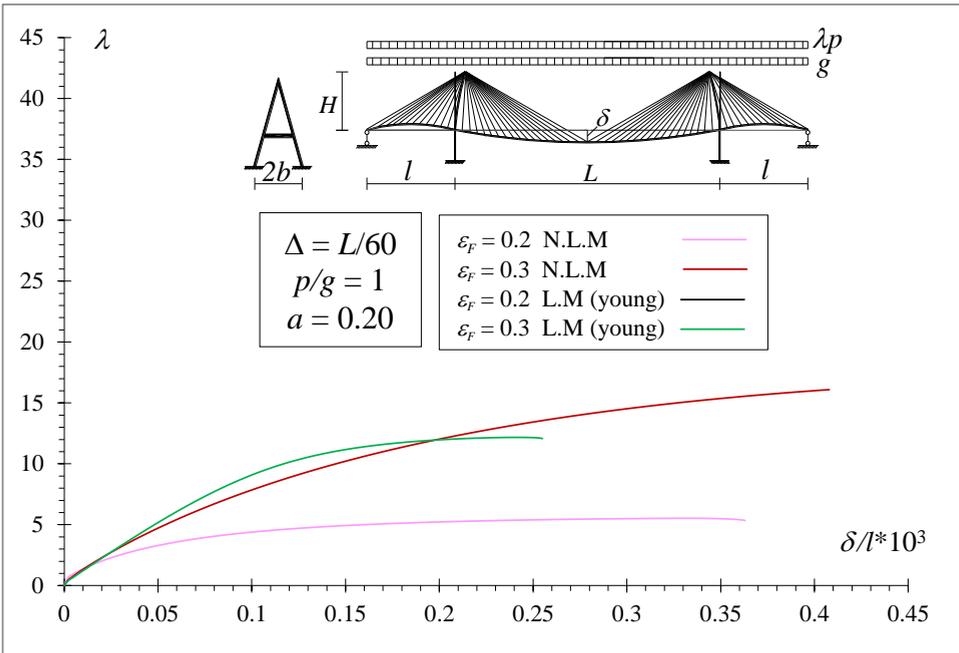


Figura 5.30: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata centrale  $\delta$

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte per le successive Fig. 5.31 e 5.32 in cui sono rappresentati gli andamenti delle curve  $\lambda$ - $\delta_l$  nel caso in cui il ponte presenta una forma ad “H” delle pile.

Anche in questo caso emerge che, per carichi applicati sulla campata centrale, il modello reale in cui gli stralli hanno un comportamento non-lineare fornisce una stima conservativa del massimo moltiplicatore di carico. Al contrario, quando il carico è applicato sull’intera travata, il modello non-lineare conduce a valori più elevati della capacità portante del ponte rispetto al modello lineare.

**Tabella 5.1: Valore carico buckling (pila A): a) a=0.1; b) a=0.2**

	<i>a</i>	0.1				
	$\varepsilon$	n.l. (c. centrale)	n.l. (c. intera travata)	l. (yong) (c. centrale)	l. (yong) (c. intera travata)	l. (tang.) (c. centrale)
$p/g=0.5$	0.2	2.39351	7.81947	3.43806	6.88956	3.02135
	0.3	7.065	25.18805	13.21696	18.02692	14.00554
$p/g=1$	0.2	1.67342	5.57071	2.54022	4.9278	2.2271
	0.3	4.45037	17.07758	9.04506	12.216614	9.81234

a)

	<i>a</i>	0.2				
	$\varepsilon$	n.l. (c. centrale)	n.l. (c. intera travata)	l. (yong) (c. centrale)	l. (yong) (c. intera travata)	l. (tang.) (c. centrale)
$p/g=0.5$	0.2	2.18802	7.7025	3.37915	6.79502	2.59984
	0.3	6.86525	25.1159	13.12326	17.92463	15.4437
$p/g=1$	0.2	1.55724	5.52573	2.51057	4.88696	1.95061
	0.3	4.35392	17.02026	9.0052	12.17169	11.37668

b)

**Tabella 5.2: Valore carico buckling (pila H): a) a=0.1; b) a=0.2**

	<i>a</i>	0.1				
	$\varepsilon$	n.l. (c. centrale)	n.l. (c. intera travata)	l. (yong) (c. centrale)	l. (yong) (c. intera travata)	l. (tang.) (c. centrale)
$p/g=0.5$	0.2	2.40337	7.8485	3.45017	6.9156	3.04133
	0.3	7.10983	25.31	13.32626	18.1238	14.15365
$p/g=1$	0.2	1.67821	5.59	2.55298	4.9447	2.22994
	0.3	4.4763	17.16324	9.11443	12.2781	9.91835

a)

	<i>a</i>	0.2				
	$\varepsilon$	n.l. (c. centrale)	n.l. (c. intera travata)	l. (yong) (c. centrale)	l. (yong) (c. intera travata)	l. (tang.) (c. centrale)
$p/g=0.5$	0.2	2.19794	7.73	3.3956	6.82119	2.61722
	0.3	6.91078	25.2433	13.23235	18.0208	14.96244
$p/g=1$	0.2	1.5631	5.544	2.51474	4.9038	1.96292
	0.3	4.38041	17.05824	9.07453	12.23387	11.52474

b)

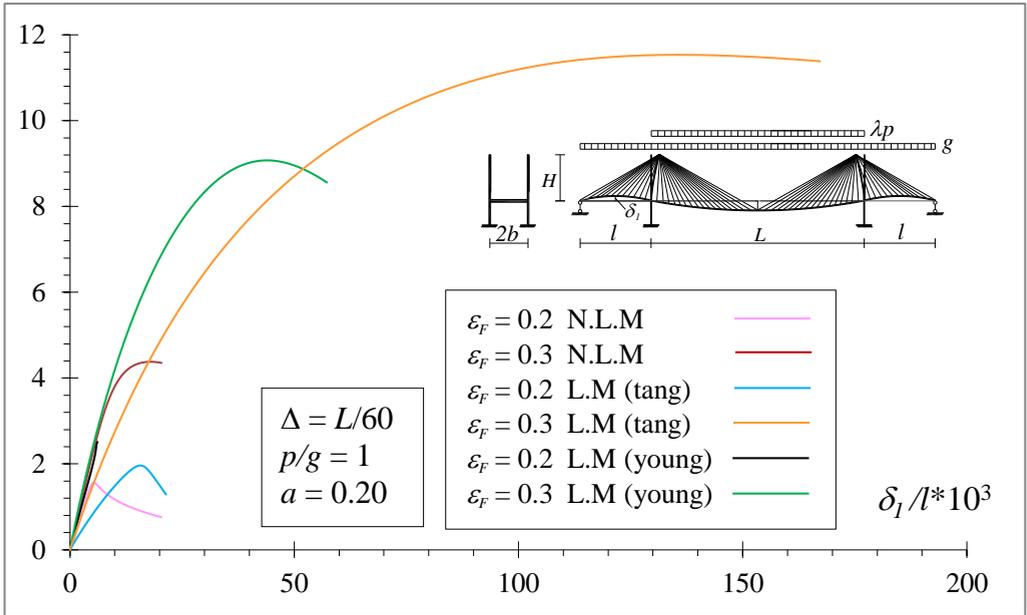


Figura 5.31: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta_1$

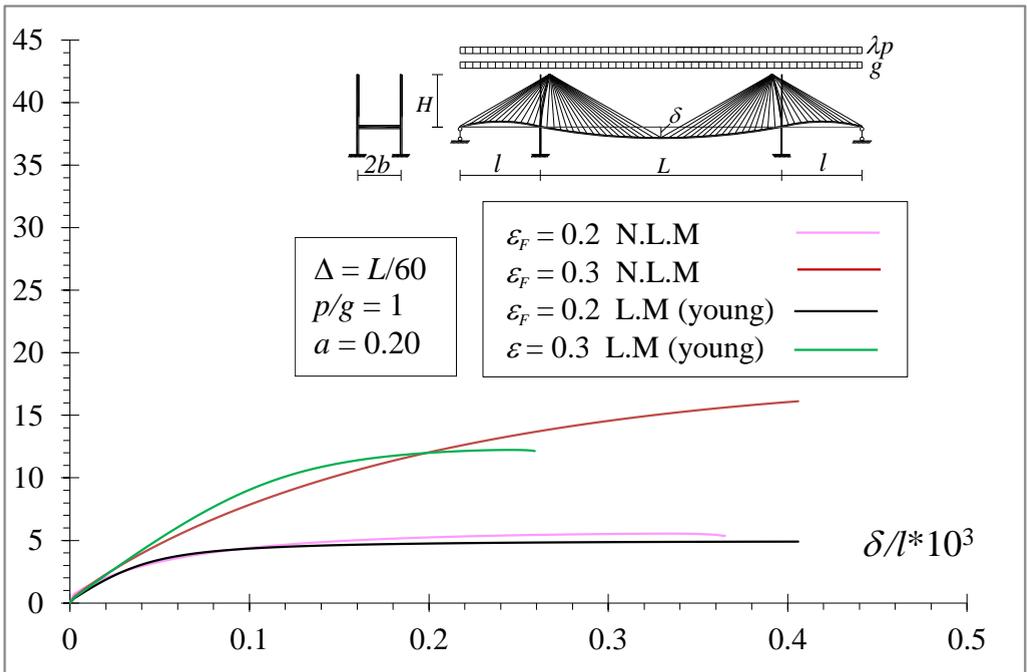


Figura 5.32: Moltiplicatore di carico  $\lambda$  in funzione dello spostamento della campata laterale  $\delta$

## CONCLUSIONI

Nel presente lavoro di tesi è stato studiato il comportamento statico dei ponti di grande luce che, negli ultimi decenni, parallelamente ai progressi compiuti dall'ingegneria strutturale e dalla tecnologia dei materiali, hanno trovato notevole sviluppo in Asia, in Europa e negli Stati Uniti.

Tra le diverse tipologie di ponte, lo schema strallato, lo schema sospeso e lo schema combinato strallato-sospeso, sono stati oggetto dell'interesse dei progettisti e dei ricercatori del settore, per via dei vantaggi economici e dell'elevata caratteristica di rigidità offerte.

In particolare, è stato analizzato il comportamento statico non-lineare dei ponti di grande luce, soggetti all'azione dei carichi permanenti e accidentali, al variare delle conformazioni geometriche e strutturali degli schemi statici studiati. Oggetto del lavoro è stato sostanzialmente lo studio della deformabilità dei ponti strallati e di quelli combinati sospesi-strallati e l'analisi del comportamento statico non-lineare e dei fenomeni di instabilità dei ponti strallati.

Al riguardo, sono stati realizzati, mediante l'impiego di un codice commerciale agli elementi finiti (COMSOL MULTIPHYSICS<sup>TH</sup>), alcuni modelli tridimensionali della tipologia di ponte strallato con disposizione a ventaglio degli stralli, dello schema di ponte strallato con disposizione a ventaglio modificato degli stralli, della tipologia sospesa e dello schema combinato strallato-sospeso. Lo studio è stato esteso, per ciascuna tipologia analizzata, a diverse conformazioni geometriche delle pile (pila ad "A", ad "H" e ad "Y rovescia"). Il comportamento statico dei modelli strutturali considerati è stato studiato conducendo delle analisi parametriche al fine di analizzare l'influenza, sulla risposta strutturale del ponte, di alcuni parametri adimensionali che tengono conto della geometria e delle caratteristiche meccaniche degli schemi proposti.

Nel primo capitolo vengono discussi alcuni aspetti riguardanti l'evoluzione, nel tempo, dei ponti di grande luce. Dall'analisi storica condotta sono emerse le motivazioni principali che hanno determinato, nel corso degli anni, l'interesse e l'impiego sempre più diffuso della tipologia di ponte strallato.

Ai crolli che, all'inizio dell'Ottocento, interessarono alcuni ponti strallati esistenti, seguì l'abbandono della tipologia in questione, favorendo, come naturale conseguenza, lo sviluppo dello schema di ponte sospeso. Quest'ultima tipologia di ponte trovò enorme successo, nel corso di tutto l'Ottocento, e nei primi anni del Novecento. A partire dagli anni 30' si registrò una tendenza a ridurre le dimensioni e conseguentemente la rigidità dell'impalcato, che condusse a fenomeni come il collasso, a seguito di oscillazioni torsionali, del *Tacoma Bridge* negli USA. Accertata l'eccessiva deformabilità e il conseguente aumento dei costi di realizzazione degli schemi sospesi, variarono gli interessi nell'ambito della progettazione dei ponti di grande luce e si ebbe una graduale ripresa della tipologia strallata, che, a partire degli anni 70' del secolo scorso, rappresenta una valida alternativa allo schema sospeso.

Attualmente le tipologie di ponti strallati e combinati sospesi-strallati rappresentano le migliori soluzioni, sia dal punto di vista strutturale, che economico, nel superamento di grandi luci.

Nel secondo capitolo è stato studiato il comportamento statico dei cavi, con riferimento al modello di catenaria inestensibile e di catenaria elastica, e quindi degli stralli tramite un approccio approssimato che tiene conto del comportamento non-lineare mediante l'impiego del modulo tangente o secante di Dischinger. Vengono inoltre proposti, nell'ambito del metodo degli elementi finiti, due tipologie di elementi cavo mediante i quali sono stati ricavati alcuni risultati numerici relativi al comportamento degli stralli rispetto alla rigidità assiale.

E' stata quindi verificata la validità del modulo fittizio di Dischinger al variare dei parametri di tensione iniziale e di luce dello strallo. In particolare, per diversi valori di tali parametri, è stato confrontato l'andamento delle curve tensione-deformazione relative ai due modelli agli elementi finiti in questione e l'andamento teorico basato sull'approssimazione alla Dischinger. Per valori elevati della tensione, si nota un buon accordo tra i risultati ottenuti; per valori bassi della tensione, e per luci notevoli, si osservano invece delle considerevoli differenze.

Ulteriore aspetto analizzato riguarda il sistema di irrigidimento, atto a ridurre la deformabilità dei ponti strallati, costituito da un sistema di controstralli. Con riferimento ad un sistema formato da uno strallo preteso e da un controstrallo

di irrigidimento, è stata studiata l'interazione tra lo strallo principale e il controstrallo, in relazione allo stato di tensione iniziale e alle caratteristiche geometriche del sistema. Sono stati ottenuti alcuni risultati utilizzando sia un modello semplificato basato sulla teoria di Dischinger, sia un modello agli elementi finiti. Gli effetti irrigidenti del sistema di controstrallatura, valutati con il modello semplificato sono superiori a quelli ricavati con le analisi non-lineari agli elementi finiti.

Nel terzo capitolo sono stati analizzati i principali sistemi di sospensione utilizzati per la costruzione di ponti di grande luce in relazione al dimensionamento degli elementi strutturali del sistema di cavi, analizzando altresì la stabilità del sistema di sospensione stesso.

Nel quarto capitolo sono riportati i risultati principali riguardanti lo studio della deformabilità dei ponti strallati con disposizione a ventaglio degli stralli, dei ponti sospesi e dei ponti combinati strallati-sospesi. In particolare, dopo aver presentato una formulazione al continuo per i ponti strallati, al fine di introdurre le principali equazioni di governo del comportamento statico degli stessi, viene studiato un modello discreto implementato mediante il codice commerciale COMSOL MULTIPHYSICS<sup>TH</sup>, attraverso il quale la risposta statica del ponte viene analizzata nell'ambito del metodo degli elementi finiti.

L'attenzione è stata prevalentemente posta sulla deformabilità dei ponti strallati soggetti all'azione dei carichi permanenti e accidentali.

I modelli di ponte sviluppati presentano caratteristiche geometriche e meccaniche parametriche e presentano uno schema statico con tre campate. Sono stati confrontati schemi strutturali aventi tipologie differenti di pile e spaziatura degli stralli variabile. Si è assunto che la travata, sotto l'effetto dei carichi permanenti, abbia una configurazione rettilinea e priva di momenti flettenti. Al fine di tenere in conto l'influenza, nello studio della deformabilità, degli effetti torsionali, sono state considerate diverse posizioni per i carichi accidentali, assumendo diversi valori di eccentricità per gli stessi. Nello studio della risposta statica del ponte, poi, si è proceduto con il confronto tra i risultati ottenuti mediante modelli accurati, in grado di simulare l'effettivo comportamento non-lineare degli stralli, con quelli ottenuti mediante modelli semplificati in cui il comportamento degli stralli stessi è affidato al modulo fittizio di Dischinger.

E' stata poi studiata la deformabilità dei ponti combinati strallati-sospesi. Dopo

una preliminare analisi riguardante il comportamento del cavo sospeso, sono stati studiati un modello continuo e un modello discreto della tipologia di ponte combinato avente uno schema simmetrico a tre campate.

Le simulazioni numeriche, riguardanti la tipologia dei ponti strallati, hanno consentito la comprensione del comportamento statico dei ponti stessi, in relazione all'influenza delle varie caratteristiche geometriche e meccaniche.

Per lo schema di ponte strallato, avente configurazione geometrica delle pile ad "H" e per diversi valori della spaziatura degli stralli, del parametro  $\varepsilon_F$  di rigidità flessionale della travata e del rapporto tra carichi accidentali  $p$  e permanenti  $g$ , è stato riportato l'andamento dell'abbassamento della campata centrale  $\delta$  in funzione del parametro caratteristico  $a$ , che assume il significato di parametro di luce del ponte per fissati valori delle caratteristiche dei materiali.

Nell'ambito delle simulazioni numeriche si è proceduto al confronto tra i risultati ottenuti mediante il modello discreto accurato, con quelli ottenuti mediante il modello semplificato caratterizzato da un comportamento lineare degli stralli, oltre che con i risultati relativi alla soluzione del problema integro-differenziale che caratterizza il modello al continuo del ponte.

Dai risultati ottenuti si evince anzitutto che la freccia in mezzeria cresce con il valore di  $a$  e diminuisce a crescere del parametro  $\varepsilon_F$  di rigidità flessionale adimensionale della travata; è inoltre evidente l'analogia tra le curve ottenute con il modello non-lineare e quelle ricavate dal modello semplificato con comportamento meccanico regolato dal modulo secante di Dischinger. Le curve relative al modello lineare, in cui viene impiegato per gli stralli il modulo tangente di Dischinger, si discosta notevolmente dalle altre poiché, come ben noto, l'uso del modulo tangente alla Dischinger può comportare sensibili discrepanze.

Delle ulteriori analisi sono state condotte aumentando il valore del carico permanente e mantenendo costante il valore del carico accidentale. Dai grafici ottenuti, è possibile notare la riduzione dello spostamento nella mezzeria della campata centrale  $\delta/L$  del ponte al diminuire del rapporto  $p/g$ . Ciò, perchè elevati stati di tensioni iniziali sotto carichi permanenti, conferiscono maggiore rigidità agli stralli.

Sono stati poi confrontati i risultati ricavati considerando il modello non-lineare di cavo e quelli relativi a un modello caratterizzato da un comportamen-

to lineare degli stralli stessi, sia assumendo che il comportamento meccanico sia regolato dal modulo fittizio di Dischinger, sia adottando invece il modulo di Young. Dall'inclinazione delle curve relative al modello non lineare rispetto a quello lineare si nota l'effetto Dischinger per quanto riguarda il comportamento degli stralli.

Le medesime analisi sono state condotte per la tipologia di ponte strallato con disposizione a ventaglio degli stralli e conformazione ad "A" delle pile, e per la tipologia di ponte strallato con disposizione a ventaglio modificato degli stralli e conformazione ad "Y rovescio" delle pile. Dai risultati ottenuti per i ponti con diverse tipologie di pile, non sono emerse delle considerevoli differenze.

Si è passati quindi all'investigazione degli effetti torsionali sulla deformabilità dei ponti strallati. Per gli schemi di ponte aventi pile con conformazione ad "A" e ad "H" sono state condotte alcune analisi per valori costanti dell'interasse degli stralli, di  $p/g$  e di  $\varepsilon_F$ , al variare del valore dell'eccentricità del carico e del parametro di rigidezza torsionale  $\tau$ . Le curve che mostrano l'andamento della rotazione torsionale massima adimensionalizzata in mezzeria della campata centrale del ponte in funzione del parametro  $a$ , presentano un andamento pressoché lineare strettamente influenzato dal parametro di rigidezza torsionale  $\tau$ , il valore della rotazione torsionale massima in mezzeria tende a diminuire all'aumentare di  $\tau$ . Confrontando i risultati relativi alla tipologia di ponte con pila ad "A" ed alla tipologia di ponte con pila ad "H", si nota come, contrariamente al caso della deformabilità flessionale, la forma della pila influenzi notevolmente il comportamento statico del ponte nel caso di carico eccentrico.

Per le tre tipologie di pile esaminate, sono state considerate altre due differenti distribuzioni dei carichi accidentali, nel primo caso i carichi accidentali sono stati applicati simmetricamente sulle campate laterali, mentre nel secondo gli stessi sono stati applicati a "scacchiera" su una campata laterale e su metà della campata centrale. Le due condizioni di carico conferiscono alla deformata del ponte, per via della posizione assunta dai carichi accidentali, una configurazione rispettivamente simmetrica e asimmetrica. Anche nel caso di differenti condizioni di carico è stata registrata, a parità di  $\varepsilon_F$  e di spaziatura degli stralli, una riduzione degli abbassamenti al diminuire del rapporto tra carichi accidentali e carichi permanenti.

In ultima analisi è stato investigato il comportamento della tipologia di ponte strallato con pile ad “H” a seguito dell’inserimento, nello schema strutturale, di appoggi intermedi in corrispondenza delle campate laterali. Dai risultati ottenuti si evince che, al variare del numero di appoggi inseriti, l’abbassamento  $\delta$  in corrispondenza della mezzeria della campata centrale, tende a diminuire rimanendo praticamente costante per un numero di appoggi superiore a 4.

Ulteriori simulazioni numeriche hanno consentito di analizzare il comportamento statico dei ponti combinati soggetti all’azione dei carichi accidentali, partendo da una configurazione rettilinea e priva di momenti flettenti per la travata corrispondente all’azione dei carichi permanenti. Le analisi, che hanno riguardato uno schema di ponte combinato avente assegnate caratteristiche geometriche, sono state condotte al variare della rigidezza della travata e del parametro  $r$ , che regola il rapporto tra i carichi afferenti la parte sospesa e quella strallata.

Dai grafici rappresentati nel “Cap. 4” riguardanti la deformata della travata, si nota che l’abbassamento in corrispondenza della mezzeria della campata centrale, nonché l’abbassamento massimo dell’impalcato, tende a diminuire per valori bassi del parametro  $r$ , e raggiunge il valore massimo per lo schema di ponte sospeso ( $r=1$ ). Dal confronto delle deformate, relative allo schema di ponte sospeso e allo schema di ponte strallato, si evince il differente comportamento dei due sistemi strutturali.

Il “Cap. 5” riguarda lo studio della stabilità dei ponti strallati. Viene preliminarmente affrontato il problema della stabilità elastica considerando il modello continuo del ponte, riferendosi alla teoria lineare della stabilità, e illustrando comunque gli effetti che il comportamento non-lineare in fase pre-critica ha sulla capacità portante del ponte. Viene quindi studiato un modello tridimensionale agli elementi finiti di ponte strallato autoancorato con distribuzione a ventaglio degli stralli, per indagare sia sui valori critici dei carichi che sulla capacità portante del ponte stesso.

Come configurazione iniziale della travata si è assunta quella rettilinea e priva di momenti flettenti corrispondente all’azione dei carichi fissi. Gli incrementi di deformazione della travata sono stati valutati nei due casi di carico accidentale distribuito sulla sola campata centrale e di carico applicato su tutta la travata del ponte.

Le analisi sviluppate, in virtù dell'uso dei parametri adimensionali che regolano le caratteristiche geometriche e meccaniche dei modelli di ponte, consentono di studiare l'effettivo comportamento non-lineare dei modelli proposti.

Nelle simulazioni numeriche sono stati confrontati i risultati ottenuti modellando i cavi come elementi non-lineari, con i risultati riferiti a dei modelli semplificati con comportamento lineare degli stralli, adottando, per la regolazione del comportamento meccanico, il modulo secante o tangente di Dischinger. Si è studiata l'influenza della forma delle pile sulla valutazione della capacità portante del ponte (pila ad "A", pila ad "H", pila ad "Y"), e inoltre, nell'ambito delle simulazioni numeriche, sono stati valutati gli effetti torsionali associati all'eccentricità dei carichi.

Dai risultati ottenuti è stato possibile confrontare l'andamento del moltiplicatore  $\lambda$  in funzione dello spostamento in corrispondenza della mezzeria della campata laterale. Le curve ricavate sono state ottenute per diversi valori assunti dal parametro di luce  $a$ , per un rapporto unitario tra carichi accidentali e carichi permanenti, ed in funzione del valore della rigidezza flessionale della travata  $\varepsilon_F$ . Dai risultati ottenuti è possibile notare come, a parità del rapporto adimensionale  $p/g$  e del parametro  $a$ , le curve assumano una configurazione differente al variare del parametro  $\varepsilon_F$ . La capacità portante massima del ponte aumenta al crescere della rigidezza della travata ed è poco influenzata dal parametro  $a$ .

Da ulteriori analisi, condotte variando il valore del rapporto tra carichi accidentali e permanenti, è possibile concludere che il valore massimo assunto dal moltiplicatore di carico  $\lambda$  aumenta in maniera considerevole, a parità di  $a$  e di  $\varepsilon_F$ , per valori inferiori di  $p/g$  rispetto all'unità.

Sono stati poi investigati gli effetti dell'eccentricità di carico sulla capacità portante. Le analisi sono state condotte per diversi valori dell'eccentricità e del parametro di rigidezza torsionale  $\tau$  della travata. Poiché i grafici ottenuti sono pressappoco coincidenti, si è dedotta la scarsa influenza dell'eccentricità del carico e del parametro  $\tau$  sul comportamento statico non-lineare del ponte.

Le medesime analisi sono state condotte per le altre tipologie di ponte strallato con conformazione geometrica delle pile ad "H" e ad "Y". Per quanto riguarda le simulazioni numeriche, condotte sui modelli soggetti ad un carico incrementale posto lungo l'asse della trave, si è giunti alle medesime considerazioni del-

la tipologia di ponte con forma delle pile ad “A”. Nelle simulazioni numeriche condotte sui modelli soggetti a un carico incrementale posto in posizione eccentrica, pur registrando la scarsa influenza dell’eccentricità del carico e del parametro adimensionale  $\tau$  sulla risposta non lineare del ponte, si nota il differente andamento delle curve secondo la forma geometrica assunta delle pile.

Ulteriori analisi sono state finalizzate al confronto del comportamento degli schemi strallati al variare delle condizioni di carico e del modello meccanico adottato per il sistema di cavi (modello non-lineare, modello lineare con modulo tangente di Dischinger e modello lineare con modulo di elasticità longitudinale di Young).

Dai grafici ottenuti per la tipologia di ponte strallato con pila ad “A”, nel caso in cui il carico accidentale è applicato sulla sola campata centrale,  $p/g=1$ ,  $a=0.2$  e per diversi valori assunti da  $\varepsilon_f$ , emerge come l’andamento delle curve  $\lambda-\delta_1$  sia fortemente influenzato dal parametro  $\varepsilon_f$  e dal tipo di comportamento assunto dagli stralli. In particolare, il comportamento lineare fornisce una sovrastima della capacità portante del ponte.

Dai risultati ottenuti per la tipologia di ponte strallato con pila ad “A”, nel caso in cui il carico accidentale è applicato sull’intera travata,  $p/g=1$ ,  $a=0.2$  e per diversi valori assunti da  $\varepsilon_f$ , emerge come il modello con comportamento non-lineare degli stralli fornisca invece valori maggiori della capacità portante del ponte rispetto al modello lineare.

Delle considerazioni del tutto analoghe possono farsi sui risultati ottenuti dalle medesime analisi compiute sulla tipologia di ponte strallato con configurazione delle pile ad “H”.

## BIBLIOGRAFIA

1. **Billington D.P.**, “*History and aesthetics in suspension bridges*”, Journal of the Structural Division, 1977.
2. **Billington D.P., Nazmy A.**, “*History and aesthetics of cable-stayed bridges*”, Journal of Structural Engineering, vol.117, 1990.
3. **Bleich F.**, “*Mathematical Theory of Vibrations in Suspension Bridge*”, Washington D.C., U.S., Government Printing Office, 1950.
4. **Melan J.**, “*Theory of arches and Suspension Bridges*”, D.B.Steinman translator, Myron C. Clark, Chicago, 1913.
5. **Ostenfeld K.**, “*Aerodynamics of Large Bridges, Structural Engineering International*”, August, 1992.
6. **Steinman D. B.**, “*Manhattan Bridge: Investigation of Structural Condition*”, The City of New York Department of Public Works, Aprile 1955.
7. **Bathe K.J.**, “*Finite element procedures*”, Prentice Hall, 1996.
8. **IrvineM.**, “*Cable Structures*”, MIT Press, 1981.
9. **Bruno D., Maceri F.**, “*Nonlinear models for cable stayed bridges analysis*”, Proceedings of the First European Simulation Congress ESC83, Aachen, September 1983.
10. **IrvineM.**, “*Studies in the statics and dynamics of simple cable system*”, California Istitute of Technology, Pasadena, California, 1974.
11. **Irvine M., Caughey T.K.**, “*The linear theory of free vibrations of a suspended cable.*”, Proceedings of the Royal Society of London, 1984.

12. **Irvine H.M., Griffin J.H.**, "*On the dynamic response of suspended cable*", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol.4.
13. **Karoumi R.**, "*Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges*", Computers & Structures, November 1998.
14. **Reddy J. N.**; "*An Introduction to the Finite Element Method*".
15. **Ahmadi-Kashani K., Bell A.J.**, "*The analysis of cable subject to uniformly distributed loads*", Engineering and Structures, 1988.
16. **Thai Huu-Tai, Kim Seung-Eock**, "*Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures*", Finite Elements in Analysis and Design, June 2010.
17. **Gimsing N. J.**, "*Cable Supported Bridges*", John Wiley & Sons Ltd., 1983.
18. **Gimsing N.J.**, "*Structural systems for cable suspended bridges-courses and lectures*", International Centre for Mechanical Sciences, 1992.
19. **Gimsing N. J.**, "*East Bridge, The Storebaelt Publications*", Copenhagen, 1998.
20. **Gimsing N. J.**, "*Lon Span Cable Supported Bridges: Present Technology and Trends*", IABSE Symposium, Kobe, 1998.
21. **Hengold W.M., Russel J.J.**, "*Equilibrium and natural frequencies of cable structures (a nonlinear finite element approach)*", Computers and Structures, 1976.
22. **Triantafyllou M.S.**, "*The dynamics of taut inclined cables*", Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1984.
23. **Adeli H., Zhang J.**, "*Fully nonlinear analysis of composite girder cable-stayed bridges*" ComputStruct, 1995.
24. **Au F.T.K., Wang J.J., Cheung Y.K.**, "*Impact study of cable-stayed bridge under railway traffic using various models*", Journal of Sound and Vibration, vol. 240, pp. 447-465, 2001.

25. **Au F.T.K., Wang J.J., Cheung Y.K.**, “*Impact study of cable-stayed railway bridges with random rail irregularities*”, Engineering Structures, vol. 24, pp. 529-541, 2002.
26. **Brancaleoni F., Petrangeli M.P., Villatico C.**, “*Train structure interaction in railway cable stayed bridge dynamics*”, Proc. Int. Conference on Cable-Stayed Bridges, Bangkok, 1987.
27. **Bruno D.**, “*On the dynamical behaviour of long-span cable-stayed bridges under moving loads*”, Costruzioni Metalliche, n.2, 1985.
28. **Bruno D., Greco F., Lonetti P., Pascuzzo A.**, “*Dynamic analysis of long span cable-stayed bridges under the action of moving loads*”, IBSBI 2011, Athens, Greece, 2011.
29. **Bruno D., Greco F., Lonetti P.**, “*Impact analysis of long cable stayed bridges*”, Engineering Structures, n. 30, pp. 1160-1177, 2008.
30. **Bruno D., Leonardi A.**, “*Sul comportamento statico dei ponti strallati di grande luce con pile ad A*”, Giornale del Genio Civile, Gennaio-Marzo 1988.
31. **Bruno D., Leonardi A., Maceri F.**, “*On the nonlinear dynamics of cable-stayed bridges*”, Cambridge 87, Bangkok, 1987.
32. **Bruno D., Leonardi A.**, “*Natural periods of long-span cable-stayed bridges*”, Jou. Of Bridge Engineering, ASCE, Vol. 2, N.3, 1997.
33. **Como M., Grimaldi A., Maceri F.**, “*Statical behaviour of long-span cable-stayed bridges*”, Int. J. Solids Structures, 1985.
34. **De Miranda F., Grimaldi A., Maceri F. Como M.**, “*Basic problems in long-span cable-stayed bridges*”, Internal Report, Dept. of structures, University of Calabria, September 1979.
35. **Huang D., Wang T.L.**, “*Impact analysis of cable stayed bridges*”, Computer and Structures, 1992.

36. **Leonhardt F., Zellner W.**, "*Past, present and future of cable-stayed bridges*", Proceedings of the Seminar of Cable-Stayed Bridges, Recent Developments and Their Future, Yokohama, 1991.
37. **Leonhardt F., Zellner W.**, "*Cable-stayed bridges*", IABSE Surveys S-13/80, 1980.
38. **Muller J. M.**, "*Very Long Span Bridges: Concepts*", Materials and Methods, IABSE Symposium, Kobe, 1998.
39. **Nazmy A.S., Abdel-Ghaffar A.M.**; "*Three-dimensional nonlinear static analysis of cable-stayed bridges*", Comput Struct, 1990.
40. **Troitsky M.S.**, "*Cable-stayed Bridge-Theory and Design*", BSP Professional Books, Oxford, 1977.
41. **Wang P.H., Yang CG.**, "*Parametric studies on cable-stayed bridges*", Computers & Structures, 1995.
42. **Yang J. D., Fonder G.A.**, "*Dynamic response of cable-stayed bridges under moving loads*", J. Eng.ng Mech, 1998.
43. **Bruno D., Grimaldi A.**, "*Nonlinear behaviour of long span cable-stayed bridges*", Meccanica, vol. 20, pp. 303-313, 1985.
44. **Bruno D., Leonardi A.**, "*Nonlinear analysis of long span cable-stayed bridges eccentrically loaded*", IABSE Periodica, pp. 103/86, 1986.
45. **Bruno D., Leonardi A.**, "*Aerodynamic instability of long-span cable stayed bridges*", IABSE Symposium on Long-Span and High-Rise Structures, Kobe-Japan, September, 1998.
46. **Cheung MS, Li W, Jaeger LG**, "*Nonlinear analysis of cable-stayed bridge by finite strip method*", Computers & Structures, 1988.
47. **Crisfield M.A.**, "*Non-linear finite element analysis of solids and structures*", Vol.1-Vol.2, John Wiley&Sons, 1997.
48. **Comsol User's Guide**, "Structural mechanics Module".

49. **Freire A.M.S., Negrao J.H.O., Lopes A.V.**, “*Geometrical nonlinearities on the static analysis of highly flexible steel cable-stayed bridges*”, Computers & Structures, October 2006.
50. **Giangreco E.**, “*Ingegneria delle strutture. Metodi di analisi*”, Utet, Torino 2003.
51. **Haight R. Q., Billington D. P., Khazem D.**, “*Cable Safety Factors for Four Suspension Bridges*”, Journal of Bridge Engineering, ASCE, Vol.2, No.4, Novembre 1997.
52. **Rajaraman A., Loganathau K., Raman N.V.**, “*Nonlinear analysis of cable-stayed bridges*”, IABSE Proceedings P-37/80, 1980.
53. **Riks E.**, “*An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems in elastic stability*”, 14<sup>th</sup> IUTAM Congress, Delft, The Netherlands, August 1976.
54. **Wang P.H., Lin H.T., Tang T.Y.**, “*Study on nonlinear analysis of a highly redundant cable stayed bridge*”, ComputStruct, 2002.
55. **Abdel-Ghaffar A.M.**, “*Free lateral vibration of suspension bridges*”, Journal of the Structural Division, 1978.
56. **Aschrafi M.**, “*Comparative Investigations of Suspension Bridges and Cable-Stayed Bridges for Spans Exceeding 1000 m*”, IABSE Symposium, Kobe, 1998.
57. **Como M., Lembo M., Grimaldi A.**, “*On the statical behaviour of mixed cable stayed/suspension bridges*”, International conference on cable-stayed bridges, Bangkok, November, 1987.
58. **Buckland P.G., Hooley R., Morgenstern B.D., Rainer J.H.**, “*Suspension bridge under inertial sprung moving load*”, Journal of Sound and Vibration, 1998.

59. **Chatterjee P.K., Datta T.K., Surana C.S.**, “*Vibration of suspension bridges under vehicular movement*”, J. Struct. Eng., ASCE, Vol. 120, 1994.
60. **Clemente P., Nicolosi G., Raithel A.**, “*Static Issue in Long Span Suspension Bridge Design*”, IABSE Symposium, Kobe, 1998.
61. **Bruno D., Greco F., Lonetti P.**, “*A Parametric Study on the Dynamic Behavior of Combined Cable-Stayed and Suspension Bridges under Moving Loads*”, International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, 2010.
62. **Finzi L., Castellani A., Bascialla E.**, “*Cable stays comply with runnability requirements in long span suspension bridges*”, Int. Conference on cable-stayed bridges, Bangkok, 1987.
63. **Lembo M.**, “*An investigation on the stiffness of the mixed suspension-cable-stayed bridges*”, Meccanica, 1985.
64. **Ochsendorf J. A., Billington D. P.**, “*Self-Anchored Suspension Bridges*”, Journal of Bridge Engineering, ASCE, Vol. 4, No. 3, Agosto 1999.
65. **Pugsley A.**, “*Theory of suspension bridge*”, Edward Arnold Ltd., London, 1968.
66. **Saafan S. A.**, “*Theoretical Analysis of Suspension Bridges*”, Proceedings, ASCE, Vol. 92, No. ST4, Agosto 1966.
67. **Steinman D. B.**, “*A Practical Treatise on Suspension Bridges*”, J.Wiley, New York, 1929.

***RINGRAZIAMENTI***

Ringrazio il Professore Domenico Bruno e l'Ingegnere Paolo Nevone Blasi per la disponibilità fornita e la pazienza avuta nel corso del Dottorato di Ricerca.

Ringrazio il Professore Renato Sante Olivito Coordinatore del Corso di Dottorato di Ricerca.

Ringrazio il Professore Fabrizio Greco, il Professore Paolo Lonetti, l'ingegnere Lorenzo Leonetti e l'ingegnere Arturo Pascuzzo per la cortese e fondamentale collaborazione.

Ringrazio tutti i colleghi del Corso di Dottorato, in particolare Angela, Fabio, Rosamaria, Antonio L., Antonio Z..